T.C. MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI | ORTAOKUL VE İMAM HATİP ORTAOKULU | DERS KİTABI

MATEMATİK

8. SINIF

Yazar

Emin Ersoy

Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulunun 17.08.2023 tarih ve 35 sayılı kurul (ekli listenin 18. sırasında) kararı ile 2024-2025 öğretim yılından itibaren, 5 (beş) yıl süre ile Ders Kitabı olarak kabul edilmiştir.

Kurulca bu kitabın kabul edilmiş olması ders kitabından yayınevi ve yazarın sorumluluğunu kaldırmaz.

SONUÇ YAYINLARI

Etkin Sonuç Yayıncılık Mat. Dağ. Eğt. San. ve Tic. Ltd. Şti.

Korkut Reis Mahallesi Sezenler Cad. 16/9 Sıhhıye / ANKARA

Tel: (312) 229 02 81

Bu kitabın tamamının ya da bir kısmının kitabı yayımlayan şirketin izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayımlanması ve depolanması yasaktır. Bu kitabın tüm hakları, Etkin Sonuç Yayıncılık Matbaacılık Dağıtım Eğitim San. ve Tic. Ltd. Şti.ye aittir.

Haberleşme Adresi

SONUÇ YAYINLARI

Korkut Reis Mah. Sezenler Cad. No: 16/9 Çankaya /ANKARA

tel: (312) 229 02 81 belgeç: (312) 229 02 82

www.sonucyayinlari.com.tr

e-posta : sonucyayinlari@gmail.com

SERTİFİKA NO: 53209

ISBN: 978-625-8203-50-9

HAZIRLAYANLAR

Editör

Ummahan Aygün

Dil Uzmanı

Süleyman Besi

Görsel Tasarımcı

Cem Ülkümen

Ölçme ve Değerlendirme Uzmanı

Burçe Evrim Dönmezer

Program Geliştirme Uzmanı

Emine Merkit

Rehberlik Uzmanı

Begüm Öztürk

Baskı – Cilt

Tuna Matbaacılık San. ve Tic. AŞ

Bahçekapı Mahallesi 2460. Cadde No:7

06370 Etimesgut / Şaşmaz / ANKARA

Tel: 0 312 278 34 84

Sertifika No: 49461

Baskı Yeri ve Yılı

Ankara, 2025

İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

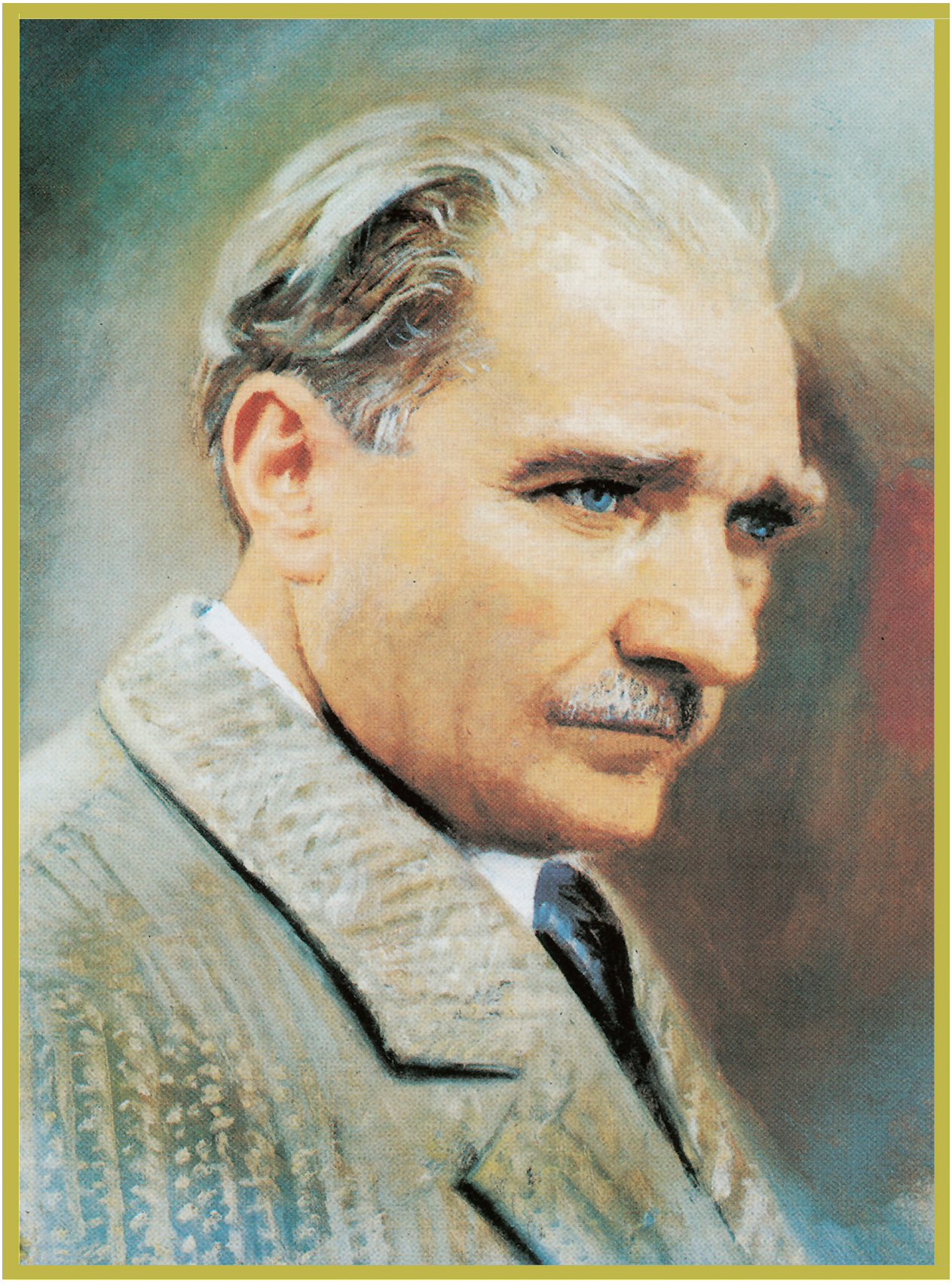
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

ORGANİZASYON ŞEMASI 8

1. ÜNİTE 11

ÇARPANLAR VE KATLAR 12

- Pozitif Tam Sayıların Pozitif Tam Sayı Çarpanlarını Bulma, Pozitif Tam Sayıları Üslü İfade ya da Üslü İfadelerin Çarpımı Şeklinde Yazma 12
- İki Doğal Sayının En Büyük Ortak Böleni ve En Küçük Ortak Katı 17
- Aralarında Asal Sayılar 26

ÜSLÜ İFADELER 30

- Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri 30
- Üslü İfadeler ile İlgili Temel Kurallar 36
- Ondalık Gösterimleri Çözümleme 44
- Bir Sayıyı 10'un Farklı Tam Sayı Kuvvetlerini Kullanarak İfade Etme ve Bilimsel Gösterim 47

1. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 52

2. ÜNİTE 61

KAREKÖKLÜ İFADELER 62

- Tam Kare Pozitif Tam Sayılar ile Bu Sayıların Kare Kökleri Arasındaki İlişki 62
- Tam Kare Olmayan Kareköklü Bir İfadenin Değerinin Bulunduğu Sayı Aralıkları 67
- Kareköklü Bir İfadeyi $a\sqrt{b}$ Şeklinde Yazma ve $a\sqrt{b}$ Şeklindeki İfadede Katsayıyı Kök İçine Alma 70
- Kareköklü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemleri 73
- Kareköklü İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemleri 79
- Kareköklü Bir İfade ile Çarpıldığında Sonucu Doğal Sayı Yapan Çarpanlar 86
- Ondalık İfadelerin Kare Kökleri 89
- Gerçek Sayılar 92

VERİ ANALİZİ 96

- Çizgi ve Sütun Grafikleri 96
- Verilerin Farklı Gösterimleri 102

2. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 108

3. ÜNİTE 117

BASİT OLAYLARIN OLMA OLASILIĞI 118

- Basit Olayların Olma Olasılığı 118

CEBİRSEL İFADELER VE ÖZDEŞLİKLER 129

- Basit Cebirsel İfadeler ve Cebirsel İfadelerle Çarpma İşlemi 129
- Özdeşlikler 140
- Cebirsel İfadeleri Çarpanlara Ayırma 148

3. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 154

4. ÜNİTE 163

DOĞRUSAL DENKLEMLER 164

- Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler 164
- Koordinat Sistemi 170
- Aralarında Doğrusal İlişki Bulunan Değişkenler 174
- Doğrusal Denklemlerin Grafiği 178
- Doğrusal İlişki İçeren Gerçek Hayat Durumları 183
- Eğim 187

EŞİTSİZLİKLER 195

4. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 206

5. ÜNİTE 215

ÜÇGENLER 216

- Üçgende Açıortay, Kenarortay ve Yükseklik 216
- Üçgenlerin Kenarları Arasındaki İlişkiler 229
- Üçgenlerin Kenar Uzunlukları ile Açı Ölçüleri Arasındaki İlişkiler 235
- Yeterli Sayıda Elemanının Ölçüleri Verilen Bir Üçgeni Çizme 242
- Pisagor Bağıntısı 250
- Eşlik ve Benzerlik 260

5. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 274

6. ÜNİTE 283

DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ 284

- Öteleme ve Yansıma 284
- Öteleme 284
- Yansıma 287
- Çokgenlerin Öteleme ve Yansımalar Sonucu Oluşan Görüntüleri 293

GEOMETRİK CİSİMLER 297

- Dik Prizma 297
- Dik Dairesel Silindir. 303
- Dik Dairesel Silindirin Temel Elemanları ve Açınımı 303
- Dik Dairesel Silindirin Yüzey Alanı 306
- Dik Dairesel Silindirin Hacmi 310
- Dik Piramit 319
- Dik Koni 327

6. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI 334

Sözlük 343

Sembol ve Kısaltmalar 344

Kaynakça 345

Görsel ve Genel Ağ Kaynakçası 345

Cevap Anahtarı 345

Türkiye'nin Mülki İdare Bölümleri ile Kara ve Deniz Komşuları Haritası 346

Türk Dünyası Haritası 347

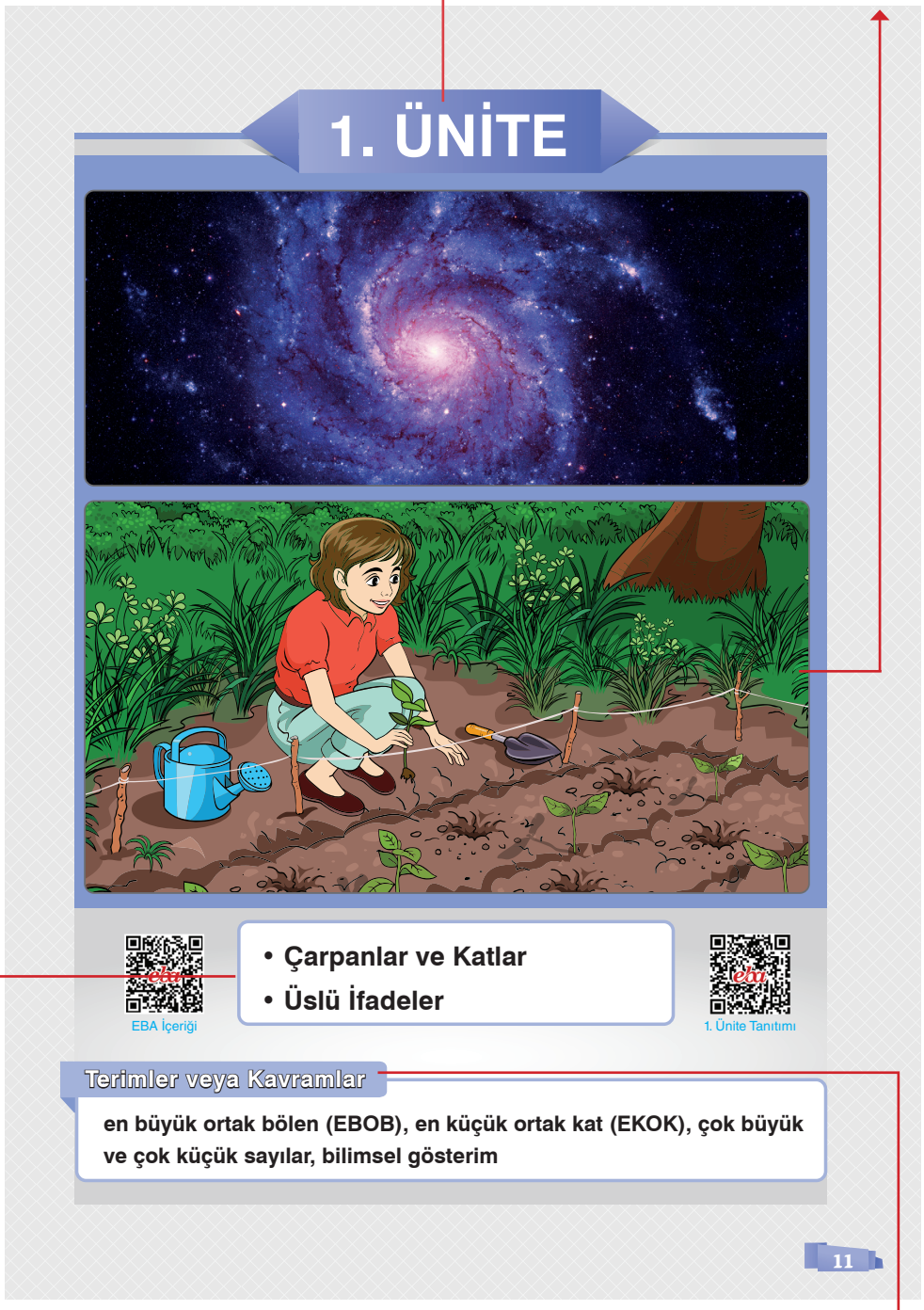
ORGANİZASYON ŞEMASI

ÜNİTE GİRİŞİ

Her ünitenin kendine özgü bir rengi olacak şekilde ünitenin numarasına yer verilmiştir.

ÜNİTE GİRİŞ GÖRSELLERİ

Ünitede işlenecek konulara yönelik görsellere ve şemalara yer verilmiştir.



KONULAR

Ünitede yer alan konu başlıklarına yer verilmiştir.

TERİMLER VEYA KAVRAMLAR

Ünitede yer alan terimlere veya kavramlara yer verilmiştir.

Hatırlatma

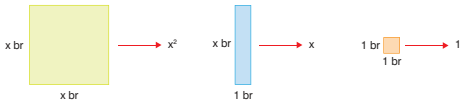
Sadece 1'e ve kendisine kalansız bölünebilen 1'den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir. En küçük asal sayı 2'dir. Çift sayı olan sadece 1 adet asal sayı vardır. Bu asal sayı 2'dir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 ve 97 sayıları, 100'den küçük olan asal sayılardır.

HATIRLATMA

İşlenecek konuya ilişkin hatırlatmalara yer verilmiştir.

Etkinlik



Araç Gereç: Cebir karoları

- Bazı cebirsel ifadelerle temsil edilen yukarıdaki cebir karolarını kullanarak bir dikdörtgeni modelleyiniz.
- Dikdörtgen modelindeki uzun ve kısa kenar uzunluklarını belirten cebirsel ifadeleri yazınız.
- Dikdörtgen modelindeki uzun ve kısa kenar uzunluklarını çarpma işlemi şeklinde yazınız.
- Dikdörtgen modelini oluşturan cebir karolarının belirttiği cebirsel ifadeleri toplama işlemi şeklinde yazınız.
- Toplama işlemi şeklinde yazdığınız cebirsel ifade ile çarpma işlemi şeklinde yazdığınız cebirsel ifade arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

ETKİNLİK

İşlenecek konuyu keşfetmeye yönelik çalışmalara yer verilmiştir.

Bilgi Kutusu

Bir pozitif tam sayının hangi pozitif tam sayının karesi olduğunu bulma işlemine **karekök alma işlemi** adı verilir.

$\sqrt{49}$ ifadesindeki "$\sqrt{\ }$" sembolüne **karekök sembolü** denir.

BİLGİ KUTUSU

İşlenecek konuya ilişkin bilgi, açıklama ve uyarılara yer verilmiştir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki basit cebirsel ifadelerin her birini iki farklı biçimde yazınız.

a) $-40x^2y^2$	**b)** $16xy$	**c)** $-30a^2b$	**ç)** $100a^2$
d) $7x+3$	**e)** $10xy^2$	**f)** $-c^2d$	**g)** $32xyz^2$
ğ) $70a$	**h)** $36ab$	**ı)** $-4e^2$	**i)** $-25ed^2$

ALIŞTIRMALAR

İşlenen konuya ilişkin sorulara yer verilmiştir.

Örnek

İki bilimsel gösterimin değeri $2,\triangle 6\cdot 10^{20} > 2,77\cdot 10^{20}$ olarak karşılaştırılmıştır. Buna göre $\triangle$ yerine yazılabilecek rakamları belirleyiniz.

Çözüm

Bilimsel gösterimlerdeki 10'un kuvvetleri eşittir.

Öyleyse $2,\triangle 6 > 2,77$ karşılaştırması incelenir. $2,\triangle 6 \cdot 10^{20}$ ile $2,77 \cdot 10^{20}$ bilimsel gösterimlerindeki 10'un kuvvetleri eşittir. Bu sayıların tam kısımları da eşit olduğundan $\triangle$, 7'den büyük bir rakam olmalıdır. Buna göre $\triangle$ yerine 8 ve 9 rakamları yazılabilir.

ÖRNEK

Konuları öğrenmenize yardımcı olacak çözümlü veya açıklamalı uygulamalara yer verilmiştir.

1. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Yandaki kutucuklarda verilen pozitif tam sayılara göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

A: 140	B: 242
C: 728	D: 330
E: 468	F: 861

a) A kutucuğundaki tam sayının pozitif tam sayı çarpanlarını bulunuz.

b) 3 farklı asal çarpanı olan pozitif tam sayıların bulundukları kutucukları belirleyiniz.

c) Kutucuklardaki pozitif tam sayılardan iki basamaklı en büyük pozitif tam sayı ile aralarında asal olanların bulunduğu kutucukları belirleyiniz.

ç) Üslü ifadelerin çarpımı şeklinde $2^3 \cdot 7^1 \cdot 13^1$ olarak yazılan pozitif tam sayının bulunduğu kutucuğu belirleyiniz.

d) D kutucuğundaki pozitif tam sayıyı üslü ifadelerin çarpımı şeklinde defterinize yazınız.

ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

Ünitede öğrendiklerinizi kontrol etmeniz için farklı türde ölçme ve değerlendirme sorularına yer verilmiştir.

Problem

Hemşire Büşra Hanım 3 günde bir, onunla aynı hastanede görev yapan Doktor Fatma Hanım ise 4 günde bir nöbet tutmaktadır. Büşra Hanım ile Fatma Hanım ilk kez 1 Kasım'da birlikte nöbet tutuyorlar. İkisinin nöbet tutma düzenleri değişmemek şartıyla Fatma Hanım, 1 Aralık'tan itibaren 10 günlük iznini kullanıyor.

Buna göre Büşra Hanım ile Fatma Hanım, ocak ayına kadar kaç kez birlikte nöbet tutarlar?

Problemi Anlayalım

Problemde Büşra Hanım'ın 3 günde bir, Fatma Hanım'ın 4 günde bir nöbet tuttuğu ve ikisinin birlikte ilk nöbetlerini 1 Kasım'da tuttuğu, ayrıca Fatma Hanım'ın 1 Aralık'tan itibaren 10 günlük izin kullandığı belirtilmiştir. Bizden, Büşra Hanım ile Fatma Hanım'ın ocak ayına kadar kaç kez birlikte nöbet

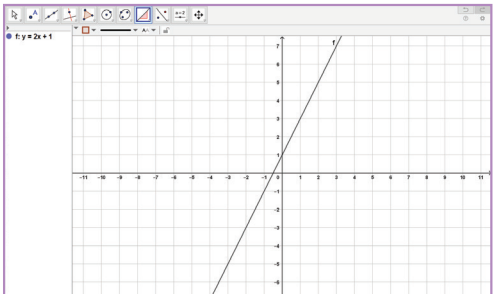
Problem

Konuları öğrenmenize yardımcı olacak problemlere ve problemlerin çözümlerine yer verilmiştir.

Bilgi Teknolojileri

Dinamik matematik ve geometri yazılımında bir doğrusal denkleme ait grafiğin eğimini bulalım.

"Giriş" bölümüne y = 2x + 1 doğrusal denklemini yazalım. "Enter" tuşuna basarak doğruyu ekrana yansıtalım.



BİLGİ TEKNOLOJİLERİ

Konuyu bilgisayar uygulamaları ile pekiştirmeye yönelik çalışmalara yer verilmiştir.

SÖZLÜK

A

açınım : Bir cismin yüzeylerinin açılıp bir düzlem üzerine yayılması.

açıölçer : Iletki.

afiş : Bir şeyi duyurmak veya tanıtmak için hazırlanan, kalabalığın görebileceği yere asılmış, genellikle resimli duvar ilanı; ası.

algoritma : Orta Çağ'da ondalık sayı sistemine göre, son zamanlarda ise iyi tanımlanmış kuralların ve işlemlerin adım adım uygulanmasıyla bir sorunun giderilmesi veya sonuca en hızlı biçimde ulaşılması işlemi.

anıt : Önemli bir olayın veya büyük bir kişinin gelecek kuşaklarca tarih boyunca anılması için yapılan, göze çarpacak büyüklükte, sembol niteliğinde yapı; abide.

astronomi : Gök bilimi.

F

festival : Belli bir sanat dalında oyun ve filmlerin sunulması ve gösterilmesi sonunda ödül, derece verilmesi biçiminde düzenlenen ulusal veya uluslararası gösteri dizisi; şenlik.

filozof : Felsefe ile uğraşan ve felsefenin gelişmesine katkıda bulunan kimse, felsefeci feylesof.

firma : Tüzel kişiliği olsun olmasın bir ekonomik etkinlik birimi.

G

gösterge : Bir şeyi belirtmeye yarayan şey, belirti.

güneş Sistemi : Güneş, gezegenler ve kuyruklu yıldızların oluşturdukları dizge.

güzergâh : Yolüstü uğranılacak, geçilecek yer.

SÖZLÜK

Kitapta yer alan ve anlamını bilmediğiniz kelime/kelime gruplarının anlamlarına yer verilmiştir.

SEMBOL VE KISALTMALAR

KL	: KL doğrusu
[KL]	: KL doğru parçası
[KL	: KL ışını
|KL|	: KL doğru parçasının uzunluğu
$\widehat{KLM}$	: KLM üçgeni
$\widehat{KLM}$	: KLM açısı
$m(\widehat{KLM})$	: KLM açısının ölçüsü
≃	: Eşlik
~	: Benzerlik
<	: Küçük
>	: Büyük
≤	: Küçük eşit
≥	: Büyük eşit
π	: Pi sayısı (3,14…)
%	: Yüzde
$\mathbb{R}$	: Reel sayılar kümesi
$\mathbb{Q}$	: Rasyonel sayılar kümesi
L	: Litre
|a|	: a'nın mutlak değeri
EBOB	: En büyük ortak bölen
EKOK	: En küçük ortak kat
a^n	: a'nın n'inci kuvveti
$\sqrt{\ }$	: Karekök
br	: Birim
br^2	: Birimkare
br^3	: Birimküp
m	: Metre
m^2	: Metrekare
m^3	: Metreküp
cm	: Santimetre
cm^2	: Santimetrekare
cm^3	: Santimetreküp
dm	: Desimetre
dm^2	: Desimetrekare
dm^3	: Desimetreküp

SEMBOL VE KISALTMALAR

Kitapta yer alan sembol ve kısaltmaların anlamlarına yer verilmiştir.

KAYNAKÇA

1. Altun, M. (2012). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) Matematik Öğretimi*, Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.
2. Argün, Z.; Arıkan, A.; Bulut S.; Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel Matematik Kavramlarının Künyesi*, Ankara: Gazi Kitabevi.
3. Arkın, S., Toluk Uçar, Z. (2013). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*, Ankara: Anı Yayıncılık.
4. Baykul, Y. (2001). *İlköğretimde Ölçme ve Değerlendirme Modül 3*, Ankara: MEB Yayınları.
5. Baykul, Y. (2004). *İlköğretimde Matematik Öğretimi*, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
6. Kaya, Z., Diğerleri. (2012). *Öğrenme ve Öğretme Kuramlar Yaklaşımlar Modeller*, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
7. *MEB Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8) Öğretim Programı*, (2018). Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
8. *TDK Türkçe Sözlük*, (2019). Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
9. *TDK Yazım Kılavuzu*, (2018). Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.
10. Zembat, İ. Ö., Özmantar, M. F., Bingölbali, E., Şandır, H., Delice, A. (2013). *Tanımları ve Tarihsel Gelişimle-*

KAYNAKÇA

Kitabın hazırlanmasında yararlanılan kaynaklara yer verilmiştir.

ELEKTRONİK İÇERİK KAREKODU

Kitap genelinde kullanılan tüm karekodlar akıllı cihazlarla okutularak ya da kitabın dijital kopyalarında karekod üzerine tıklanarak kitaba ait e-içeriklere ulaşılabilmektedir.

1. ÜNİTE

EBA İçeriği

- Çarpanlar ve Katlar
- Üslü İfadeler

1. Ünite Tanıtımı

Terimler veya Kavramlar

en büyük ortak bölen (EBOB), en küçük ortak kat (EKOK), çok büyük ve çok küçük sayılar, bilimsel gösterim

ÇARPANLAR VE KATLAR

Pozitif Tam Sayıların Pozitif Tam Sayı Çarpanlarını Bulma, Pozitif Tam Sayıları Üslü İfade ya da Üslü İfadelerin Çarpımı Şeklinde Yazma

Nevzat Öğretmen, öğrencilerine İstanbul'daki tarihî yapıları tanıtmak istiyor. Bu yapılardan bazılarının görsellerini alanı 340 cm^2 olan dikdörtgen biçimindeki kartlara yapıştırıyor. Kartların kenar uzunlukları, "cm" biriminde doğal sayılar olduğuna göre Nevzat Öğretmen'in farklı kenar uzunluklarına sahip kaç farklı kart oluşturabileceği bulunurken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

Sadece 1'e ve kendisine kalansız bölünebilen 1'den büyük doğal sayılara **asal sayı** denir. En küçük asal sayı 2'dir. Çift sayı olan sadece 1 adet asal sayı vardır. Bu asal sayı 2'dir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 ve 97 sayıları, 100'den küçük olan asal sayılardır.

Bilgi Kutusu

Pozitif bir tam sayının pozitif tam sayı çarpanları bulunurken aşağıdaki sıra izlenir:

- Önce pozitif tam sayı, asal çarpanlarına ayrılır.
- Sonra asal çarpanlarından yararlanılarak pozitif tam sayının pozitif tam sayı çarpanları bulunur.

Örneğin 12 sayısının pozitif tam sayı çarpanları aşağıdaki gibi bulunur:

12	2
6	2
3	3
1	

- 12 sayısı yandaki gibi asal çarpanlarına ayrılır.
- 12 sayısını bölebilen en küçük asal sayı 2 olduğu için 12 sayısı 2'ye bölünür. 6 sayısı 12'nin altına yazılır.
- Çizginin solunda 1 sayısını elde edene kadar işleme devam edilir.
- Asal çarpan algoritmasına göre 12 sayısının pozitif tam sayı çarpanları 1 ile beraber asal sayıların birbirleriyle çarpılmasıyla aşağıdaki gibi bulunur:

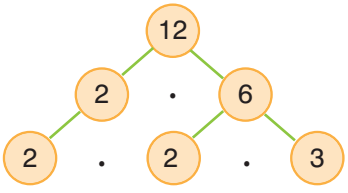
$12 = 1 \cdot 12$
$12 = 2 \cdot 6$
$12 = 3 \cdot 4$

Buna göre 12 sayısının pozitif tam sayı çarpanları 1, 2, 3, 4, 6 ve 12'dir.

Hatırlatma

12 sayısının asal çarpanları çarpan ağacı yöntemi ile aşağıdaki gibi belirlenebilir:

- 12 sayısı $2 \cdot 6$ olarak yazılabilir. Buna göre 2 ile 6 sayıları 12'nin çarpanlarıdır.



- 6 sayısı $2 \cdot 3$ olarak yazılabilir. Buna göre 2 ile 3 sayıları 6'nın çarpanlarıdır.

Çarpan ağacına göre 12'nin asal çarpanları 2 ve 3'tür.

Örnek

120 sayısının asal çarpanlarını asal çarpan algoritması yöntemi ile belirleyiniz.

Çözüm

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

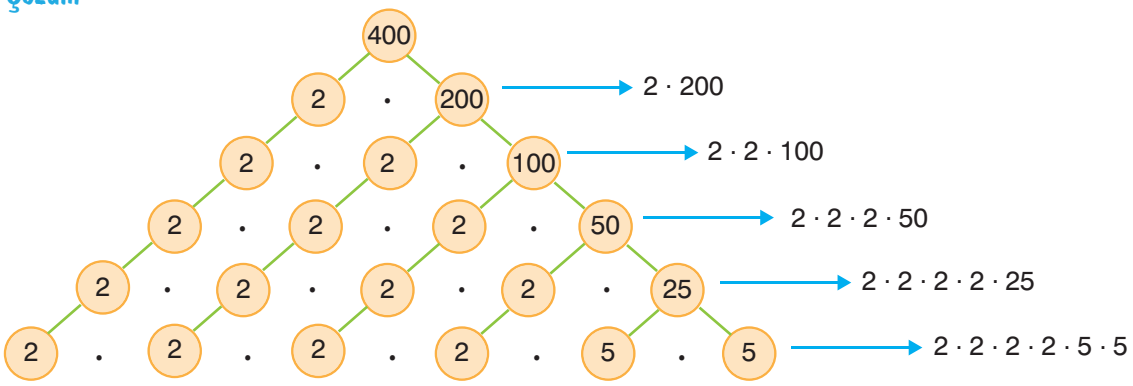
120 sayısının asal çarpanları 2, 3 ve 5'tir.

120 sayısının üç adet asal çarpanı vardır.

Örnek

400 sayısının asal çarpanlarını çarpan ağacı yöntemi ile belirleyiniz.

Çözüm



400 sayısının asal çarpanları, 2 ve 5'tir. 400 sayısının iki adet asal çarpanı vardır.

Örnek

220 sayısının pozitif tam sayı çarpanlarını belirleyiniz. 220 sayısını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız.

Çözüm

220 sayısını farklı iki doğal sayının çarpımı şeklinde yazalım.

- $1 \cdot 220 = 220$
- $2 \cdot 110 = 220$
- $4 \cdot 55 = 220$
- $5 \cdot 44 = 220$
- $10 \cdot 22 = 220$
- $11 \cdot 20 = 220$

220 sayısının pozitif tam sayı çarpanları; 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110 ve 220 olmak üzere on iki tanedir.

220	2
110	2
55	5
11	11
1	

220 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

$220 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$

220 sayısı, üslü ifadelerin çarpımı şeklinde $2^2 \cdot 5^1 \cdot 11^1$ olarak yazılır.

Örnek

350 sayısının asal çarpanlarını ve pozitif tam sayı çarpanlarını belirleyiniz. Bu sayıyı üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız.

Çözüm

350	2
175	5
35	5
7	7
1	

350 sayısının 2, 5 ve 7 olmak üzere üç adet asal çarpanı vardır.

350 sayısının pozitif tam sayı çarpanları; 1, 2, 5, 7, 10, 14, 25, 35, 50, 70, 175 ve 350'dir.

350 sayısının on iki adet pozitif tam sayı çarpanı vardır.

350 sayısı, üslü ifadelerin çarpımı şeklinde $2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 2^1 \cdot 5^2 \cdot 7^1$ olarak yazılır.

Örnek

750 sayısı, üslü ifadelerin çarpımı şeklinde $2^{\triangle} \cdot 3^1 \cdot 5^{\bigstar}$ olarak yazılmıştır. Buna göre $\bigstar \cdot \triangle$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

750 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

750	2
375	3
125	5
25	5
5	5
1	

$750 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^3 = 2^{\triangle} \cdot 3^1 \cdot 5^{\bigstar}$ olduğuna göre $\triangle$ yerine 1, $\bigstar$ yerine 3 yazılmalıdır.

$\bigstar \cdot \triangle = 3 \cdot 1 = 3$

Örnek

Bir doğal yaşam merkezinde gorilin boyu 160 cm'dir. Buna göre gorilin boyunu "cm" biriminde belirten pozitif tam sayıyı üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız.

Çözüm

160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$160 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

$160 = 2^5 \cdot 5^1$

Örnek

A ve B futbol takımları arasında oynanan futbol karşılaşması ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- Karşılaşmanın ilk yarısı, 45. dakikanın sonunda bitmiştir.
- Karşılaşmanın ikinci yarısı, 46. dakikanın başında başlamış ve 90. dakikanın sonunda bitmiştir.
- Karşılaşmada, 80 sayısının 12'den büyük olan pozitif tam sayı çarpanlarının olduğu her dakikada futbol takımlarından biri gol atmıştır.

Buna göre karşılaşmanın sonunda skor tabelası aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A)

A TAKIMI	3 - 1	B TAKIMI

B)

A TAKIMI	2 - 1	B TAKIMI

C)

A TAKIMI	3 - 2	B TAKIMI

D)

A TAKIMI	3 - 3	B TAKIMI

Çözüm

A ile B takımları arasında oynanan futbol karşılaşmasında hangi dakikalarda gollerin atıldığı belirlenirken 80 sayısının pozitif tam sayı çarpanları bulunur.

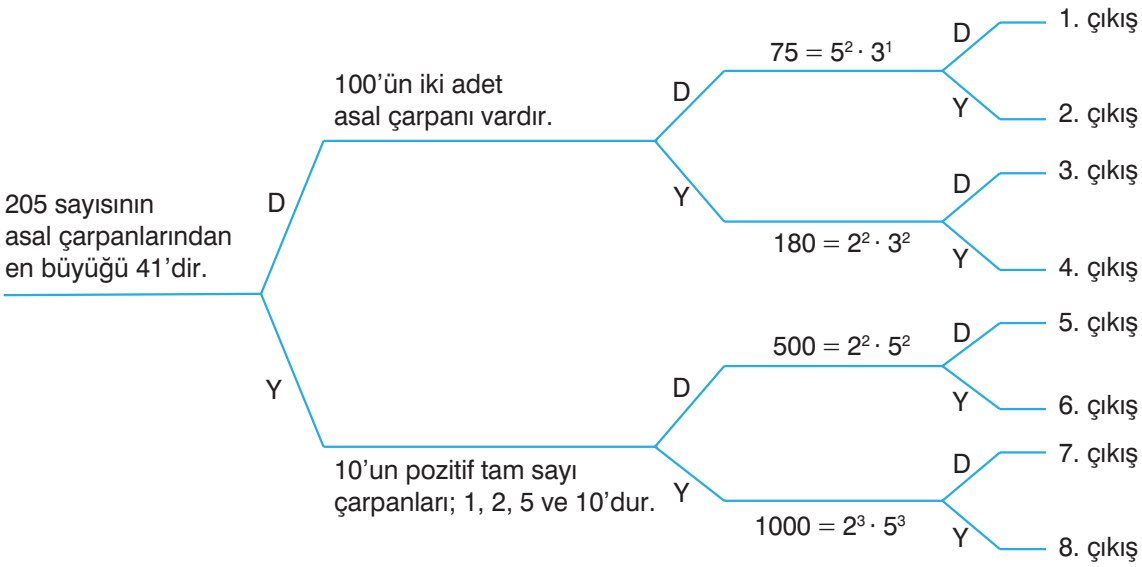
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

80 sayısının pozitif tam sayı çarpanları; 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40 ve 80'dir.

Karşılaşmada 12. dakikadan sonra gol atıldığına göre 16, 20, 40 ve 80. dakikalarda olmak üzere toplam 4 gol atılmıştır. Öyleyse karşılaşmanın sonunda skor tabelasında A seçeneğindeki gibi 3-1 yazabilir.

Alıştırmalar

1.



Yukarıda verilen şemadaki ifadeleri en soldan başlayarak inceleyiniz. İfadeler doğru ise "D", yanlış ise "Y" yolunu takip ediniz. Kaçıncı çıkışa ulaştınız? Yazınız.

2. Aşağıdaki pozitif tam sayıların asal çarpanlarını ve pozitif tam sayı çarpanlarını belirleyiniz.

a) 92 **b)** 108 **c)** 240

ç) 310 **d)** 375 **e)** 520

3. Aşağıdaki pozitif tam sayıları üslü ifade ya da üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazınız.

a) 112 **b)** 128 **c)** 580

ç) 604 **d)** 720 **e)** 810

İki Doğal Sayının En Büyük Ortak Böleni ve En Küçük Ortak Katı

Yukarıdaki görselde görüldüğü gibi Semih Bey, İngilizce öğrenirken İngilizce yazılmış kitapları Semih Bey'in eşi Emel Hanım ise Almanca öğrenirken Almanca yazılmış kitapları okumaktadır. Semih Bey, okuduğu her bir kitabı 12 günde; Emel Hanım ise 15 günde bitirmektedir. Semih Bey ile Emel Hanım, ilk kitaplarını okumaya aynı gün başlarlar. Okudukları kitap bitince ara vermeden diğerine geçerler. Semih Bey ile Emel Hanım'ın kaç gün sonra yeni birer kitabı aynı anda tekrar okumaya başlayacakları nasıl bulunabilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

- 20 ile 90 sayılarının ortak bölenleri aşağıdaki gibi bulunabilir:

$1 \cdot 20 = 20$
$2 \cdot 10 = 20$
$4 \cdot 5 = 20$

} 20 sayısının bölenleri 1, 2, 4, 5, 10 ve 20'dir.

$1 \cdot 90 = 90$
$2 \cdot 45 = 90$
$3 \cdot 30 = 90$
$5 \cdot 18 = 90$
$6 \cdot 15 = 90$
$9 \cdot 10 = 90$

} 90 sayısının bölenleri 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 ve 90'dır.

20 ile 90 sayılarının ortak bölenleri 1, 2, 5 ve 10'dur.

- 20 ile 90 sayılarının ortak katları aşağıdaki gibi bulunabilir:

20 sayısının katları 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300, 320, 340, 360, 380, 400, ... şeklinde devam eder.

90 sayısının katları 90, 180, 270, 360, 450, ... şeklinde devam eder.

20 ile 90 sayılarının ortak katları 180, 360, ... şeklinde 180 artarak devam eder.

Bilgi Kutusu

a ile b sıfırdan farklı birer doğal sayı olmak üzere a ile b sayılarının **en büyük ortak böleni, EBOB(a, b)** olarak gösterilir.

Örnek

28 ile 42 sayılarının en büyük ortak bölenini bulunuz.

Çözüm

28	42	(2)
14	21	2
7	21	3
7	7	(7)
1	1	

28 ile 42 sayılarının en büyük ortak böleni bulunurken 28 ve 42 sayılarını bölen asal sayıları küçükten büyüğe doğru belirledik. Sayıları belirlediğimiz asal sayılara sayılar 1 olana kadar bölmeye devam ettik. Her iki doğal sayıyı da bölen asal çarpanları yuvarlak içine aldık.

Yuvarlak içine aldığımız asal çarpanları çarparak 28 ile 42 doğal sayılarının en büyük ortak bölenini bulabiliriz. Çünkü bu sayıların en büyük ortak böleni, yuvarlak içine aldığımız asal çarpanların her birinin pozitif tam sayı katıdır.

EBOB(28, 42) = 2 · 7 = 14

Örnek

Emir'in ifadesine göre annesinin kaç yaşında olduğunu bulunuz.

Çözüm

Önce 24 ile 30 sayılarının en büyük ortak bölenini bulalım.

24	30	(2)
12	15	2
6	15	2
3	15	(3)
1	5	5
	1	

EBOB(24, 30) = 2 · 3 = 6

Şimdi 24 ile 30 sayılarının en büyük ortak bölenin 5 katını bulalım.

5 · EBOB(24, 30) = 5 · 6 = 30

Emir'in annesi 30 yaşındadır.

Bilgi Kutusu

e ile f sıfırdan farklı birer doğal sayı ve e, f'nin böleni olmak üzere EBOB(e, f) = e olur.

Örnek

38 ile 76 sayılarının en büyük ortak bölenini bulunuz.

Çözüm

38 ile 76 sayılarının en büyük ortak bölenini iki farklı yolla bulalım.

I. Yol

38	76	(2)
19	38	2
19	19	(19)
1	1	

EBOB(38, 76) = 2 · 19 = 38

II. Yol

Sıfırdan farklı iki doğal sayıdan biri diğerinin çarpanı olabilir. Bu durumda iki doğal sayının en büyük ortak böleni, çarpan olan sayıya eşittir.

38 sayısı, 76'nın böleni (çarpanı) olduğu için EBOB(38, 76) = 38'dir.

Örnek

18 ile A doğal sayılarının en büyük ortak böleni 9'dur. Buna göre 18 ile A doğal sayılarının çarpımının en küçük değeri kaçtır?

Çözüm

18 ile A doğal sayılarının çarpımının en küçük değeri bulunurken A yerine, A'nın alabileceği en küçük doğal sayı değeri yazılır.

18 ile A doğal sayılarının en büyük ortak böleni 9 olduğuna göre A yerine yazılabilecek en küçük doğal sayı 9 olur.

Buna göre $18 \cdot A$ işleminin en küçük değeri, $18 \cdot 9 = 162$ olur.

Örnek

Marangoz Gülsüm Usta, 120 dm ve 148 dm uzunluğundaki iki tahtayı hiç parça artmayacak şekilde en büyük eş parçalara ayırıyor.

Buna göre Gülsüm Usta'nın elde ettiği her bir eş tahta parçasının uzunluğunun kaç dm olduğunu bulunuz.

Çözüm

Her bir eş tahta parçasının uzunluğu bulunurken 120 ile 148 sayılarının en büyük ortak böleni hesaplanır.

120	148	2
60	74	2
30	37	2
15	37	3
5	37	5
1	37	37
	1	

EBOB(120, 148) $= 2 \cdot 2 = 4$

Marangoz Gülsüm Usta'nın elde ettiği her bir eş tahta parçasının uzunluğu 4 dm'dir.

Bilgi Kutusu

a ile b sıfırdan farklı birer doğal sayı olmak üzere a ile b doğal sayılarının **en küçük ortak katı, EKOK(a, b)** olarak gösterilir.

Örnek

16 ile 40 sayılarının en küçük ortak katını bulunuz.

Çözüm

16	40	2
8	20	2
4	10	2
2	5	2
1	5	5
	1	

Asal çarpan algoritmasında bulunan dikey çizginin sağ tarafındaki asal sayıların çarpımı, 16 ile 40 sayılarının en küçük ortak katına eşittir.

EKOK(16, 40) = 2 · 2 · 2 · 2 · 5 = 80

Örnek

Ayşe'nin ifadesine göre bugün evden markete giderken attığı adım sayısını bulunuz.

Ayşe

Çözüm

Önce 52 ile 130 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

52	130	2
26	65	2
13	65	5
13	13	13
1	1	

EKOK(52, 130) = 2 · 2 · 5 · 13 = 260

Şimdi, 52 ile 130 sayılarının en küçük ortak katının yarısını bulalım.

$$\frac{\text{EKOK}(52,130)}{2} = \frac{260}{2} = 130$$

Ayşe'nin evden markete giderken attığı adım sayısı 130'dur.

Bilgi Kutusu

e ile f sıfırdan farklı birer doğal sayı ve e, f'nin böleni olmak üzere EKOK(e, f) = f olur.

Örnek

14 ile 70 sayılarının en küçük ortak katını bulunuz.

Çözüm

14 ile 70 sayılarının en küçük ortak katını iki farklı yolla bulalım.

I. Yol

14	70	2
7	35	5
7	7	7
1	1	

Asal çarpan algoritmasında bulunan dikey çizginin sağ tarafındaki asal sayıların çarpımı, 14 ile 70 sayılarının en küçük ortak katına eşittir.

EKOK(14, 70) = 2 · 5 · 7 = 70

II. Yol

Sıfırdan farklı iki doğal sayıdan biri diğerinin katı olabilir. Bu durumda iki doğal sayının en küçük ortak katı, diğerinin katı olan sayıya eşittir.

14 sayısı, 70'in böleni (çarpanı) olduğu için

EKOK(14, 70) = 70'tir.

Bilgi Kutusu

a ile b sıfırdan farklı olmak üzere a ile b doğal sayılarının çarpımı, bu doğal sayıların en büyük ortak böleni ile en küçük ortak katının çarpımına eşittir.

$a \cdot b = EBOB(a, b) \cdot EKOK(a, b)$

Örnek

35 ile A doğal sayısının en büyük ortak böleni 7, en küçük ortak katı 455'tir. Buna göre A doğal sayısını bulunuz.

Çözüm

35 ile A doğal sayısının çarpımı, bu doğal sayıların en büyük ortak böleni ile en küçük ortak katının çarpımına eşittir.

$$35 \cdot A = 7 \cdot 455$$

$$A = \frac{7 \cdot 455}{35}$$

$$A = \frac{3185}{35} = 91$$

A doğal sayısı 91'dir.

Örnek

20 ile 30 sayılarının ortak katlarından kaç tanesinin 200 ile 500 arasında olduğunu bulunuz.

Çözüm

Önce 20 ile 30 sayılarının en küçük ortak katını bulalım.

20	30	2
10	15	2
5	15	3
5	5	5
1	1	

$EKOK(20, 30) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Şimdi, 20 ile 30 sayılarının ortak katlarını yazalım.

$60 \cdot 1 = 60$ ✗
$60 \cdot 2 = 120$ ✗
$60 \cdot 3 = 180$ ✗
$60 \cdot 4 = 240$ ✓
$60 \cdot 5 = 300$ ✓
$60 \cdot 6 = 360$ ✓
$60 \cdot 7 = 420$ ✓
$60 \cdot 8 = 480$ ✓
$60 \cdot 9 = 540$ ✗

20 ile 30 sayılarının ortak katlarından beş tanesi, 200 ile 500 arasındadır.

Problem

Ece Hanım, 150 g ve 200 g'lık iki farklı kalitedeki baharatı birbirine karıştırmadan ve eşit kütlelerde olacak şekilde paketliyor. Paketlerin kütleleri "g" biriminde doğal sayı olduğuna göre Ece Hanım en az kaç adet baharat paketi elde edebilir?

Problemi Anlayalım

Ece Hanım'ın 150 g ve 200 g'lık iki farklı kalitede baharatı vardır. Ece Hanım, farklı kalitedeki baharatlarını birbirine karıştırmadan ve eşit kütlelerde olacak şekilde paketliyor. Bizden, Ece Hanım'ın en az kaç adet baharat paketi elde edebileceğini bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Baharat paketleri ne kadar büyük olursa Ece Hanım'ın kullanacağı paket sayısı da o kadar az olacağı için önce 150 ile 200 sayılarının en büyük ortak bölenini bulmalıyız. Bulduğumuz değer, "g" biriminde her bir paketin olabilecek en büyük kütlesi olduğuna göre kütleleri ayrı ayrı EBOB değerine bölüp sonuçları toplamalıyız. Böylece Ece Hanım'ın en az kaç adet baharat paketi elde edebileceğini bulmuş oluruz.

Problemi Çözelim

150	200	2
75	100	2
75	50	2
75	25	3
25	25	5
5	5	5
1	1	

EBOB(150, 200) = $2 \cdot 5 \cdot 5 = 50$

Her bir baharat paketinin kütlesi 50 g'dır. Farklı kalitedeki baharatlardan kaçar paket baharat elde edilebileceğini belirleyip paket sayılarını toplayalım.

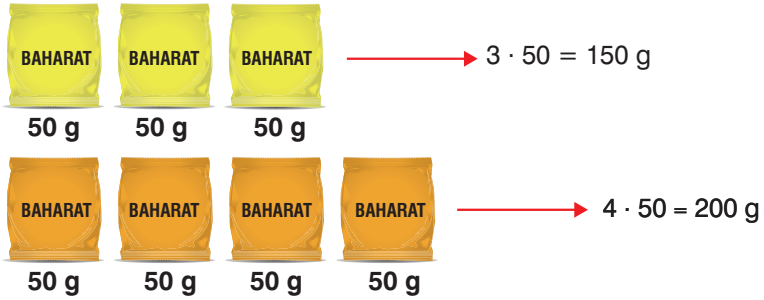
- $\frac{150}{50} = 3$ paket
- $\frac{200}{50} = 4$ paket

Ece Hanım en az 3 + 4 = 7 baharat paketi elde edebilir.

Çözümü Kontrol Edelim

Farklı kalitedeki baharat paketlerinin kütleleri toplamını ayrı ayrı bulalım. Elde edeceğimiz sonuçlar 150 g ve 200 g olmalıdır.

3 paket ve 4 paket, 50 g'lık baharatları modelleyelim.



Çözümümüz doğrudur.

Problem

Hemşire Büşra Hanım 3 günde bir, onunla aynı hastanede görev yapan Doktor Fatma Hanım ise 4 günde bir nöbet tutmaktadır. Büşra Hanım ile Fatma Hanım ilk kez 1 Kasım'da birlikte nöbet tutuyorlar. İkisinin nöbet tutma düzenleri değişmemek şartıyla Fatma Hanım, 1 Aralık'tan itibaren 10 günlük iznini kullanıyor.

Buna göre Büşra Hanım ile Fatma Hanım, ocak ayına kadar kaç kez birlikte nöbet tutarlar?

Problemi Anlayalım

Problemde Büşra Hanım'ın 3 günde bir, Fatma Hanım'ın 4 günde bir nöbet tuttuğu ve ikisinin birlikte ilk nöbetlerini 1 Kasım'da tuttuğu, ayrıca Fatma Hanım'ın 1 Aralık'tan itibaren 10 günlük izin kullandığı belirtilmiştir. Bizden, Büşra Hanım ile Fatma Hanım'ın ocak ayına kadar kaç kez birlikte nöbet tuttuklarını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

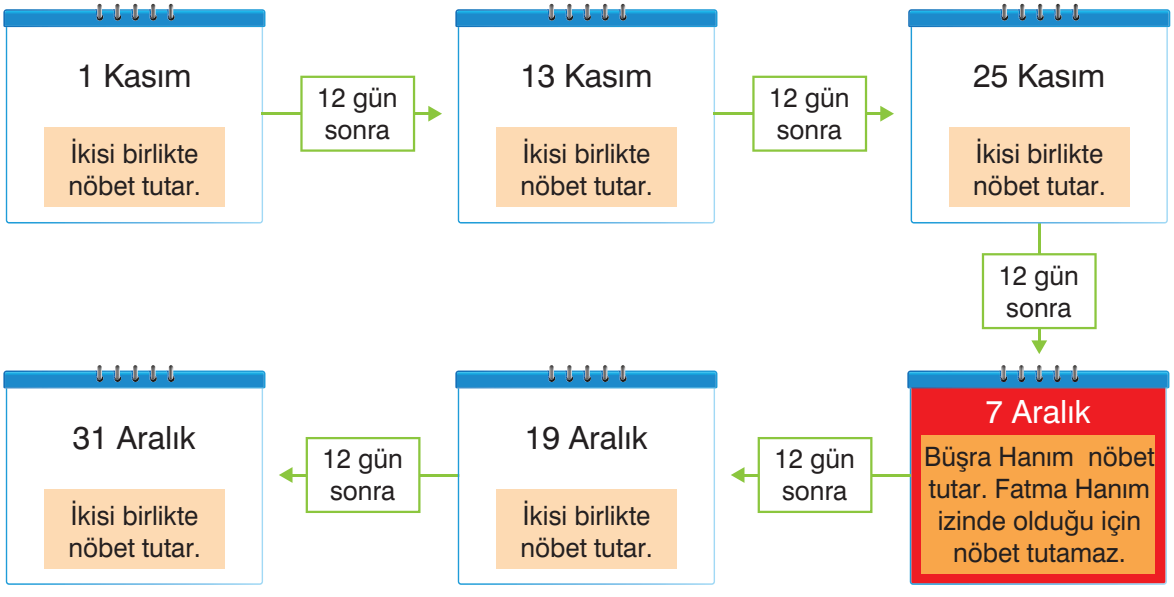
Büşra Hanım ile Fatma Hanım'ın kaç günde bir, birlikte nöbet tuttuklarını bulmak için 3 ile 4 sayılarının en küçük ortak katını hesaplamalıyız. Hesapladığımız değere ve Fatma Hanım'ın izinli olduğu günlere göre Büşra Hanım ile Fatma Hanım'ın ocak ayına kadar birlikte tuttukları nöbet sayısını bulmalıyız.

Problemi Çözelim

3	4	2
3	2	2
3	1	3
1		

EKOK(3, 4) = 2 · 2 · 3 = 12

Büşra Hanım ile Fatma Hanım 12 günde bir, birlikte nöbet tutarlar. Buna göre Büşra Hanım ile Fatma Hanım'ın ocak ayına kadar birlikte nöbet tuttukları günleri belirleyelim.



Büşra Hanım ile Fatma Hanım, ocak ayına kadar 5 kez birlikte nöbet tutarlar.

Çözümü Kontrol Edelim

Büşra Hanım ile Fatma Hanım 1 Kasım'dan itibaren 5 kez birlikte nöbet tuttuklarında son tuttukları nöbetin 31 Aralık'ta olup olmadığını kontrol edelim.

1 Kasım — 1. Nöbet

12 gün sonra

13 Kasım — 2. Nöbet

12 gün sonra

25 Kasım — 3. Nöbet

24 gün sonra *(12 gün sonra Fatma Hanım izinlidir.)*

19 Aralık — 4. Nöbet

12 gün sonra

31 Aralık — 5. Nöbet

Çözümümüz doğrudur.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) EBOB(100, 75) **b)** EBOB(144, 12) **c)** EBOB(120, 350)

ç) EBOB(900, 220) **d)** EKOK(13, 78) **e)** EKOK(40, 55)

f) EKOK(15, 20) **g)** EKOK(16, 24) **ğ)** EKOK(72, 108)

2. Aşağıda verilen EBOB ve EKOK değerleri ile bu değerlerin sonucu olan tam sayılar eşleştirildiğinde hangi tam sayının açıkta kalacağını bulunuz.

EKOK(8, 12) EBOB(120, 150) EKOK(32, 16) EBOB(45, 105)

12 15 24 30 32

3. İki doğal sayının EBOB değeri 13, EKOK değeri 130'dur. Doğal sayılardan biri 26 ise diğeri kaçtır?

4. Seda, 32 cm ve 56 cm uzunluğundaki iki farklı renkte kâğıt şeridi hiç parça artmayacak şekilde eşit uzunlukta parçalara ayırıyor. Buna göre Seda, en az kaç kâğıt parçası elde eder?

5. Hakan Bey, kömürlerini 50 kg ve 40 kg'lık çuvallara hiç artmayacak şekilde doldurabiliyor. Hakan Bey'in 2 tondan fazla kömürü olduğuna göre en az kaç kg kömürü vardır?

Aralarında Asal Sayılar

Çiçekçi Mustafa Bey, dükkânında saksı çiçeği satmaktadır. Mustafa Bey, pazartesi günü 12 saksı çiçeği satıyor. Salı günü, pazartesi gününden daha fazla sayıda ve 15'ten az sayıda saksı çiçeği satıyor. Mustafa Bey'in pazartesi günü ve salı günü sattığı saksı çiçeği sayılarının 1'den başka ortak çarpanı yoktur. Buna göre Mustafa Bey'in salı günü satmış olabileceği saksı çiçeği sayısı bulunurken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

1'den başka ortak çarpanı (böleni) olmayan iki doğal sayıya **aralarında asal sayılar** adı verilir. Her doğal sayı, 1 ile aralarında asaldır.

Örnek

32 ile 49 sayılarının aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

32 ile 49 sayılarının pozitif tam sayı çarpanlarını bulalım.

$1 \cdot 32 = 32$
$2 \cdot 16 = 32$
$4 \cdot 8 = 32$

} 32 sayısının pozitif tam sayı çarpanları 1, 2, 4, 8, 16 ve 32'dir.

$1 \cdot 49 = 49$
$7 \cdot 7 = 49$

} 49 sayısının pozitif tam sayı çarpanları 1, 7 ve 49'dur.

32 ile 49 sayılarının 1 dışında ortak çarpanı yoktur. Bundan dolayı 32 ile 49 sayıları, aralarında asaldır.

Örnek

75 ile 50 sayılarının aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

75 ile 50 sayılarının pozitif tam sayı çarpanlarını ayrı ayrı bulalım.

75	3
25	5
5	5
1	

50	2
25	5
5	5
1	

75 sayısının pozitif tam sayı çarpanları; 1, 3, 5, 15, 25 ve 75'tir.

50 sayısının pozitif tam sayı çarpanları; 1, 2, 5, 10, 25 ve 50'dir.

75 ile 50 sayılarının ortak çarpanları; 1, 5 ve 25'tir. O hâlde 75 ile 50 sayıları, aralarında asal değildir.

Bilgi Kutusu

- İki farklı asal sayı her zaman aralarında asaldır.
- 1 ile tüm pozitif tam sayılar aralarında asaldır.

Örnek

Her bir öğrencinin belirttiği doğal sayıların, aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

- 20 sayısının pozitif tam sayı çarpanları 1, 2, 4, 5, 10 ve 20'dir.

  45 sayısının pozitif tam sayı çarpanları 1, 3, 5, 9, 15 ve 45'tir.

  20 ile 45 sayılarının ortak çarpanları, 1 ve 5'tir. O hâlde 20 ile 45 sayıları, aralarında asal değildir.
- 13 ile 29 sayıları, asal sayılardır. Asal sayıların 1 dışında ortak çarpanları yoktur. Bundan dolayı asal sayılar her zaman aralarında asaldır. O hâlde 13 ile 29 sayıları aralarında asaldır.
- 30 sayısının pozitif tam sayı çarpanları 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 ve 30'dur. 47 sayısı, asal sayıdır. 47 sayısının pozitif tam sayı çarpanları 1 ve 47'dir. 30 ile 47 sayılarının 1 dışında ortak çarpanı yoktur. O hâlde 30 ile 47 sayıları aralarında asaldır.

Örnek

10'dan küçük olan doğal sayılardan kaç tanesinin 10 ile aralarında asal olduğunu bulunuz.

Çözüm

10'un çarpanları 1, 2, 5 ve 10'dur.

1'in çarpanı 1'dir.

2'nin çarpanları 1 ve 2'dir.

3'ün çarpanları 1 ve 3'tür.

4'ün çarpanları 1, 2 ve 4'tür.

5'in çarpanları 1 ve 5'tir.

6'nın çarpanları 1, 2, 3 ve 6'dır.

7'nin çarpanları 1 ve 7'dir.

8'in çarpanları 1, 2, 4 ve 8'dir.

9'un çarpanları 1, 3 ve 9'dur.

1, 3, 7 ve 9 sayıları, 10 ile aralarında asaldır. O hâlde 10'dan küçük olan doğal sayılardan dört tanesi, 10 ile aralarında asaldır.

Örnek

30 ile 40 arasındaki tek sayılardan 15 ile aralarında asal olanları belirleyiniz.

Çözüm

30 ile 40 arasındaki tek sayılar 31, 33, 35, 37 ve 39'dur.

15'in çarpanları 1, 3, 5 ve 15'tir.

31'in çarpanları 1 ve 31'dir.

33'ün çarpanları 1, 3, 11 ve 33'tür.

35'in çarpanları 1, 5, 7 ve 35'tir.

37'nin çarpanları 1 ve 37'dir.

39'un çarpanları 1, 3, 13 ve 39'dur.

31 ile 37 sayıları, 15 ile aralarında asaldır. O hâlde 30 ile 40 arasındaki tek sayılardan 31 ile 37 sayıları, 15 ile aralarında asaldır.

Örnek

102	5	3	14	48	16	23	47	32	58	91	62	126

Kutucuklarda verilen doğal sayılardan kaç tanesinin 1 ile aralarında asal olduğunu bulunuz.

Çözüm

Kutucuklarda 13 tane doğal sayı verilmiştir. Verilen doğal sayıların tamamı yani 13 tanesi, 1 ile aralarında asaldır.

Alıştırmalar

1. İki farklı asal sayı yazınız. Yazdığınız asal sayıların aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.

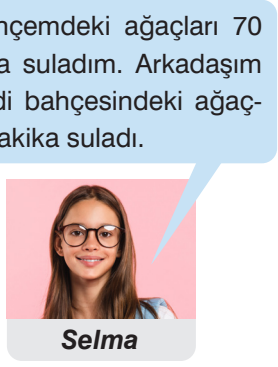
2. Her bir seçenekteki doğal sayı çiftlerinin aralarında asal olup olmadıklarını belirleyiniz.

a) 1 ile 72 **b)** 21 ile 22 **c)** 25 ile 10

ç) 27 ile 81 **d)** 28 ile 53 **e)** 40 ile 49

3. 16 sayısından küçük olan doğal sayılardan kaç tanesi 16 ile aralarında asaldır?

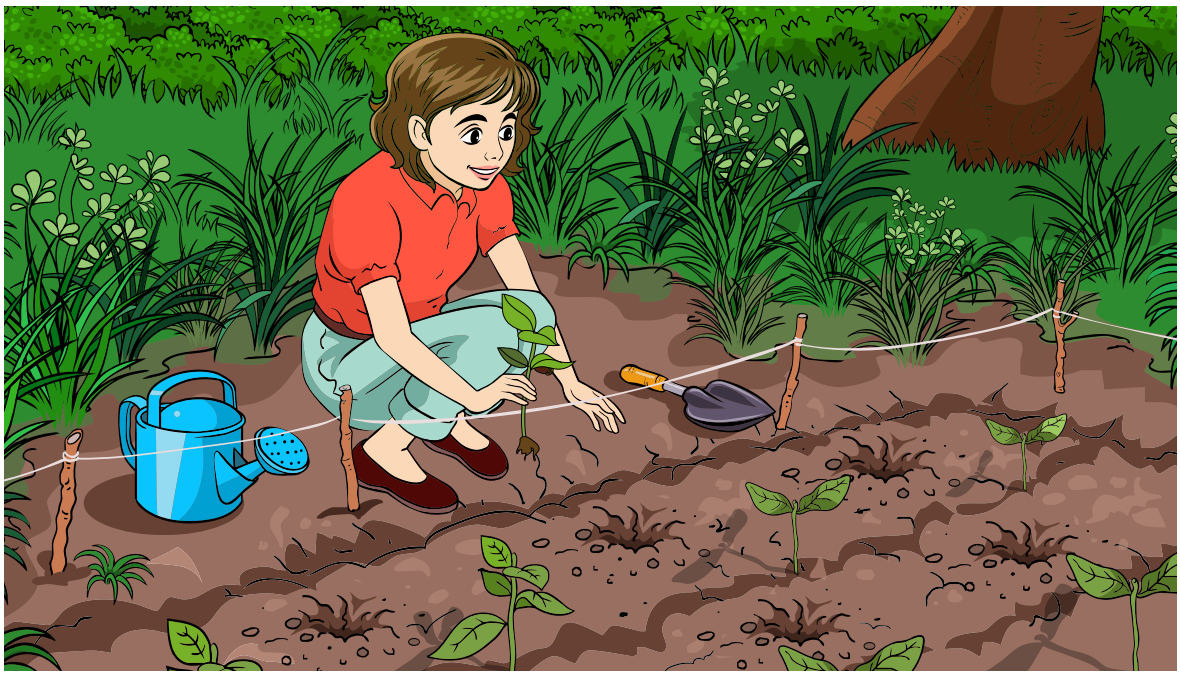
4. Görselde verilen bilgilere göre Selma ile arkadaşının ağaçları suladıkları dakika biriminden sürelerin aralarında asal olup olmadığını belirleyiniz.



5. $\triangle = 2^2 \cdot 7^1$ ve $\square = 3^4 \cdot 5^1 \cdot \diamondsuit^1$ olmak üzere $\triangle$ ile $\square$ doğal sayıları aralarında asaldır. Buna göre $\diamondsuit$ yerine hangi asal sayılar yazılamaz?

ÜSLÜ İFADELER

Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri



Ağaçlandırmanın önemini çok iyi bilen Sevda Hanım, bahçesine her gün bir önceki gün diktiği fidan sayısının 2 katı kadar fidan dikiyor. Sevda Hanım, bahçesine ilk gün 2 fidan dikiyor. Buna göre Sevda Hanım'ın onuncu gün diktiği fidanın sayısı bulunurken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

- Bir üslü ifadedeki üs (kuvvet), tabanın kaç kez yan yana yazılıp çarpma işlemi yapılacağını gösterir.

$$2^8 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{\text{8 tane 2}}$$

$$3^{10} = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 3}_{\text{10 tane 3}}$$

$$5^{22} = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot 5}_{\text{22 tane 5}}$$

- 1 tam sayısının tüm kuvvetlerinin değeri 1'dir.
- 0 tam sayısının tüm pozitif tam sayı kuvvetlerinin değeri 0'dır.

Bilgi Kutusu

- Pozitif tam sayıların tüm tam sayı kuvvetlerinin değeri pozitiftir.
- Negatif tam sayıların tek tam sayı olan kuvvetlerinin değeri negatif, çift tam sayı olan kuvvetlerinin değeri pozitiftir.

Örnek

(-10), (-2) ve 5 tam sayılarının 3 ve 4. kuvvetlerinin değerlerini bulunuz.

Çözüm

- $(-10)^3 = (-10)\cdot(-10)\cdot(-10) = -1000$
- $(-10)^4 = (-10)\cdot(-10)\cdot(-10)\cdot(-10) = 10\,000$
- $(-2)^3 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = -8$
- $(-2)^4 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = 16$
- $5^3 = 5\cdot5\cdot5 = 125$
- $5^4 = 5\cdot5\cdot5\cdot5 = 625$

Örnek

Yandaki tabloda bazı üslü ifadeler verilmiştir. Tablodaki renkli bölümlere yanındaki üslü ifadenin değerini yazınız.

Üslü İfade	Değeri
$(-7)^2$	
$(-2)^7$	
5^5	
6^4	

Çözüm

Tabloda verilen üslü ifadelerin değerlerini hesaplayalım.

- $(-7)^2 = (-7)\cdot(-7) = 49$
- $(-2)^7 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = -128$
- $5^5 = 5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5 = 3125$
- $6^4 = 6\cdot6\cdot6\cdot6 = 1296$

Üslü ifadelerin değerleri yanlarındaki renkli bölmelere yazıldığında yandaki tablo elde edilir.

Üslü İfade	Değeri
$(-7)^2$	49
$(-2)^7$	-128
5^5	3125
6^4	1296

Bilgi Kutusu

-1 tam sayısının tek tam sayı olan kuvvetlerinin değeri -1, çift tam sayı olan kuvvetlerinin değeri 1'dir.

Örnek

$(-1)^{20} - (-1)^{19} =$ $\quad$ $(-1)^{17} + 1^{21} =$ $\quad$ $(-1)^{25} + (-1)^{33} =$ $\quad$ $0^{17} + (-1)^{42} =$

-2 $\quad$ -1 $\quad$ 0 $\quad$ 1 $\quad$ 2

Yukarıdaki işlemler ile işlemlerin sonucu olan tam sayılar eşleştirildiğinde hangi tam sayının açıkta kalacağını bulunuz.

Çözüm

İşlemlerin sonuçlarını bulalım.

- $(-1)^{20}-(-1)^{19}=1-(-1)=1+1=2$
- $(-1)^{17}+1^{21}=-1+1=0$
- $(-1)^{25}+(-1)^{33}=-1+(-1)=-1-1=-2$
- $0^{17}+(-1)^{42}=0+1=1$

İşlemler ile işlemlerin sonuçları eşleştirildiğinde -1 tam sayısı açıkta kalır.

Örnek

İstanbul

Trabzon

Antalya

Mardin

Yukarıda görselleri verilen şehirlerin aynı güne ait ortalama hava sıcaklıkları www.mgm.gov.tr adresinden alınmış ve yandaki tablo oluşturulmuştur. Buna göre tablodaki en sıcak ve en soğuk şehirlerin ortalama hava sıcaklıklarının farkını bulunuz.

Tablo: Görselleri Verilen Şehirlerin Ortalama Hava Sıcaklıkları

Şehirler	Ortalama Hava Sıcaklıkları (°C)
İstanbul	$(-3)^2$
Trabzon	$(-2)^3$
Antalya	2^4
Mardin	$(-1)^7$

Çözüm

Tabloda aynı güne ait ortalama hava sıcaklıkları verilen her bir şehrin günlük ortalama hava sıcaklıklarını belirten tam sayıları bulalım.

İstanbul $\longrightarrow (-3)^2=(-3)\cdot(-3)=9$

Trabzon $\longrightarrow (-2)^3=(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)=-8$

Antalya $\longrightarrow 2^4=2\cdot2\cdot2\cdot2=16$

Mardin $\longrightarrow (-1)^7=-1$

Tablodaki şehirlerden en sıcak olanı 16 °C ile Antalya, en soğuk olanı -8 °C ile Trabzon'dur. 16 °C ile -8 °C arasındaki sıcaklık farkını bulalım.

$16-(-8)=16+8=24\,°C$

O hâlde tablodaki en sıcak ve en soğuk şehirlerin ortalama hava sıcaklıklarının farkı 24 °C'tur.

Bilgi Kutusu

Bir tam sayının negatif tam sayı kuvvetinin değeri bulunurken önce tam sayının çarpma işlemine göre tersi alınarak kuvvet pozitif tam sayı hâline getirilir. Daha sonra elde edilen üslü ifadenin değeri hesaplanır.

- $3^{-5}=\left(\frac{1}{3}\right)^{+5}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{243}$
- $2^{-4}=\left(\frac{1}{2}\right)^{+4}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

Örnek

(– 6), (– 2) ve 4 tam sayılarının (– 2) ve (– 3). kuvvetlerinin değerlerini bulunuz.

Çözüm

- $(-6)^{-2} = \left(\frac{1}{-6}\right)^{+2} = \left(\frac{1}{-6}\right)\cdot\left(\frac{1}{-6}\right) = \frac{1}{36}$
- $(-6)^{-3} = \left(\frac{1}{-6}\right)^{+3} = \left(\frac{1}{-6}\right)\cdot\left(\frac{1}{-6}\right)\cdot\left(\frac{1}{-6}\right) = -\frac{1}{216}$
- $(-2)^{-2} = \left(\frac{1}{-2}\right)^{+2} = \left(\frac{1}{-2}\right)\cdot\left(\frac{1}{-2}\right) = \frac{1}{4}$
- $(-2)^{-3} = \left(\frac{1}{-2}\right)^{+3} = \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$
- $4^{-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{+2} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
- $4^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^{+3} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{64}$

Örnek

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $(-1)^7 + (-2)^{-4} + 3^1 =$ **b)** $(-5)^{-2} + (-2)^{-1} =$ **c)** $(-1)^6 - (-3)^{-3} =$

Çözüm

Verilen işlemleri yapalım.

a) $(-1)^7 + (-2)^{-4} + 3^1 = -1 + \left(\frac{1}{-2}\right)^4 + 3 = -1 + \frac{1}{16} + 3 = 2 + \frac{1}{16} = \frac{2}{1} + \frac{1}{16} = \frac{32}{16} + \frac{1}{16} = \frac{33}{16}$

(16)

b) $(-5)^{-2} + (-2)^{-1} = \left(\frac{1}{-5}\right)^2 + \left(\frac{1}{-2}\right)^1 = \frac{1}{25} + \left(-\frac{1}{2}\right)$

$= \frac{1}{25} - \frac{1}{2}$

(2) (25)

$= \frac{2}{50} - \frac{25}{50} = -\frac{23}{50}$

c) $(-1)^6 - (-3)^{-3} = 1 - \left(\frac{1}{-3}\right)^3 = 1 - \left(-\frac{1}{27}\right)$

$= 1 + \frac{1}{27}$

$= \frac{1}{1} + \frac{1}{27}$

(27)

$= \frac{27}{27} + \frac{1}{27} = \frac{28}{27}$

Örnek

$(-2)^{-5}$ $\quad$ 2^{-4} $\quad$ $(-1)^{-10}$

Yukarıda verilen kutucuklardaki üslü ifadelerin değerlerini bularak üslü ifadeleri büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

Üslü ifadelerin değerlerini bulalım.

- $(-2)^{-5} = \left(\frac{1}{-2}\right)^5 = -\frac{1}{32}$
- $2^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$
- $(-1)^{-10} = 1$

$1 > \frac{1}{16} > -\frac{1}{32}$ olduğundan üslü ifadeler, $(-1)^{-10} > 2^{-4} > (-2)^{-5}$ olarak büyükten küçüğe doğru sıralanır.

Örnek

$(-3)^{-6}$, 5^{-4} ve $(-6)^{-2}$ üslü ifadelerinin değerlerinin hangi ardışık iki tam sayının arasında olduğunu bulunuz.

Çözüm

Üslü ifadelerin değerlerini bulalım.

- $(-3)^{-6} = \left(\frac{1}{-3}\right)^6 = \frac{1}{729}$
- $5^{-4} = \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \frac{1}{625}$
- $(-6)^{-2} = \left(\frac{1}{-6}\right)^2 = \frac{1}{36}$

$\frac{1}{729}$, $\frac{1}{625}$ ve $\frac{1}{36}$ sayıları, 0 ile 1'in arasındadır.

Örnek

$(-7)^{-3}$ $\quad$ $(-2)^{-7}$ $\quad$ $(-1)^{-11}$ $\quad$ $(-3)^{-5}$

Yukarıda verilen kutucuklardaki üslü ifadelerin değerlerinin hangi ardışık iki tam sayının arasında olduğunu bulunuz.

Çözüm

Kutucuklardaki üslü ifadelerin değerlerini bulalım.

- $(-7)^{-3} = \left(\frac{1}{-7}\right)^3 = -\frac{1}{343}$
- $(-2)^{-7} = \left(\frac{1}{-2}\right)^7 = -\frac{1}{128}$
- $(-1)^{-11} = -1$
- $(-3)^{-5} = \left(\frac{1}{-3}\right)^5 = -\frac{1}{243}$

$-\frac{1}{343}, -\frac{1}{128}, -1$ ve $-\frac{1}{243}$ sayıları, 0 ile -1'in (-1 dâhil) arasındadır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $(-1)^{-9} =$ **b)** $(-2)^{10} =$ **c)** $2^{5} =$ **ç)** $(-5)^{3} =$

d) $3^{-1} =$ **e)** $(-4)^{-2} =$ **f)** $5^{-3} =$ **g)** $13^{1} =$

2. Şemalardaki üslü ifadelerin değerlerini bularak şemalarda belirtilen işlemleri yapınız. Bulduğunuz sonuçları boş kutucuklara yazınız.

a) $(-2)^{8}$ 2^{-1} (+)

b) $(-1)^{20}$ 1^{-20} (−)

c) $(-3)^{-3}$ $(-3)^{2}$ (+)

3. $(-7)^{-2}$ $(-1)^{-3}$ $(-2)^{5}$ 3^{-4}

Yukarıdaki kutucuklarda verilen üslü ifadelerin değerlerini bulunuz. Değeri en büyük olan üslü ifadeyi belirleyiniz.

Üslü İfadeler ile İlgili Temel Kurallar

Bilim insanları, evrendeki yıldız sayısını yaklaşık olarak belirleyebilmek için galaksilerde ortalama aynı sayıda yıldız olduğunu kabul ederler. Örneğin Güneş sisteminin içinde yer aldığı Samanyolu galaksisinde kütlesi, Güneş'in kütlesine eş değer olan en az 100 milyar yıldız olduğu kabul edilmektedir.

Bilim insanları, evrende 10^{11} galaksi olduğunu düşündüklerine göre evrende en az kaç yıldız olduğu belirlenirken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

a, sıfırdan farklı bir sayı ve n bir tam sayı olmak üzere

$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$, $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ ve $a^0 = 1$ olarak yazılır.

Örnek

5^3, 5^{-3} ve 5^0 ifadelerinin değerlerini bulunuz.

Çözüm

$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{125}$

$5^0 = 1$

Örnek

$2^{-4} + 2^2 + 9^0$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$2^{-4} + 2^2 + 9^0 = \frac{1}{2^4} + 4 + 1$

$= \frac{1}{16} + 5$

$= \frac{1}{16} + \frac{80}{16} = \frac{81}{16}$

Örnek

$7^{\square} = \frac{1}{7^{-6}}$ ve $\frac{1}{3^2} = 3^{\diamondsuit}$ olmak üzere $\square^{\diamondsuit}$ ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$7^{\square} = \frac{1}{7^{-6}} = 7^6$ olduğundan $\square$ yerine 6 yazılmalıdır.

$\frac{1}{3^2} = 3^{-2} = 3^{\diamondsuit}$ olduğundan $\diamondsuit$ yerine -2 yazılmalıdır.

$\square^{\diamondsuit} = 6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$

Bilgi Kutusu

Tabanları aynı olan üslü ifadeler çarpılırken taban aynen alınır. Üslerin toplamı, tabana üs olarak yazılır.

a, sıfırdan farklı ve n ile m tam sayı olmak üzere $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ olarak yazılır.

Örnek

$3^2 \cdot 3^4$ ile $7^4 \cdot 7^5$ işlemlerinin sonuçlarını iki farklı yolla bulunuz.

Çözüm

I. Yol

$3^2 \cdot 3^4 = \underbrace{3 \cdot 3}_{2\text{ tane}} \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4\text{ tane}} = 3^6$

II. Yol

$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$

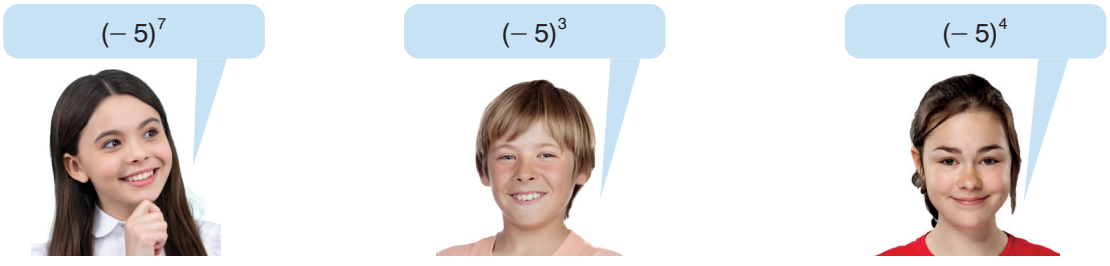
I. Yol

$7^4 \cdot 7^5 = \underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}_{4\text{ tane}} \cdot \underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}_{5\text{ tane}} = 7^9$

II. Yol

$7^4 \cdot 7^5 = 7^{4+5} = 7^9$

Örnek



Öğrencilerin belirttikleri üslü ifadelerin çarpımını bulunuz.

Çözüm

$(-5)^7 \cdot (-5)^3 \cdot (-5)^4 = (-5)^{7+3+4} = (-5)^{14} = 5^{14}$

Örnek

Sedat Bey, ihtiyaç sahiplerine dağıtmak için 2^6 adet kolinin her birine 2^3 paket şeker koyuyor. Buna göre Sedat Bey'in hazırladığı kolilerde bulunan toplam şeker paketi sayısını bulunuz.

Çözüm

Sedat Bey'in hazırladığı kolilerde bulunan toplam şeker paketi sayısı bulunurken 2^6 ile 2^3 ifadeleri çarpılır.

$2^6 \cdot 2^3 = 2^{6+3} = 2^9$

Sedat Bey'in ihtiyaç sahiplerine dağıtmak için hazırladığı kolilerde toplam $2^9 = 512$ şeker paketi bulunmaktadır.

Bilgi Kutusu

Tabanları aynı olan üslü ifadelerle bölme işlemi yapılırken taban aynen alınır. Pay kısmındaki üslü ifadenin üssünden (kuvvetinden) payda kısmındaki üslü ifadenin üssü (kuvveti) çıkarılır. Fark, tabana üs olarak yazılır.

a, sıfırdan farklı ve k ile n tam sayılar olmak üzere; $\frac{a^k}{a^n} = a^{k-n}$ olarak yazılır.

Örnek

$\frac{11^7}{11^3}$ ile $\frac{5^4}{5^6}$ işlemlerinin sonuçlarını iki farklı yolla bulunuz.

Çözüm

I. Yol

$$\frac{11^7}{11^3} = \frac{\cancel{11}\cdot\cancel{11}\cdot\cancel{11}\cdot 11\cdot 11\cdot 11\cdot 11}{\cancel{11}\cdot\cancel{11}\cdot\cancel{11}} = 11^4$$

II. Yol

$$\frac{11^7}{11^3} = 11^{7-3} = 11^4$$

I. Yol

$$\frac{5^4}{5^6} = \frac{\cancel{5}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{5}}{\cancel{5}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{5}\cdot 5\cdot 5} = \frac{1}{5^2} = 5^{-2}$$

II. Yol

$$\frac{5^4}{5^6} = 5^{4-6} = 5^{-2}$$

Örnek

$\triangle = 13^7$, $\square = 13^3$ ve $\diamondsuit = 13^6$ olmak üzere $\frac{\triangle}{\diamondsuit} \cdot \square$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\frac{\triangle}{\diamondsuit} \cdot \square = \frac{13^7}{13^6} \cdot 13^3 = 13^{7-6} \cdot 13^3$$

$$= 13^1 \cdot 13^3$$

$$= 13^{1+3}$$

$$= 13^4$$

Örnek

Yazar Mehtap Hanım'ın yazdığı son kitap 10^4 adet basıldı. Yayınevi, 10^4 adet kitabı her kitabevine 10^2 adet olacak şekilde gönderdi.

Buna göre yayınevinin Mehtap Hanım'ın yazdığı son kitabı kaç kitabevine gönderdiğini bulunuz.

Çözüm

Yayınevinin Mehtap Hanım'ın yazdığı son kitabı kaç kitabevine gönderdiği bulunurken 10^4 ifadesi 10^2 ifadesine bölünür.

$$\frac{10^4}{10^2} = 10^{4-2} = 10^2 = 100$$

Yayınevi, Mehtap Hanım'ın yazdığı son kitabı 100 kitabevine göndermiştir.

Bilgi Kutusu

Üsleri aynı olan üslü ifadeler çarpılırken üs aynen alınır. Tabanların çarpımı, üsse taban olarak yazılır.

a, b sıfırdan farklı sayılar ve k tam sayı olmak üzere $(a \cdot b)^k = a^k \cdot b^k$ olarak yazılır.

Örnek

$7^6 \cdot 2^6$	$\frac{5^7 \cdot 2^{12}}{2^5}$	$5^0 + (-2)^0$	$(7 + 2^3)^0$

Kutucuklardaki işlemleri yapınız.

Çözüm

- $7^6 \cdot 2^6 = (7 \cdot 2)^6 = 14^6$
- $\frac{5^7 \cdot 2^{12}}{2^5} = 5^7 \cdot 2^{12-5} = 5^7 \cdot 2^7 = (5 \cdot 2)^7 = 10^7$
- $5^0 + (-2)^0 = 1 + 1 = 2$
- $(7 + 2^3)^0 = (7 + 8)^0 = 15^0 = 1$

Örnek

Bir dikdörtgenin uzun kenarı 3^5 cm, kısa kenarı 2^5 cm uzunluğundadır. Buna göre dikdörtgenin alanını bulunuz.

Çözüm

Dikdörtgenin alanı, uzun ve kısa kenar uzunluklarının çarpımına eşittir.

Alan $= 3^5 \cdot 2^5 = (3 \cdot 2)^5 = 6^5$ cm^2

Örnek

$\triangle^8 = 5^8 \cdot 7^8$ olduğuna göre $\triangle$ yerine yazılması gereken tam sayıyı bulunuz.

Çözüm

$(5 \cdot 7)^8 = 5^8 \cdot 7^8$ olduğuna göre $\triangle$ yerine $5 \cdot 7 = 35$ yazılmalıdır.

Bilgi Kutusu

Üsleri aynı olan üslü ifadeler bölünürken üs aynen alınır. Tabanların bölümü, üsse taban olarak yazılır.

k tam sayı, a, b gerçek sayılar ve b sıfırdan farklı olmak üzere $\left(\frac{a}{b}\right)^k = \frac{a^k}{b^k}$ olarak yazılır.

Örnek

$\frac{10^8}{2^8}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\frac{10^8}{2^8} = \left(\frac{10}{2}\right)^8$$
$$= 5^8$$

Örnek

$20^6 = \frac{40^6}{\triangle^6}$ $\qquad$ $\left(\frac{\square}{7}\right)^{10} = 3^{10}$

Kutucuklarda verilen ifadelerdeki sembollerin yerine yazılması gereken tam sayıları bulunuz.

Çözüm

- $20^6 = \left(\frac{40}{2}\right)^6 = \frac{40^6}{2^6} = \frac{40^6}{\triangle^6}$ olduğuna göre $\triangle$ yerine 2 yazılmalıdır.
- $\left(\frac{\square}{7}\right)^{10} = \frac{\square^{10}}{7^{10}}$ bulunur.

  $\frac{21^{10}}{7^{10}} = 3^{10}$ olduğundan $\square$ yerine 21 yazılmalıdır.

Bilgi Kutusu

a, sıfırdan farklı ve n ile m tam sayılar olmak üzere $(a^n)^m = a^{n\cdot m}$ olarak yazılır.

Örnek

2^{14} ve 7^6 üslü ifadelerinin küplerini iki farklı yolla bulunuz.

Etkileşimli içerik

Çözüm

I. Yol

$(2^{14})^3 = 2^{14}\cdot 2^{14}\cdot 2^{14} = 2^{14+14+14}$
$= 2^{42}$

II. Yol

$(2^{14})^3 = 2^{14\cdot 3} = 2^{42}$

I. Yol

$(7^6)^3 = 7^6\cdot 7^6\cdot 7^6 = 7^{6+6+6}$
$= 7^{18}$

II. Yol

$(7^6)^3 = 7^{6\cdot 3} = 7^{18}$

Örnek

Fatih'in belirttiği üslü sayının Gülşen'in belirttiği üslü sayıya oranını bulunuz.

Çözüm

Fatih'in ifadesinde belirttiği üslü sayıyı bulalım.

$4^{20} \cdot 64 = (2^2)^{20} \cdot 2^6 = 2^{40} \cdot 2^6 = 2^{40+6} = 2^{46}$

Gülşen'in ifadesinde belirttiği üslü sayıyı bulalım.

$(2^8)^5 = 2^{8 \cdot 5} = 2^{40}$

Fatih'in belirttiği üslü sayının Gülşen'in belirttiği üslü sayıya oranını bulalım.

$\frac{2^{46}}{2^{40}} = 2^{46-40} = 2^6 = 64$

Fatih'in belirttiği üslü sayının Gülşen'in belirttiği üslü sayıya oranı 64'tür.

Örnek

3^{-5} üslü ifadesinin (-6). kuvvetinin 27 sayısına oranını bulunuz.

Çözüm

3^{-5} üslü ifadesinin (-6). kuvvetini bulalım.

$(3^{-5})^{-6} = 3^{(-5)\cdot(-6)} = 3^{30}$

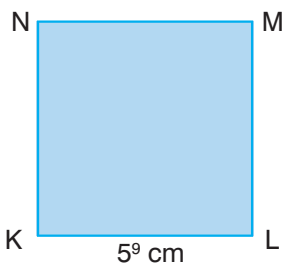
3^{30} ifadesinin 27 sayısına oranını bulalım.

$\frac{3^{30}}{27} = \frac{3^{30}}{3^3} = 3^{30-3} = 3^{27}$

3^{-5} üslü ifadesinin (-6). kuvvetinin 27 sayısına oranı 3^{27}dir.

Örnek

Yandaki KLMN karesinin bir kenar uzunluğu 5^9 cm'dir. Buna göre KLMN karesinin alanını bulunuz.



Çözüm

KLMN karesinin alanı, bir kenar uzunluğunun karesine eşittir.

Alan $= (5^9)^2 = 5^{9 \cdot 2} = 5^{18}$ cm^2

KLMN karesinin alanı 5^{18} cm^{2}dir.

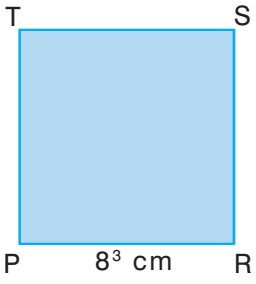
Alıştırmalar

1. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\dfrac{5^8 \cdot 5^6}{(25)^{-3}} =$ **b)** $\dfrac{3^9 \cdot 27^4}{(3^2)^4} =$ **c)** $\dfrac{5}{2^{-8}} =$

ç) $\left(\dfrac{11}{2}\right)^8 \cdot \dfrac{2^{-8}}{11^8} =$ **d)** $\dfrac{(-7^5)^0 \cdot 7^4}{7^{-4}} =$ **e)** $\left(\dfrac{125^8 \cdot 5^{-6}}{5^{-20}}\right)^0 =$

2. Yandaki PRST karesinin bir kenar uzunluğu 8^3 cm ise alanı kaç cm^2dir?



3. $(64)^8$ sayısının 5. kuvvetinin $\dfrac{1}{16}$'i kaçtır?

4. Bir dikdörtgenin kenar uzunlukları 7^{-5} cm ve 49^{-1} cm ise alanı kaç cm^2dir?

5. Bir depoya 2^{10} adet koli, her kolinin içine 2^6 adet kutu ve her kutunun içine 2^4 oyuncak paketi konulmuştur. Buna göre depoya kaç oyuncak paketi konulmuştur?

Ondalık Gösterimleri Çözümleme

Baharatçı Suat Bey, terazinin bir kefesine tartacağı baharatları, diğer kefesine ise 4 adet 0,01 kg; 3 adet 0,1 kg; 2 adet 1 kg ve 1 adet 2 kg'lık kütleyi koyuyor. Buna göre Suat Bey'in terazi ile tarttığı baharatın kütlesi bulunurken hangi çarpma ve toplama işlemleri yapılabilir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Bir ondalık gösterim çözümlenirken ondalık gösterimdeki rakamların basamak değerleri, 10'un kuvvetini içerecek şekilde yazılır. Daha sonra bu değerler toplama işlemi şeklinde yazılır.

Örnek

Aşağıdaki ondalık gösterimleri çözümleyiniz.

a) 29,4 **b)** 108,07 **c)** 7,265

Çözüm

a) $29,4 = 2\cdot 10 + 9\cdot 1 + 4\cdot 0,1$

$= 2\cdot 10 + 9\cdot 1 + 4\cdot \frac{1}{10}$

$= 2\cdot 10^{1} + 9\cdot 10^{0} + 4\cdot 10^{-1}$

b) $108,07 = 1\cdot 100 + 0\cdot 10 + 8\cdot 1 + 0\cdot 0,1 + 7\cdot 0,01$

$= 1\cdot 100 + 0\cdot 10 + 8\cdot 1 + 0\cdot \frac{1}{10} + 7\cdot \frac{1}{100}$

$= 1\cdot 10^{2} + 8\cdot 10^{0} + 7\cdot 10^{-2}$

c) $7,265 = 7\cdot 1 + 2\cdot 0,1 + 6\cdot 0,01 + 5\cdot 0,001$

$= 7\cdot 1 + 2\cdot \frac{1}{10} + 6\cdot \frac{1}{100} + 5\cdot \frac{1}{1000}$

$= 7\cdot 10^{0} + 2\cdot 10^{-1} + 6\cdot 10^{-2} + 5\cdot 10^{-3}$

Örnek

$7\cdot 10^{3} + 6\cdot 10^{0} + 3\cdot 10^{-1} + 4\cdot 10^{-3}$

Yukarıdaki kutucukta 10'un tam sayı kuvvetleri kullanılarak çözümlenen ondalık gösterimi yazınız.

Çözüm

$7\cdot 10^{3} + 6\cdot 10^{0} + 3\cdot 10^{-1} + 4\cdot 10^{-3}$

$= 7\cdot 1000 + 6\cdot 1 + 3\cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{1} + 4\cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{3}$

$= 7\cdot 1000 + 6\cdot 1 + 3\cdot \frac{1}{10} + 4\cdot \frac{1}{1000}$

$= 7000 + 6 + 0,3 + 0,004$

$= 7006,304$

Kutucukta 7006,304 ondalık gösterimi çözümlenmiştir.

Örnek

$28,362 = 2\cdot \triangle + 8\cdot 10^{0} + 3\cdot \square + 6\cdot \bigstar + 2\cdot 10^{-3}$

Yukarıdaki kutucukta 28,362 ondalık gösterimi çözümlenmiştir. Buna göre $\triangle$, $\square$ ve $\bigstar$ yerine yazılması gereken üslü ifadeleri belirleyiniz.

Çözüm

28,362 ondalık gösterimini çözümleyelim.

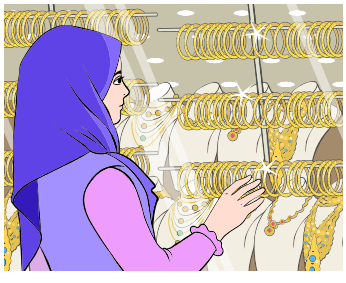
$28,362 = 2\cdot 10^{1} + 8\cdot 10^{0} + 3\cdot 10^{-1} + 6\cdot 10^{-2} + 2\cdot 10^{-3}$

$= 2\cdot \triangle + 8\cdot 10^{0} + 3\cdot \square + 6\cdot \bigstar + 2\cdot 10^{-3}$

Buna göre $\triangle$ yerine 10^{1}, $\square$ yerine 10^{-1}, $\bigstar$ yerine 10^{-2} yazılmalıdır.

Örnek

Suzan Hanım, kuyumcudan 13,25 g ağırlığında altın bilezik aldı. Suzan Hanım'ın aldığı altın bileziğin gram biriminde ağırlığını belirten ondalık gösterimi çözümleyiniz.



Çözüm

13,25 ondalık gösterimini çözümleyelim.

$13,25 = 1\cdot 10^{1} + 3\cdot 10^{0} + 2\cdot 10^{-1} + 5\cdot 10^{-2}$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki ondalık gösterimleri çözümleyiniz.

a) 0,02 **b)** 1,372 **c)** 7,006 **ç)** 16,45

d) 23,231 **e)** 62,4 **f)** 326,2 **g)** 841,18

ğ) 400,004 **h)** 1001,6 **ı)** 7246,73 **i)** 8282,828

2. $7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-3}$

Yukarıdaki kutucukta çözümlenmiş hâli verilen sayıyı bulunuz.

3. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

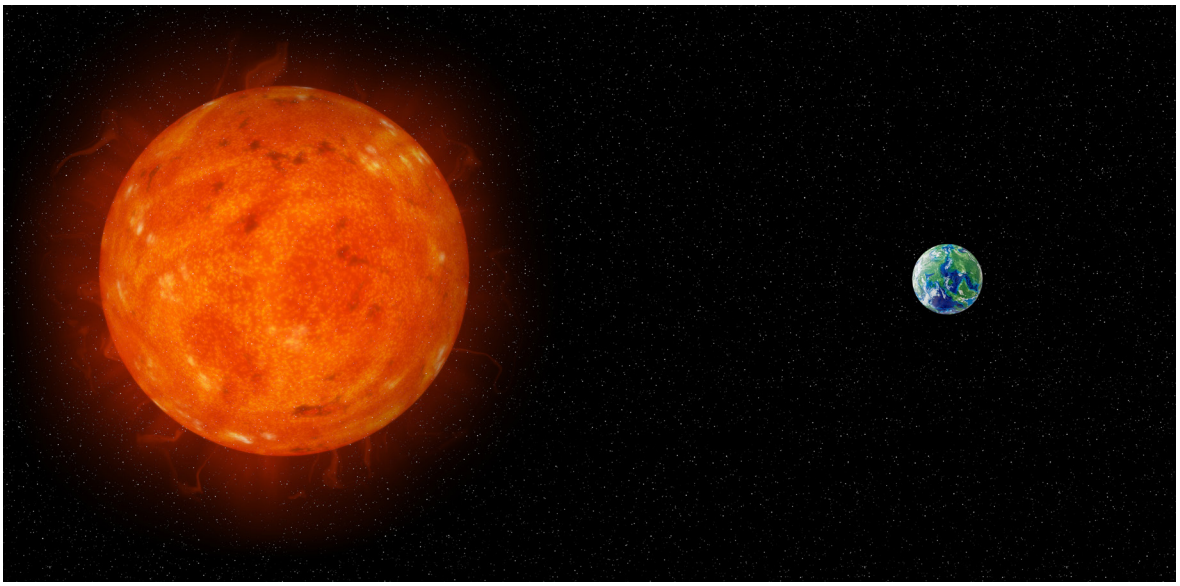
☐ **a)** 32,007 ondalık gösterimi çözümlenirken 7 sayısı ile 10^{-3} üslü ifadesi çarpılır.

☐ **b)** 2,57 ondalık gösterimi çözümlenirken 7 sayısı ile 10^2 üslü ifadesi çarpılır.

☐ **c)** Çözümlenirken 7 rakamı ile 10^{-1} üslü ifadesi çarpılan ondalık gösterim 12,738 olabilir.

☐ **ç)** Ayşe, 1, 3, 5, 6, 0 rakamlarını birer kez kullanarak tam kısmı iki basamaklı en küçük ondalık gösterimi yazıyor. Yazdığı ondalık gösterimi doğru bir şekilde çözümlüyor. Buna göre Ayşe 1 rakamı ile 10^{-2} üslü ifadesini çarpmıştır.

Bir Sayıyı 10'un Farklı Tam Sayı Kuvvetlerini Kullanarak İfade Etme ve Bilimsel Gösterim



Yukarıda Güneş ve Dünya'nın görselleri verilmiştir. Dünya'ya en yakın olan yıldız Güneş'tir ve Dünya, Güneş'in etrafında dolanmaktadır. Dünya ile Güneş'in arasındaki uzaklık ortalama 149 600 000 km'dir. Dünya ile Güneş'in arasındaki uzaklığı "km" biriminde 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak yazarken nasıl bir yol izleyebilirsiniz? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

10'un bazı tam sayı kuvvetleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

- $10^4 = 10\,000$
- $10^{-7} = \frac{1}{10^7} = \frac{1}{10\,000\,000} = 0,0000001$
- $10^8 = 100\,000\,000$
- $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$

Örnek

784 000 000 sayısını 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade ediniz.

Çözüm

784 000 000 sayısını 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak altı farklı şekilde ifade edelim.

- $784\,000\,000 = 784\,000 \cdot 10^3$
- $784\,000\,000 = 7840 \cdot 10^5$
- $784\,000\,000 = 784 \cdot 10^6$
- $784\,000\,000 = 78,4 \cdot 10^7$
- $784\,000\,000 = 7,84 \cdot 10^8$
- $784\,000\,000 = 0,784 \cdot 10^9$

Örnek

$36,5 \cdot 10^6$ sayısını, 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade ediniz.

Çözüm

$$36,5 \cdot 10^6 = \underbrace{36,5 \cdot 10^1} \cdot 10^5$$

$$= 365 \cdot 10^5 = 36\,500\,000$$

36 500 000 sayısını, 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak beş farklı şekilde ifade edelim.

$$36,5 \cdot 10^6 = 36\,500\,000 = 365\,000 \cdot 10^2$$

$$= 36\,500 \cdot 10^3$$

$$= 365 \cdot 10^5$$

$$= 0,365 \cdot 10^8$$

$$= 0,0365 \cdot 10^9$$

Örnek

Bir bakterinin uzunluğu 0,0000026 mm'dir. Bakterinin "mm" birimindeki uzunluğunu 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak dört farklı şekilde ifade ediniz.

Çözüm

- $0,\underbrace{0000026} = 0,026 \cdot 10^{-4}$
  4 basamak
- $0,\underbrace{0000026} = 0,26 \cdot 10^{-5}$
  5 basamak
- $0,\underbrace{0000026} = 2,6 \cdot 10^{-6}$
  6 basamak
- $0,\underbrace{00000260} = 260 \cdot 10^{-8}$
  8 basamak

Örnek

$0,0000000284 = 2,84 \cdot 10^{\star}$ eşitliğindeki ★ yerine yazılması gereken tam sayıyı bulunuz.

Çözüm

0,0000000284 sayısını, 10'un tam sayı olan kuvveti ile çarpılan sayı 2,84 olacak şekilde yazalım.

$0,\underbrace{00000002}84 = 2,84 \cdot 10^{-8} = 2,84 \cdot 10^{\star}$ olduğuna göre ★ yerine -8 yazılmalıdır.
8 basamak

Bilgi Kutusu

a bir gerçek sayı ve $|a|$, 1 ile 10 arasında (1 dâhil), n bir tam sayı olmak üzere $a \cdot 10^n$ gösterimine **bilimsel gösterim** adı verilir.

Örnek

Aşağıdaki sayıların bilimsel gösterimlerini yazınız.

a) 987 000 000 **b)** $752 \cdot 10^{20}$ **c)** 0,0000000087

Çözüm

a) $\underbrace{9\,87\,000\,000}_{\text{8 basamak}} = 9{,}87 \cdot 10^8$ (9,87 sayısı, 1 ile 10 arasındadır.)

b) $\underbrace{752}_{\text{2 basamak}} \cdot 10^{20} = 7{,}52 \cdot 10^2 \cdot 10^{20} = 7{,}52 \cdot 10^{22}$ (7,52 sayısı, 1 ile 10 arasındadır.)

c) $0,\underbrace{000000008}_{\text{9 basamak}}7 = 8{,}7 \cdot 10^{-9}$ (8,7 sayısı, 1 ile 10 arasındadır.)

Örnek

Aşağıdaki sayılar ile bu sayıların bilimsel gösterimleri eşleştirildiğinde hangi bilimsel gösterimin açıkta kalacağını bulunuz.

0,00000000053	$5{,}3 \cdot 10^{-9}$
$530\,000 \cdot 10^{-16}$	$5{,}3 \cdot 10^{-10}$
0,0000000053	$5{,}3 \cdot 10^{-11}$
$5\,300\,000 \cdot 10^{-19}$	$5{,}3 \cdot 10^{-12}$
	$5{,}3 \cdot 10^{-13}$

Etkileşimli içerik

Çözüm

Sayıların bilimsel gösterimlerini yazalım.

- $0,\underbrace{0000000005}_{\text{10 basamak}}3 = 5{,}3 \cdot 10^{-10}$
- $\underbrace{530\,000} \cdot 10^{-16} = 5{,}3 \cdot 10^5 \cdot 10^{-16} = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ (5 basamak)
- $0,\underbrace{000000005}_{\text{9 basamak}}3 = 5{,}3 \cdot 10^{-9}$
- $5\,\underbrace{300\,000}\,\cdot 10^{-19} = 5{,}3 \cdot 10^6 \cdot 10^{-19} = 5{,}3 \cdot 10^{-13}$ (6 basamak)

Sayılar ile bilimsel gösterimleri eşleştirildiğinde $5{,}3 \cdot 10^{-12}$ bilimsel gösterimi açıkta kalır.

Bilgi Kutusu

Bilimsel gösterimle ifade edilen sayılar karşılaştırılırken önce bilimsel gösterimlerdeki 10'un kuvvetleri incelenir.

- 10'un kuvveti küçük olan bilimsel gösterimin değeri diğerinden daha küçüktür.
- Bilimsel gösterimlerdeki 10'un kuvvetleri eşit ise 10'un kuvveti ile çarpılan sayılar incelenir. İncelenen sayılardan, diğerinden daha küçük olanına ait bilimsel gösterimin değeri küçüktür.

Örnek

Mikroskopla bakıldığında mavi olarak görünen bir canlının kütlesi 0,0000000000000057 g, yeşil olarak görünen bir canlının kütlesi $61 \cdot 10^{-16}$ g'dır. Buna göre mikroskopla bakıldığında mavi ve yeşil olarak görünen canlıların g birimindeki kütlelerinin bilimsel gösterimlerinin değerlerini karşılaştırınız.

Çözüm

Mikroskopta mavi ve yeşil olarak görünen canlıların g birimindeki kütlelerini ayrı ayrı bilimsel gösterimle ifade edelim.

$0,\underbrace{000000000000005}_{\text{15 basamak}}7 = 5,7 \cdot 10^{-15}$

$61 \cdot 10^{-16} = 6,1 \cdot 10^{1} \cdot 10^{-16} = 6,1 \cdot 10^{-15}$

$5,7 \cdot 10^{-15}$ ile $6,1 \cdot 10^{-15}$ bilimsel gösterimlerindeki 10'un kuvvetleri eşittir. $5,7 < 6,1$ olduğundan karşılaştırma $5,7 \cdot 10^{-15} < 6,1 \cdot 10^{-15}$ olarak yazılır.

Örnek

İki bilimsel gösterimin değeri $2,\triangle 6 \cdot 10^{20} > 2,77 \cdot 10^{20}$ olarak karşılaştırılmıştır. Buna göre $\triangle$ yerine yazılabilecek rakamları belirleyiniz.

Çözüm

Bilimsel gösterimlerdeki 10'un kuvvetleri eşittir.

Öyleyse $2,\triangle 6 > 2,77$ karşılaştırması incelenir. $2,\triangle 6 \cdot 10^{20}$ ile $2,77 \cdot 10^{20}$ bilimsel gösterimlerindeki 10'un kuvvetleri eşittir. Bu sayıların tam kısımları da eşit olduğundan $\triangle$, 7'den büyük bir rakam olmalıdır. Buna göre $\triangle$ yerine 8 ve 9 rakamları yazılabilir.

Örnek

0,0000006 ile $748 \cdot 10^{-10}$ sayılarının bilimsel gösterimlerinin değerlerini karşılaştırınız.

Çözüm

0,0000006 ile $748 \cdot 10^{-10}$ sayılarının bilimsel gösterimlerini ayrı ayrı yazalım.

- $0,0000006 = 6 \cdot 10^{-7}$
- $748 \cdot 10^{-10} = 7,48 \cdot 10^{2} \cdot 10^{-10} = 7,48 \cdot 10^{-8}$

Bilimsel gösterimlerdeki 10'un kuvvetleri eşit değildir.

$-7 > -8$ olduğundan karşılaştırma $6 \cdot 10^{-7} > 7,48 \cdot 10^{-8}$ olarak yazılır.

Alıştırmalar

1. Seçeneklerde verilen sayıların her birini 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak üç farklı şekilde ifade ediniz.

a) 0,0000000254 **b)** $728 \cdot 10^{-8}$ **c)** $0,018 \cdot 10^{-10}$

ç) 986 000 000 **d)** $63 \cdot 10^{14}$ **e)** $0,5 \cdot 10^{26}$

2. Yandaki tabloda bazı sayılar verilmiştir. Sayıları inceleyiniz ve sayıları bilimsel gösterim şeklinde yazınız. Yazdığınız bilimsel gösterimlere göre tabloyu tamamlayınız.

Sayı	Bilimsel Gösterim
0,0000093	
1 610 000	
$76 \cdot 10^{-5}$	
$0,164 \cdot 10^{-21}$	
$0,0007 \cdot 10^{10}$	

3. Yandaki kutucuklarda bazı sayılar verilmiştir. Buna göre sizden istenenleri aşağıya yapınız.

A: 0,000076	B: $0,014 \cdot 10^{13}$
C: $28 \cdot 10^{-6}$	D: $9,6 \cdot 10^{-40}$
E: $1,4 \cdot 10^{23}$	F: 9 760 000 000

a) A ve C kutucuklarındaki sayıları, 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ikişer farklı şekilde ifade ediniz.

b) Bilimsel gösterimlerin bulunduğu kutucukları belirleyiniz.

c) B ile F kutucuklarındaki sayıları bilimsel gösterimle ifade ediniz. İfade ettiğiniz bilimsel gösterimlerin değerlerini karşılaştırınız.

1. Yandaki kutucuklarda verilen pozitif tam sayılara göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

A: 140	B: 242
C: 728	D: 330
E: 468	F: 861

a) A kutucuğundaki tam sayının pozitif tam sayı çarpanlarını bulunuz.

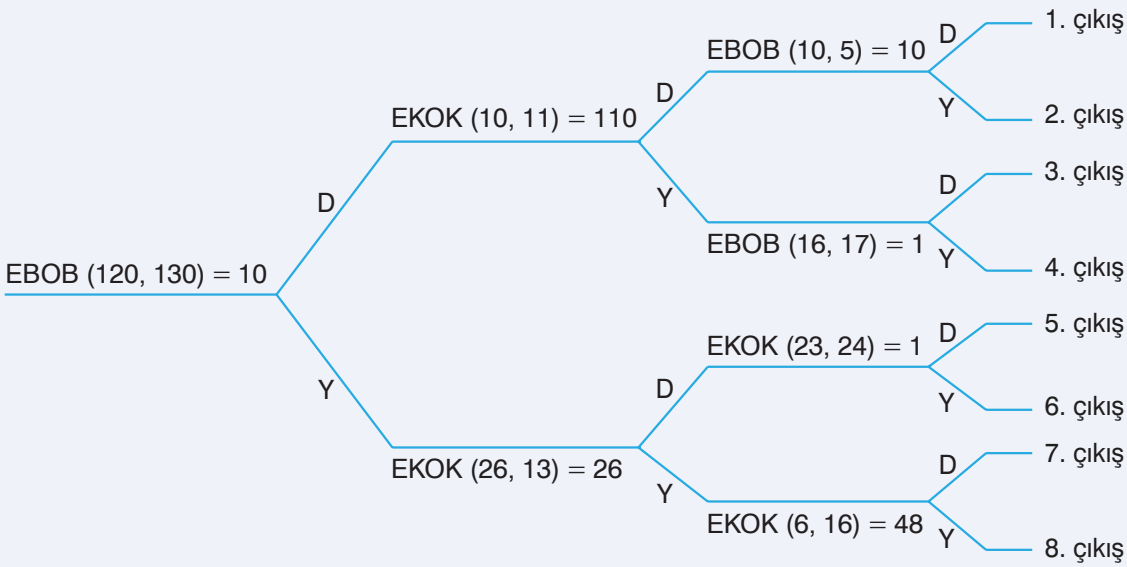
b) 3 farklı asal çarpanı olan pozitif tam sayıların bulundukları kutucukları belirleyiniz.

c) Kutucuklardaki pozitif tam sayılardan iki basamaklı en büyük pozitif tam sayı ile aralarında asal olanların bulunduğu kutucukları belirleyiniz.

ç) Üslü ifadelerin çarpımı şeklinde $2^3 \cdot 7^1 \cdot 13^1$ olarak yazılan pozitif tam sayının bulunduğu kutucuğu belirleyiniz.

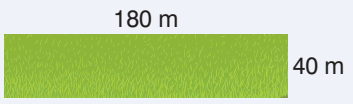
d) D kutucuğundaki pozitif tam sayıyı üslü ifadelerin çarpımı şeklinde defterinize yazınız.

2.



Yukarıda verilen şemadaki ifadeleri en soldan başlayarak inceleyiniz. İfadeler doğru ise "D", yanlış ise "Y" yolunu takip ediniz. Kaçıncı çıkışa ulaştınız? Yazınız.

3. Engin Bey, yanda ölçüleri verilen dikdörtgen şeklindeki tarlasının etrafına eşit aralıklarla ve her köşesine birer tane olmak koşuluyla fidan dikmiştir.



Buna göre Engin Bey, tarlasının etrafına en az kaç fidan dikmiştir?

A) 18 **B)** 20 **C)** 22 **D)** 25

4. Bir markette aynı markaya ait birbirine eş çikolataların tamamı ile yirmişerli ya da otuzarlı paketler yapılabiliyor. Markette 1000'den fazla çikolata olduğuna göre en az kaç çikolata vardır?

A) 1015 **B)** 1020 **C)** 1040 **D)** 1050

5. Zeynep kütüphaneye 2^{-3} km, evine 7^3 m, alışveriş merkezine 10^6 cm uzaklıktadır. Zeynep; ev, kütüphane ve alışveriş merkezinden kendisine en yakın olana gitmek istediğine göre nereye gitmelidir?

6. Aşağıdaki ifadelerin değerlerini noktalı yerlere yazınız.

a) $(-5)^{-1} =$ ..... **b)** $(-5)^{-2} =$ ..... **c)** $(-21)^0 =$ .....

ç) $-3^{-2} =$ ..... **d)** $(-6)^3 =$ ..... **e)** $4^{-3} =$ .....

f) $11^2 =$ ..... **g)** $(-3)^4 =$ ..... **ğ)** $(-1)^{14} =$ .....

7.

Bir depoda 2^8 adet koli, her kolide 2^3 adet kitap vardır. Buna göre depodaki kolilerde bulunan kitap sayısını üslü ifade ile gösteriniz.

8. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını noktalı yerlere yazınız.

a) $\left(\frac{1}{\frac{1}{10^{-7}}}\right)^{-3} =$ ..... **b)** $\frac{3^7 \cdot 3^6 \cdot 3^5 \cdot 3}{9^4} =$ ..... **c)** $\left((2^4)^2\right)^{-3} \cdot 2^6 =$ .....

ç) $\left[\left(\frac{-3}{5}\right)^2\right]^{-4} =$ ..... **d)** $\frac{2^{10} \cdot 5^{10}}{10^7} =$ ..... **e)** $\frac{125 \cdot 625}{5^6} =$ .....

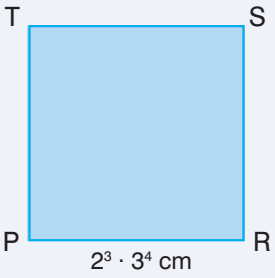
f) $\frac{18 \cdot 3^{20}}{2} =$ ..... **g)** $\frac{8^6 \cdot 2^9}{16^4} =$ ..... **ğ)** $\frac{(2^6)^{-3} \cdot 10^{-3}}{2^{-18}} =$ .....

h) $\left(\frac{5}{3}\right)^7 \cdot \frac{3^7}{5^3} =$ ..... **ı)** $\left(\frac{7^8 \cdot 7^{12}}{49^6}\right)^{-3} : 7^0 =$ ..... **i)** $\frac{21^3 \cdot 3^{-12}}{7^3} =$ .....

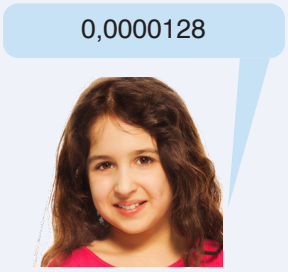
9. Aşağıdaki işlemler ile işlemlerin sonuçları eşleştirildiğinde hangi üslü ifade açıkta kalır?

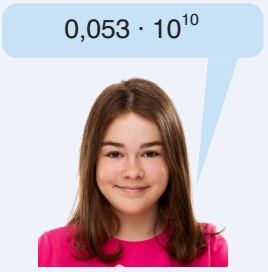
$\left(\frac{2}{8}\right)^{-5} \cdot 2^6 =$	2^{10}
$\left(\frac{1}{2^8}\right)^{-2} \cdot 2^{-3} =$	2^{11}
$\frac{20^5 \cdot 2^9}{10^5} =$	2^{12}
$\frac{16^4 \cdot 2^{-8}}{2^{-3}} =$	2^{13}
$\left[(2^{-2})^3\right]^{-2} =$	2^{14}
	2^{16}

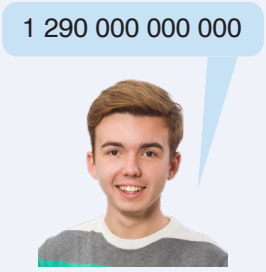
10. Yandaki PRST karesinin kenar uzunluğu $2^3 \cdot 3^4$ cm'dir. Buna göre PRST karesinin alanı kaç cm^2 dir?



11.





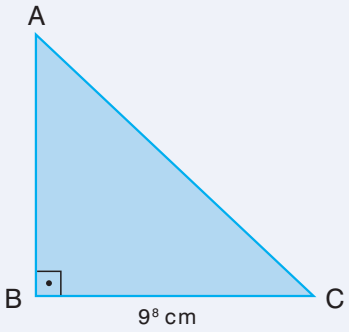


Öğrencilerin belirttiği her bir sayıyı, 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak iki farklı şekilde ifade ediniz.

12. 2^{-10} üslü ifadesinin değeri ile ilgili aşağıdakilerden hangisi söylenebilir?

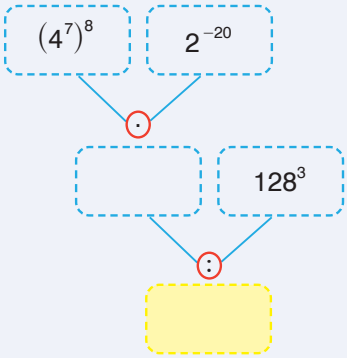
A) 1024'tür. **B)** Negatiftir. **C)** -1024'tür. **D)** 0 ile 1 arasındadır.

13. Yandaki ABC ikizkenar dik üçgeninde $|BC| = 9^8$ cm ise ABC ikizkenar dik üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?



A) $\frac{3^{32}}{2}$ **B)** 3^{31} **C)** $\frac{3^{31}}{2}$ **D)** 3^{30}

14. Yandaki şemada belirtilen işlemler yapıldığında sarı kutucuğa aşağıdakilerden hangisi yazılır?



A) 2^{26} **B)** 2^{70} **C)** 2^{71} **D)** 2^{73}

15. Aşağıdaki ondalık gösterimleri, 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümleyiniz.

a) 0,239 **b)** 10,27 **c)** 103,84 **ç)** 72,6

16. Aşağıdakilerden hangisi, 9 874 000 000 sayısının 10'un farklı tam sayı kuvvetleri kullanılarak ifade edilmiş hâli değildir?

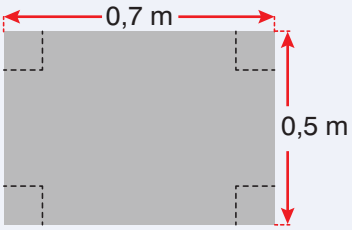
A) $9{,}874 \cdot 10^8$ **B)** $9874 \cdot 10^6$ **C)** $0{,}9874 \cdot 10^{10}$ **D)** $98\,740 \cdot 10^5$

17. $0{,}0000009 = \triangle \cdot 10^{\square}$ eşitliğinin sağ tarafında bir bilimsel gösterim olduğuna göre $\triangle + \square$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -2 **B)** -1 **C)** 1 **D)** 2

18. $27 \cdot 10^{-8}$ ile 0,000000027 sayılarını bilimsel gösterim ile ifade ediniz. İfade ettiğiniz bilimsel gösterimleri karşılaştırınız.

19. Şener, yanda ölçüleri verilen dikdörtgen şeklindeki kartondan kenar uzunluğu 0,1 m olan kare şeklindeki 4 eş parçayı kesiyor.



Şener, kalan parçayı ise yandaki gibi maviye boyuyor.

Buna göre Şener'in maviye boyadığı alanın m^2 biriminde çözümlenmiş hâli aşağıdakilerden hangisidir?

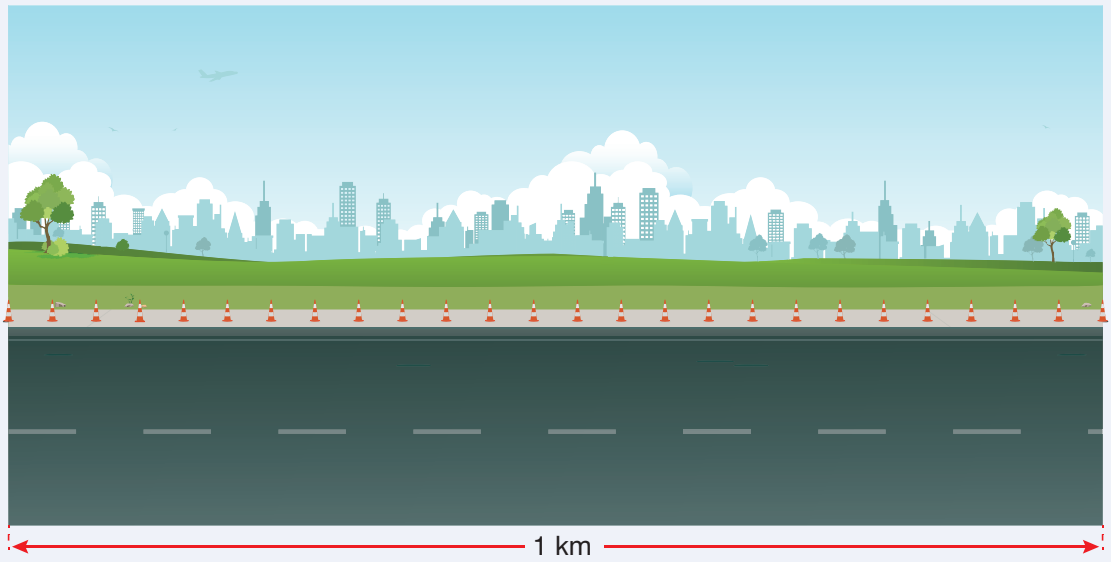
A) $2 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3}$

B) $3 \cdot 10^{0} + 1 \cdot 10^{-2}$

C) $2 \cdot 10^{1} + 3 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2}$

D) $3 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2}$

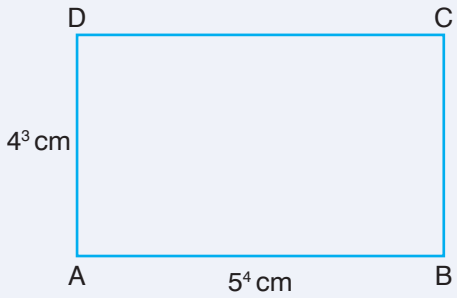
20.

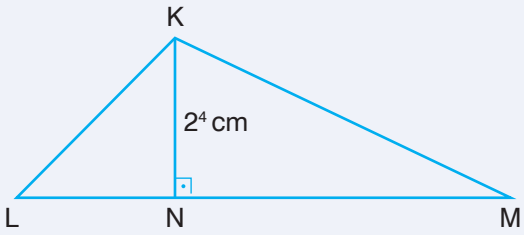


Bir şehir planlaması yapılırken 1 km'lik bir yol önce görseldeki gibi 25 eş parçaya ayrılıyor.

Sonra her bir parça tekrar 25 eş parçaya ayrılıyor. Son durumda en küçük eş parçalardan birinin km birimindeki uzunluğunun bilimsel gösterimini yazınız.

21.





Kenar uzunlukları 4^3 cm ve 5^4 cm olan ABCD dikdörtgeninin alanının %20'si kadar alana sahip olan KLM üçgeni yukarıda verilmiştir. [KN] ⊥ [LM] dır.

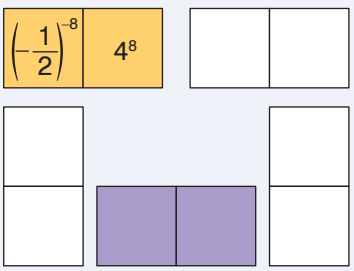
Buna göre, [LM] nın uzunluğu kaç santimetredir?

A) 10^2 **B)** 10^3 **C)** $2 \cdot 10^3$ **D)** $5 \cdot 10^3$

22. Dikdörtgen şeklindeki özdeş 5 kâğıt ortalarından bir çizgi çizilerek iki bölüme ayrıldıktan sonra bu bölümlere aşağıdaki gibi farklı üslü ifadeler yazılıyor.

$(-16)^4$	-16	$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-8}$	4^8	(-2^4)	-2^{-7}	$-\frac{1}{2^5}$	$(-16)^2$	$(-2)^{-5}$	$\left(-\frac{1}{2}\right)^{7}$

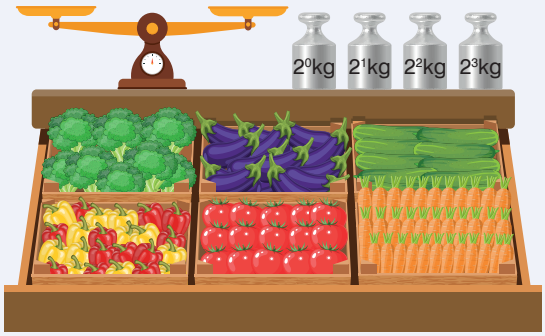
Bu kâğıtlardan biri aşağıdaki şekle yerleştirilmiştir. Daha sonra kâğıtların tamamı, üzerlerindeki eş üslü ifadeler uç uca gelecek biçimde yerleştirilecektir.



Bu bilgilere göre mor renkli bölme yerine hangi kâğıt yerleştirilmelidir?

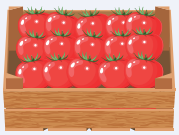
A) (-2^4) | -2^{-7} **B)** $-\frac{1}{2^5}$ | $(-16)^2$ **C)** $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-8}$ | 4^8 **D)** $(-2)^{-5}$ | $\left(-\frac{1}{2}\right)^{7}$

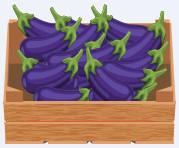
23.

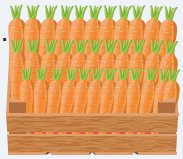


Bir manav, ürünlerini yukarıdaki eşit kollu terazide tartarak satmaktadır.

Manav, eşit kollu terazinin sol kefesine tartılacak sebze ve meyveleri, sağ kefesine ise görseldeki kütleleri yerleştirmektedir.

I. 
5 kg domates

II. 
15 kg patlıcan

III. 
11 kg havuç

IV.
16 kg biber

Buna göre manav verilen kütlelerle numaralanmış ürünlerin kaç tanesini tek seferde tartarak satabilir?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

24. Bir internet sitesinden dört farklı ürün beğenen Ahmet Bey'in beğendiği ürünlerin fiyatlarının ve kargo ücretinin TL biriminde çözümlenmiş şekli aşağıda verilmiştir.

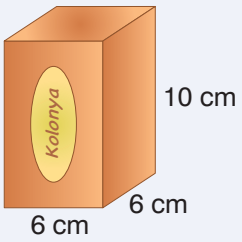
Kargo	6,40 TL
Resim Defteri	$8.10^1 + 9.10^0 + 7.10^{-1} + 5.10^{-2}$
Pastel Boya	$1.10^2 + 1.10^1 + 9.10^0 + 2.10^{-1}$
Kurşun Kalem	$2.10^1 + 4.10^0 + 2.10^{-1} + 5.10^{-2}$
Kuru Boya	$5.10^1 + 1.10^{-1} + 5.10^{-2}$

Ahmet Bey kargo dâhil aldığı ürünlere 200 TL ödeme yaparak bu ürünlerden üç adedini satın almıştır.

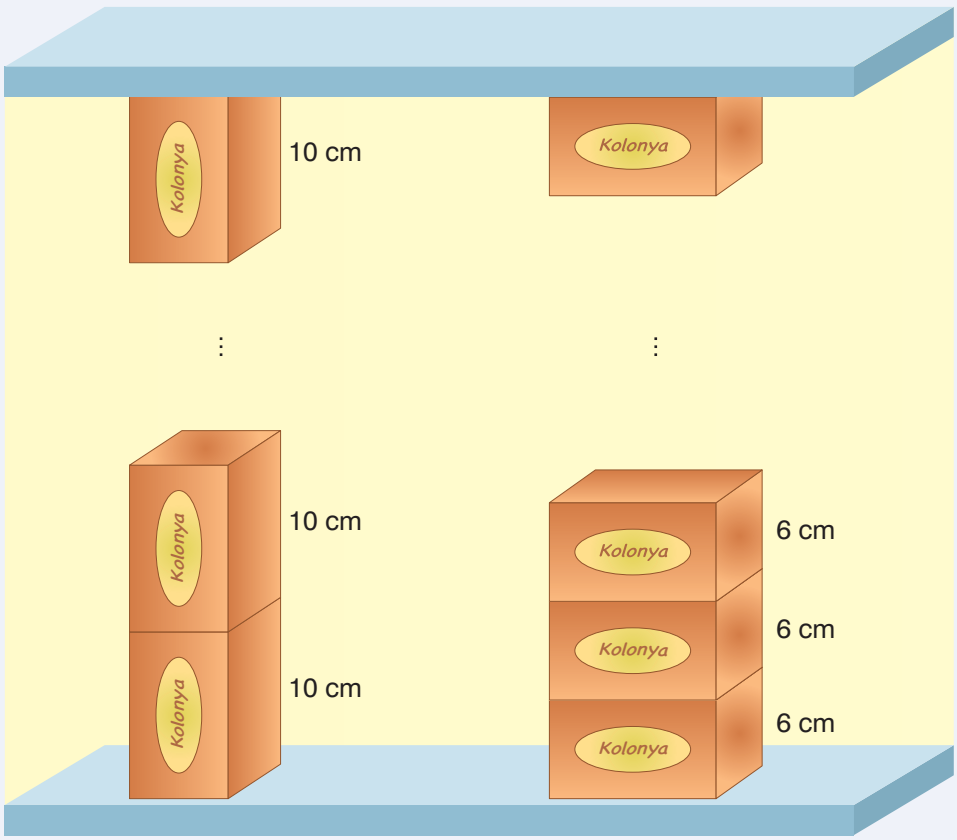
Buna göre Ahmet Bey'in satın almadığı ürün aşağıdakilerden hangisidir?

A) Resim Defteri **B)** Pastel Boya **C)** Kurşun Kalem **D)** Kuru Boya

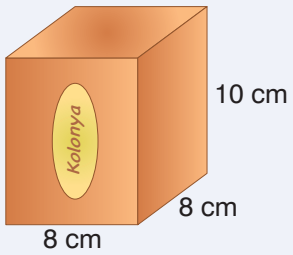
25.



Yukarıda verilen kare dik prizma biçimindeki kolonya kutuları herhangi bir yüzü üzerinde üst üste konularak hiç boşluk kalmadan yüksekliği 130 cm'den az olan bir rafa aşağıdaki gibi yerleştirilebilmektedir.

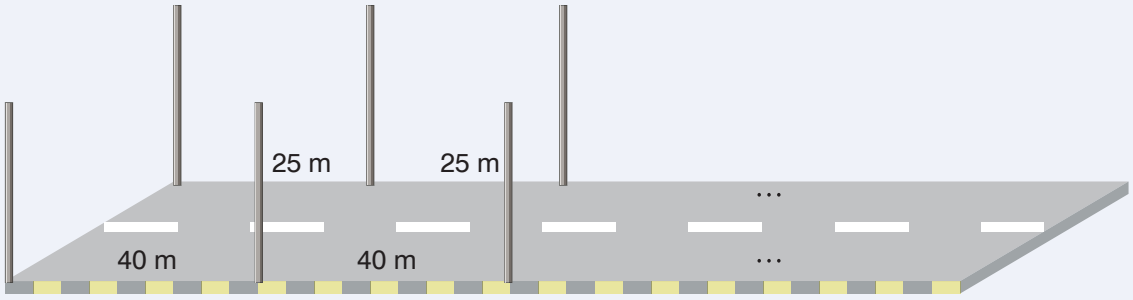


Buna göre aynı rafa yandaki kolonya kutularından <u>en fazla</u> kaç adedi üst üste yerleştirilebilir?



A) 10 **B)** 12 **C)** 15 **D)** 18

26. Bir yolun her iki tarafına aynı hizadan başlanarak eşit aralıklarla aşağıdaki gibi direkler dikiliyor.

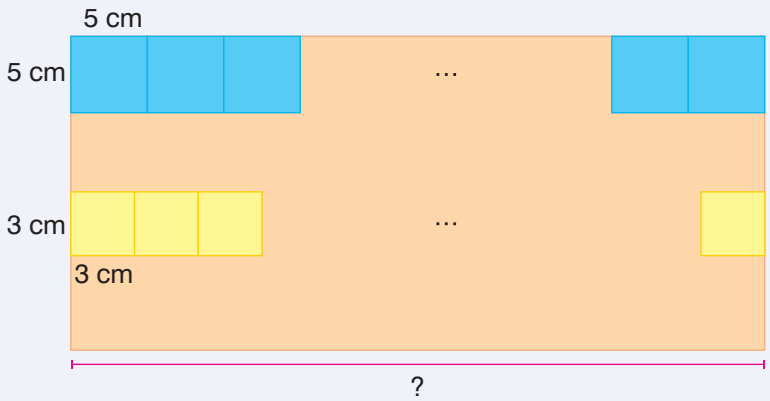


Yol boyunca karşı karşıya gelen direkler arasına ipler gerilip bu iplere reklam afişleri takılacaktır.

Yolun uzunluğu 3 km olduğuna göre yol boyunca kaç adet reklam afişi takılır?

A) 14 **B)** 15 **C)** 16 **D)** 17

27. Sena, dikdörtgen şeklindeki bir kartona kenar uzunlukları 3 cm ve 5 cm olan kare şeklindeki sarı ve mavi renkli etiketleri, üst üste gelmeyecek ve aralarında hiç boşluk kalmayacak şekilde aşağıdaki gibi birer sıra hâlinde yapıştırıyor.



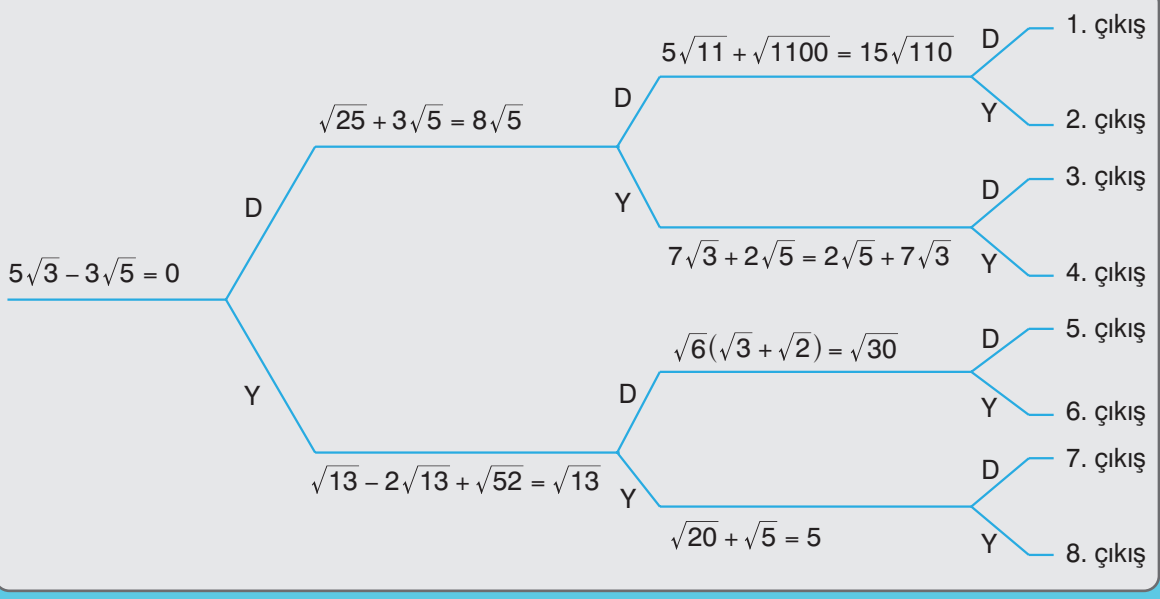
Kartonun "?" ile belirtilen kenarının uzunluğu 50 santimetreden fazladır.

Buna göre bu kartona yapıştırılan sarı etiketlerin sayısı mavi etiketlerin sayısından en az kaç fazladır?

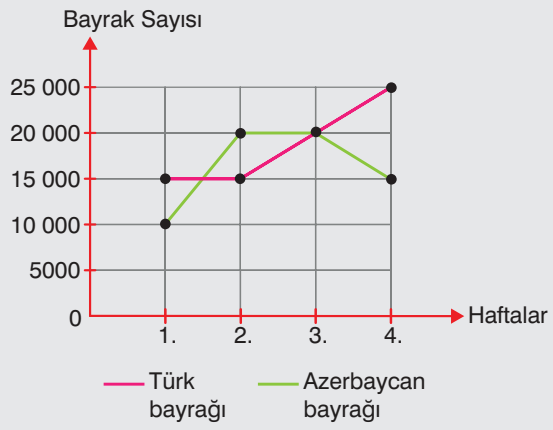
A) 6 **B)** 8 **C)** 12 **D)** 15

Ek Sorular

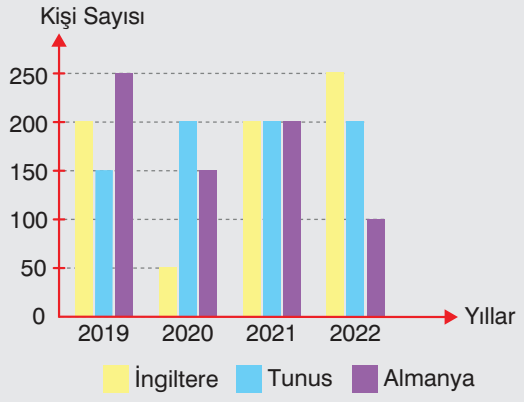
2. ÜNİTE



Grafik: Dört Hafta Boyunca Üretilen Türk ve Azerbaycan Bayrakları



Grafik: Dört Yıl Boyunca Üç Farklı Ülkeye Dil Kursuna Giden Kişiler



EBA İçeriği

- **Kareköklü İfadeler**
- **Veri Analizi**

2. Ünite Tanıtımı

Terimler veya Kavramlar

tam kare pozitif tam sayılar, karekök, gerçek sayı, irrasyonel sayı

KAREKÖKLÜ İFADELER

Tam Kare Pozitif Tam Sayılar ile Bu Sayıların Karekökleri Arasındaki İlişki

Alman matematikçi Christoff Rudolf (Kristof Rudolf), ünlü eserlerinden biri olan Cass (Kas) isimli kitabında karekök sembolünü ($\sqrt{\ }$) kullanan ilk bilim insanı olmuştur.

Kareköklü ifadelerle ilgili çalışma yapan diğer bilim insanlarını araştırınız.

Hatırlatma

Bir doğal sayının karesinin değeri bulunurken doğal sayı kendisi ile çarpılır.

- $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$
- $0^2 = 0 \cdot 0 = 0$
- $1^2 = 1 \cdot 1 = 1$
- $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$
- $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$
- $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

Bilgi Kutusu

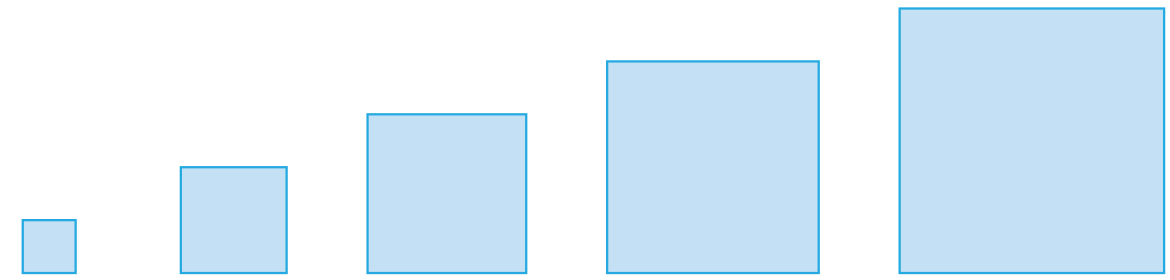
Bir tam sayının karesinin değerine eşit olan 1, 4, 9, 16 ... gibi pozitif tam sayılara **tam kare sayılar** adı verilir. Tam kare sayıların hangi pozitif tam sayının karesi olduğunu belirlerken karekök alma işlemi yapılır. Bir pozitif tam sayının karekökü bulunurken "$\sqrt{\ }$" sembolü kullanılır.

Örnek

Kare modellerini kullanarak ve karenin alanı ile kenar uzunluğu arasındaki ilişkiden yararlanarak tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.

Çözüm

Kenar uzunlukları sırasıyla 1, 2, 3, 4 ve 5 cm olan karelerin alanları ile kenar uzunluklarının arasındaki ilişkiyi belirleyelim.



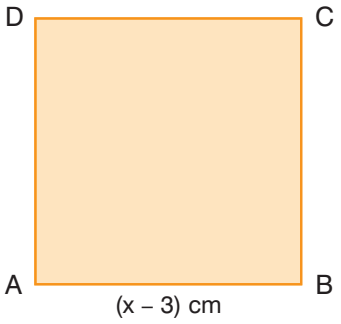
a = 1 cm	a = 2 cm	a = 3 cm	a = 4 cm	a = 5 cm
$A = 1^2$	$A = 2^2$	$A = 3^2$	$A = 4^2$	$A = 5^2$
$A = 1\ cm^2$	$A = 4\ cm^2$	$A = 9\ cm^2$	$A = 16\ cm^2$	$A = 25\ cm^2$

$1 = 1^2$ olduğundan $\sqrt{1} = 1$, $4 = 2^2$ olduğundan $\sqrt{4} = 2$, $9 = 3^2$ olduğundan $\sqrt{9} = 3$, $16 = 4^2$ olduğundan $\sqrt{16} = 4$ ve $25 = 5^2$ olduğundan $\sqrt{25} = 5$ bulunur.

Bir karenin alanı, bir kenar uzunluğunun karesine eşittir. Öyleyse karenin bir kenar uzunluğu bulunurken alanı belirten sayının hangi pozitif tam sayının karesi olduğuna bakılır.

Örnek

Yandaki ABCD karesinin kenar uzunluğu (x – 3) cm, alanı 25 cm^2dir. Buna göre x değerini bulunuz.



Çözüm

ABCD karesinin alanı 25 cm^2 olduğuna göre bir kenar uzunluğu belirlenirken 25 sayısının hangi pozitif tam sayının karesi olduğu belirlenir.

$25 = 5^2$ olduğundan ABCD karesinin bir kenar uzunluğu 5 cm'dir.

$x - 3 = 5$ ise $x = 5 + 3 = 8$ olur.

Örnek

Ömer'in festivalde gönüllü olarak dağıttığı su şişesi sayısı 50 ile 80 arasındadır. Görselde verilen bilgiye göre Ömer'in gönüllü olarak kaç şişe su dağıttığını bulunuz.

Çözüm

50 ile 80 arasındaki tam kare sayıyı belirleyelim.

$1^2 = 1 \cdot 1 = 1$ | $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ | $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$

$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$ | $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ | $8^2 = 8 \cdot 8 = 64$

$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$ | $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$ | $9^2 = 9 \cdot 9 = 81$

50 ile 80 arasındaki tam kare sayı 64'tür. Buna göre Ömer, festivalde gönüllü olarak 64 şişe su dağıtmıştır.

Bilgi Kutusu

Bir pozitif tam sayının hangi pozitif tam sayının karesi olduğunu bulma işlemine **karekök alma işlemi** adı verilir.

$\sqrt{49}$ ifadesindeki "$\sqrt{\ }$" sembolüne **karekök sembolü** denir.

Örnek

81, 100 ve 400 sayılarının hangi tam sayıların kareleri olduğunu bulunuz.

Çözüm

$(-9)^2 = 9^2 = 81$ olduğundan 81 sayısı, (– 9) ile 9'un karesine eşittir.

$(-10)^2 = 10^2 = 100$ olduğundan 100 sayısı, (– 10) ile 10'un karesine eşittir.

$(-20)^2 = 20^2 = 400$ olduğundan 400 sayısı, (– 20) ile 20'nin karesine eşittir.

Örnek

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\sqrt{289}$ **b)** $\sqrt{1}$ **c)** $\sqrt{169}$ **ç)** $\sqrt{144}$

d) $\sqrt{36}$ **e)** $\sqrt{4}$ **f)** $\sqrt{361}$ **g)** $\sqrt{900}$

Çözüm

a) $\sqrt{289} = \sqrt{17^2}$ olduğundan $\sqrt{289} = 17$ bulunur.

b) $\sqrt{1} = \sqrt{1^2}$ olduğundan $\sqrt{1} = 1$ bulunur.

c) $\sqrt{169} = \sqrt{13^2}$ olduğundan $\sqrt{169} = 13$ bulunur.

ç) $\sqrt{144} = \sqrt{12^2}$ olduğundan $\sqrt{144} = 12$ bulunur.

d) $\sqrt{36} = \sqrt{6^2}$ olduğundan $\sqrt{36} = 6$ bulunur.

e) $\sqrt{4} = \sqrt{2^2}$ olduğundan $\sqrt{4} = 2$ bulunur.

f) $\sqrt{361} = \sqrt{19^2}$ olduğundan $\sqrt{361} = 19$ bulunur.

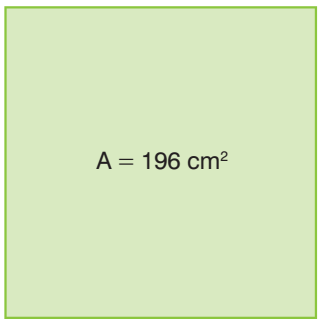
g) $\sqrt{900} = \sqrt{30^2}$ olduğundan $\sqrt{900} = 30$ bulunur.

Örnek

Alanları 196, 121 ve 225 cm^2 olan karelerin kenar uzunluklarını belirleyiniz.

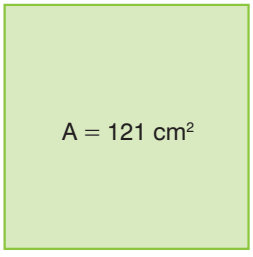
Çözüm

Alanları verilen kareleri modelleyerek karelerin kenar uzunluklarını belirleyelim.



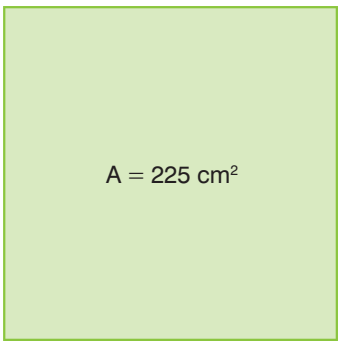
a

$a = \sqrt{196}$ cm
$a = \sqrt{14^2}$ cm
$a = 14$ cm



b

$b = \sqrt{121}$ cm
$b = \sqrt{11^2}$ cm
$b = 11$ cm



c

$c = \sqrt{225}$ cm
$c = \sqrt{15^2}$ cm
$c = 15$ cm

Örnek

$\sqrt{9}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{441}$	
3	4	7	15	21

Yukarıdaki kareköklü ifadeler ile değerleri eşleştirildiğinde hangi pozitif tam sayının açıkta kalacağını bulunuz.

Çözüm

Kareköklü ifadelerin değerlerini bulalım.

$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$
$\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$
$\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$
$\sqrt{441} = \sqrt{21^2} = 21$

Kareköklü ifadeler ile değerleri eşleştirildiğinde 15 tam sayısı açıkta kalır.

Örnek

$\sqrt{121} + 2 \cdot (\sqrt{100} - \sqrt{25})$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

İşlemdeki kareköklü ifadelerin değerlerini ayrı ayrı bulalım.

$\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

$\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$

$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

Kareköklü ifadelerin değerlerini işlemdeki yerlerine yazalım. Önce parantezin içindeki işlemi, sonra çarpma işlemini, son olarak da toplama işlemini yaparak sonucu bulalım.

$$\begin{aligned}\sqrt{121} + 2 \cdot (\sqrt{100} - \sqrt{25}) &= 11 + 2 \cdot (10 - 5) \\ &= 11 + 2 \cdot 5 \\ &= 11 + 10 = 21\end{aligned}$$

Örnek

$\sqrt{\triangle} = 8$ ve $\sqrt{256} = \square$ olmak üzere $\triangle - \square$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\sqrt{\triangle} = 8 = \sqrt{64}$ olduğuna göre $\triangle$ yerine 64 yazılmalıdır.

$\sqrt{256} = \sqrt{16^2} = 16 = \square$ olduğuna göre $\square$ yerine 16 yazılmalıdır.

$\triangle - \square = 64 - 16 = 48$

Alıştırmalar

1. Yandaki kutucuklarda verilenlere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

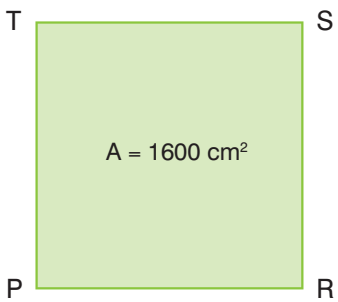
$\sqrt{9}$	A	$\sqrt{81}$	B
9	C	$\sqrt{64}$	D
$\sqrt{169}$	E	$\sqrt{324}$	F
10	G	$\sqrt{144}$	H

a) A kutucuğundaki kareköklü ifadenin değeri kaçtır?

b) Hangi kutucuktaki kareköklü ifadenin değeri diğerlerinden daha büyüktür?

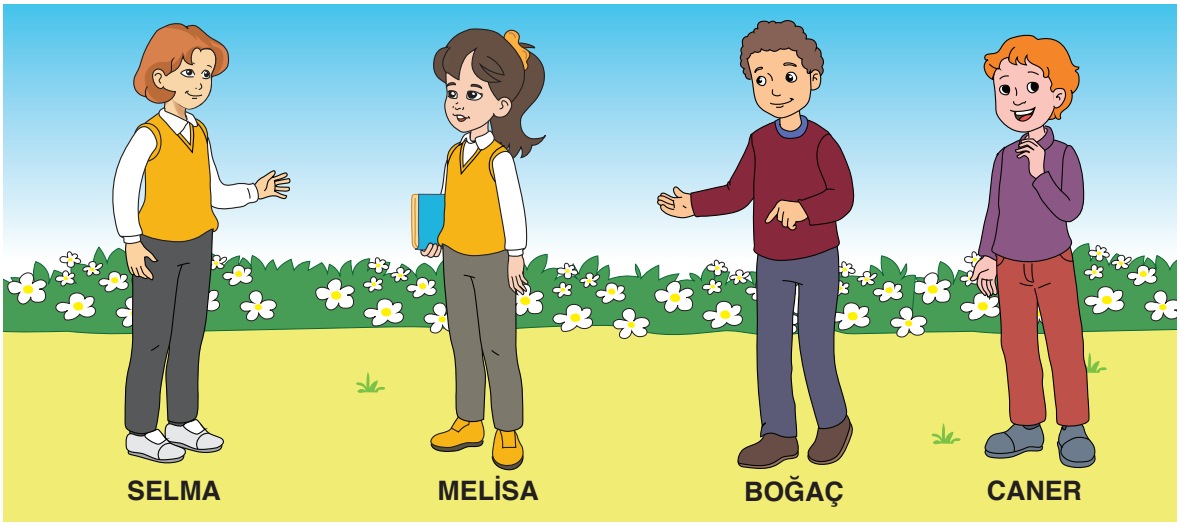
c) Hangi kutucukta verilen kareköklü ifadenin değeri C kutucuğundadır?

2. Yandaki PRST karesinin alanı 1600 cm^2 ise kenar uzunluğu kaç cm'dir?



3. $\sqrt{100} : (\sqrt{9} - \sqrt{1})$ işleminin sonucu kaçtır?

Tam Kare Olmayan Kareköklü Bir İfadenin Değerinin Bulunduğu Sayı Aralıkları



Görselde Selma'nın Melisa'ya uzaklığı $\sqrt{36}$ m, Caner'e uzaklığı $\sqrt{49}$ m'dir. Buna göre Selma'nın Boğaç'a uzaklığı kareköklü ifade ile yazılabilir mi? Açıklayınız.

Örnek

$\sqrt{40}$ ifadesinin değerinin hangi ardışık iki doğal sayının arasında olduğunu belirleyiniz.

Çözüm

$\sqrt{40}$ ifadesindeki 40 sayısından küçük olan en büyük tam kare sayı ile 40 sayısından büyük olan en küçük tam kare sayıyı belirleyelim.

Bu sayılar 36 ve 49'dur. Önce 40, 36 ve 49 sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$36 < 40 < 49$

Şimdi sıralamadaki tam sayıların kareköklerini alalım.

$\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49} \rightarrow 6 < \sqrt{40} < 7$

$\sqrt{40}$ ifadesinin değeri, 6 ile 7 doğal sayılarının arasındadır.

Örnek

$\sqrt{104}$ ile $\sqrt{73}$ ifadelerinin değerlerinin hangi doğal sayılara en yakın olduklarını bulunuz.

Çözüm

- 104 sayısından küçük ve büyük olan, 104 sayısına en yakın tam kare tam sayılar 100 ve 121'dir.

  104, 100 ve 121 tam sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

  $100 < 104 < 121$

Sıralamadaki tam sayıların kareköklerini alalım.

$\sqrt{100} < \sqrt{104} < \sqrt{121} \rightarrow 10 < \sqrt{104} < 11$

$\sqrt{104}$ ifadesinin değeri 10 ile 11 arasındadır. 104 sayısı, 100'e 121'den daha yakın olduğundan $\sqrt{104}$, 10'a 11'den daha yakındır.

- 73 sayısından küçük ve büyük olan, 73 sayısına en yakın tam kare tam sayılar 64 ve 81'dir.

  73, 64 ve 81 tam sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

  $64 < 73 < 81$

  Sıralamadaki tam sayıların kareköklerini alalım.

  $\sqrt{64} < \sqrt{73} < \sqrt{81} \rightarrow 8 < \sqrt{73} < 9$

  $\sqrt{73}$ ifadesinin değeri 8 ile 9 arasındadır. 73 sayısı, 81'e, 64'ten daha yakın olduğundan $\sqrt{73}$, 9'a 8'den daha yakındır.

Örnek

$\sqrt{15}$ $\sqrt{200}$ $\sqrt{130}$ $\sqrt{28}$

Yukarıdaki kutucuklarda verilen ifadelerden hangisinin değerinin 14'e diğerlerinden daha yakın olduğunu bulunuz.

Çözüm

14 ü, $\sqrt{196}$ alarak kutucuklarda verilen ifadeleri küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$\sqrt{15} < \sqrt{28} < \sqrt{130} < \sqrt{196} < \sqrt{200}$

$\sqrt{196} = 14$ sayısı, $\sqrt{130}$ ve $\sqrt{200}$'e yakındır. Ancak 196 sayısı, 200'e 130'dan daha yakındır. Öyleyse $\sqrt{200}$ ifadesinin değeri 14'e diğerlerinden daha yakındır.

Örnek

$\sqrt{\Delta}$ ifadesi, 3 ile 4 sayılarının arasındadır. Buna göre Δ yerine yazılabilecek en küçük ve en büyük doğal sayıların toplamını bulunuz.

Çözüm

3 yerine $\sqrt{9}$, 4 yerine $\sqrt{16}$ ifadelerini alalım ve ifadeleri küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$3 < \sqrt{\Delta} < 4$

$\sqrt{9} < \sqrt{\Delta} < \sqrt{16}$

Sıralamaya göre Δ yerine yazılabilecek en küçük doğal sayı 10, en büyük doğal sayı 15'tir.

$10 + 15 = 25$

Buna göre Δ yerine yazılabilecek en küçük ve en büyük doğal sayıların toplamı 25'tir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

a) ☐ $\sqrt{13}$ ifadesinin değerine en yakın olan doğal sayı 4'tür.

b) ☐ $\sqrt{152}$ ifadesinin değerine en yakın olan doğal sayı 12'dir.

c) ☐ $\sqrt{61}$ ifadesi, 6 ile 7 arasındadır.

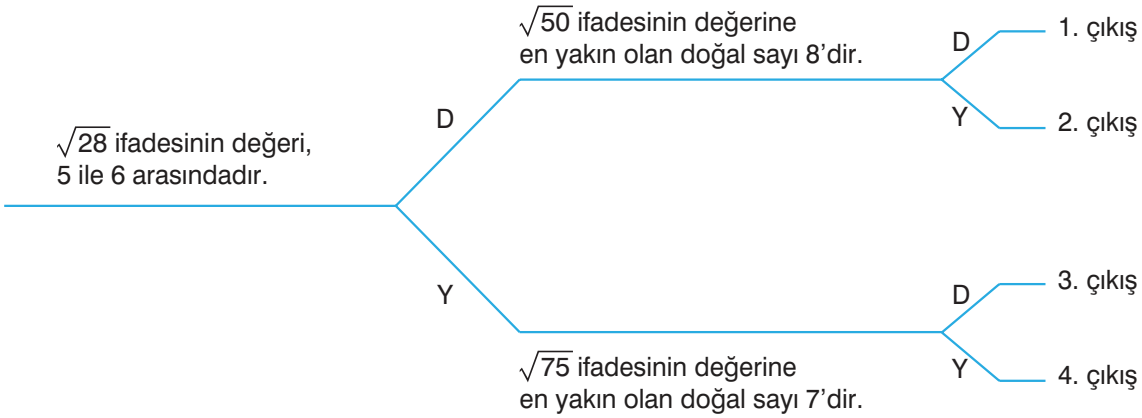
ç) ☐ $\sqrt{87}$ ifadesi, 7 ile 8 arasındadır.

d) ☐ $\sqrt{220}$ ifadesi, 14 ile 15 arasındadır.

2. Aşağıdaki ifadelerin hangi ardışık iki doğal sayının arasında olduğunu belirleyiniz.

a) $\sqrt{7}$ **b)** $\sqrt{300}$ **c)** $\sqrt{51}$ **ç)** $\sqrt{88}$

3.



Yukarıda verilen şemadaki ifadeleri en soldan başlayarak inceleyiniz. İfadeler doğru ise "D", yanlış ise "Y" yolunu takip ediniz. Kaçıncı çıkışa ulaştınız? Yazınız.

Kareköklü Bir İfadeyi $a\sqrt{b}$ Şeklinde Yazma ve $a\sqrt{b}$ Şeklindeki İfadede Katsayıyı Kök İçine Alma

Arda Bey ve Sibel Hanım aynı atölyede çalışıyor. Arda Bey $7 \cdot \sqrt{81}$ işleminin sonucu kadar Sibel Hanım ise $21 \cdot \sqrt{9}$ işleminin sonucu kadar bardak üretiyor. Arda Bey ile Sibel Hanım aynı sayıda bardak üretmiş olabilirler mi? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Karekök içindeki bir sayı $a\sqrt{b}$ şeklinde yazılırken

- Önce karekök içindeki sayı bir çarpanı tam kare olacak şekilde çarpma işlemi olarak yazılır.
- Sonra tam kare sayının karekökü, karekökün başına katsayı olarak yazılır.
- Diğer çarpan ya da çarpanlar karekökün içine yazılır.

$\sqrt{a^2 \cdot b} = a\sqrt{b}$

Örnek

$\sqrt{98}$ ifadesini $a \neq 1$ olmak üzere $a\sqrt{b}$ şeklinde yazınız.

Çözüm

$\sqrt{98}$ ifadesindeki karekökün içinde bulunan 98 sayısı, tam kare bir tam sayı değildir. 98 sayısını asal çarpanlarına ayırıp üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazalım.

98	2
49	7
7	7
1	

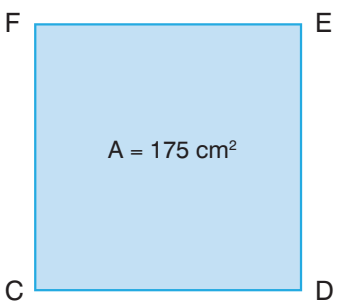
$98 = 2^1 \cdot 7^2$

$98 = 2 \cdot 49$ eşitliğindeki $49 = 7^2$ sayısı, tam kare bir tam sayıdır.

$\sqrt{98} = \sqrt{2 \cdot 49} = \sqrt{2 \cdot 7^2} = 7\sqrt{2} \rightarrow$ (7^2 ifadesi karekökün dışına 7 olarak çıkarıldı.)

Örnek

Yandaki CDEF karesinin alanı 175 cm^2 olduğuna göre bir kenar uzunluğunu bulunuz.



Çözüm

Alanı 175 cm^2 olan CDEF karesinin bir kenar uzunluğu $\sqrt{175}$ cm'dir. $\sqrt{175}$ ifadesini $a\sqrt{b}$ şeklinde yazalım. $(a \neq 1)$

175	5
35	5
7	7
1	

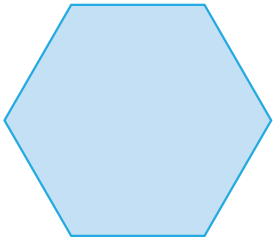
$175 = 5^2 \cdot 7$

$\sqrt{175} = \sqrt{5^2 \cdot 7} = 5\sqrt{7}$ → (5^2 ifadesi karekökün dışına 5 olarak çıkarıldı.)

CDEF karesinin bir kenar uzunluğu $5\sqrt{7}$ cm'dir.

Örnek

Yanda verilen düzgün altıgen biçimindeki örüntü blokunun bir kenar uzunluğu $\sqrt{84}$ cm'dir. Görsele göre △ yerine yazılması gereken sayıyı bulunuz.



$2\sqrt{\triangle}$ cm

Çözüm

$\sqrt{84}$ ifadesini, $a\sqrt{b}$ $(a \neq 1)$ şeklinde yazalım.

84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$\sqrt{84} = \sqrt{2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1} = 2\sqrt{21}$

$2\sqrt{21} = 2\sqrt{\triangle}$ olduğundan △ yerine 21 yazılmalıdır.

Bilgi Kutusu

$a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayı olan a, karekökün içine a^2 olarak alınır ve karekökün içinde b ile çarpılır.

$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$

Örnek

Aşağıdaki ifadelerde katsayıyı karekökün içine alınız.

a) $3\sqrt{7}$ **b)** $5\sqrt{11}$ **c)** $14\sqrt{2}$ **ç)** $8\sqrt{5}$ **d)** $10\sqrt{13}$

e) $8\sqrt{3}$ **f)** $11\sqrt{10}$ **g)** $20\sqrt{2}$ **ğ)** $15\sqrt{3}$ **h)** $4\sqrt{17}$

Çözüm

a) $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2 \cdot 7} = \sqrt{9 \cdot 7} = \sqrt{63}$

b) $5\sqrt{11} = \sqrt{5^2 \cdot 11} = \sqrt{25 \cdot 11} = \sqrt{275}$

c) $14\sqrt{2} = \sqrt{14^2 \cdot 2} = \sqrt{196 \cdot 2} = \sqrt{392}$

ç) $8\sqrt{5} = \sqrt{8^2 \cdot 5} = \sqrt{64 \cdot 5} = \sqrt{320}$

d) $10\sqrt{13} = \sqrt{10^2 \cdot 13} = \sqrt{100 \cdot 13} = \sqrt{1300}$

e) $8\sqrt{3} = \sqrt{8^2 \cdot 3} = \sqrt{64 \cdot 3} = \sqrt{192}$

f) $11\sqrt{10} = \sqrt{11^2 \cdot 10} = \sqrt{121 \cdot 10} = \sqrt{1210}$

g) $20\sqrt{2} = \sqrt{20^2 \cdot 2} = \sqrt{400 \cdot 2} = \sqrt{800}$

ğ) $15\sqrt{3} = \sqrt{15^2 \cdot 3} = \sqrt{225 \cdot 3} = \sqrt{675}$

h) $4\sqrt{17} = \sqrt{4^2 \cdot 17} = \sqrt{16 \cdot 17} = \sqrt{272}$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki ifadeleri $a\sqrt{b}$ $(a \neq 1)$ şeklinde yazınız.

a) $\sqrt{75}$ **b)** $\sqrt{250}$ **c)** $\sqrt{147}$ **ç)** $\sqrt{128}$

d) $\sqrt{52}$ **e)** $\sqrt{325}$ **f)** $\sqrt{968}$ **g)** $\sqrt{450}$

2. $a\sqrt{b}$ şeklinde verilen aşağıdaki ifadelerde katsayıları kareköklerin içine alınız.

a) $3\sqrt{7}$ **b)** $7\sqrt{14}$ **c)** $3\sqrt{5}$ **ç)** $21\sqrt{3}$

d) $8\sqrt{2}$ **e)** $3\sqrt{15}$ **f)** $10\sqrt{17}$ **g)** $5\sqrt{5}$

3. Aşağıdaki kareköklü ifadelerden değerleri eşit olanlar eşleştirildiğinde açıkta kalan kareköklü ifadeyi bulunuz.

$3\sqrt{3}$	$7\sqrt{3}$	$8\sqrt{2}$	$7\sqrt{2}$	$6\sqrt{5}$

$\sqrt{27}$	$\sqrt{40}$	$\sqrt{98}$	$\sqrt{128}$	$\sqrt{147}$	$\sqrt{180}$

4. Aşağıdaki eşitlikler doğru ise ilgili kutucuğa "D", yanlış ise "Y" yazınız.

☐ **a)** $7\sqrt{10} = \sqrt{70}$ ☐ **b)** $2\sqrt{13} = \sqrt{104}$ ☐ **c)** $\sqrt{242} = 11\sqrt{2}$

☐ **ç)** $\sqrt{500} = 10\sqrt{5}$ ☐ **d)** $\sqrt{300} = 10\sqrt{9}$ ☐ **e)** $9\sqrt{3} = \sqrt{243}$

Kareköklü İfadelerde Çarpma ve Bölme İşlemleri

Emir Bey, banyosunun dikdörtgen şeklindeki tabanını kenar uzunlukları $\sqrt{400}$ cm ve $\sqrt{900}$ cm olan dikdörtgen şeklindeki karolarla döşetiyor. Emir Bey, banyosunun tabanına 200 adet karo döşettiğine göre Emir Bey'in banyosunun taban alanı bulunurken nasıl bir yol izlenmelidir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Kareköklü ifadelerde çarpma işlemi yapılırken katsayılar çarpılır ve çarpım, sonuca katsayı olarak yazılır. Kareköklerin içindeki sayılar da çarpılır ve çarpım, karekökün içine yazılır. a ve c birer sayı, b ve d pozitif sayılar sayı olmak üzere

$a\sqrt{b}\cdot c\sqrt{d} = a\cdot c\sqrt{b\cdot d}$ olarak yazılır.

Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $3\sqrt{10}\cdot 5\sqrt{11} =$

b) $7\sqrt{5}\cdot 5\sqrt{7} =$

c) $4\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{2} =$

ç) $10\sqrt{5}\cdot 11\sqrt{3} =$

Çözüm

a) $3\sqrt{10}\cdot 5\sqrt{11} = 3\cdot 5\sqrt{10\cdot 11} = 15\sqrt{110}$

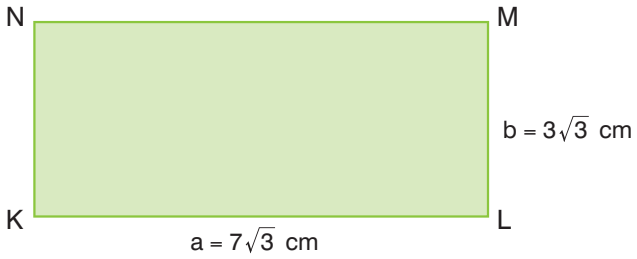
b) $7\sqrt{5}\cdot 5\sqrt{7} = 7\cdot 5\sqrt{5\cdot 7} = 35\sqrt{35}$

c) $4\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{2} = 4\cdot 3\sqrt{2\cdot 2} = 12\sqrt{4} = 12\cdot 2 = 24$

ç) $10\sqrt{5}\cdot 11\sqrt{3} = 10\cdot 11\sqrt{5\cdot 3} = 110\sqrt{15}$

Örnek

Yandaki KLMN dikdörtgeninin kenar uzunlukları, $3\sqrt{3}$ cm ve $7\sqrt{3}$ cm'dir. Buna göre KLMN dikdörtgeninin alanını bulunuz.



Çözüm

Bir dikdörtgenin alanı, uzun ve kısa kenar uzunluklarının çarpımına eşittir.

Alan $= a \cdot b$

Alan $= 7\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3}$

Alan $= 7 \cdot 3\sqrt{3 \cdot 3} = 21\sqrt{9} = 21 \cdot 3 = 63\,cm^2$

Örnek

$2\sqrt{6}$ ifadesinin 3 katı ile $\sqrt{3}$ katının çarpımını bulunuz.

Çözüm

$2\sqrt{6}$ ifadesinin 3 katını bulalım. $3 \cdot 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$

$2\sqrt{6}$ ifadesinin $\sqrt{3}$ katını bulalım. $2\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{6 \cdot 3} = 2\sqrt{18}$

$= 2\sqrt{9 \cdot 2}$

$= 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

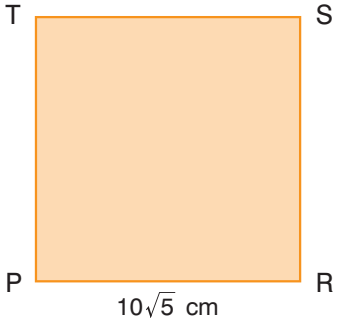
$2\sqrt{6}$ ifadesinin 3 katı ile $\sqrt{3}$ katını çarpalım. $6\sqrt{6} \cdot 6\sqrt{2} = 6 \cdot 6\sqrt{6 \cdot 2} = 36\sqrt{12}$

$= 36\sqrt{4 \cdot 3}$

$= 36 \cdot 2\sqrt{3} = 72\sqrt{3}$

Örnek

Yandaki PRST karesinin bir kenar uzunluğu $10\sqrt{5}$ cm olduğuna göre alanını bulunuz.



Çözüm

Bir karenin alanı, kenar uzunluğunun kendisi ile çarpımına eşittir.

Alan $= 10\sqrt{5} \cdot 10\sqrt{5}$

Alan $= 10 \cdot 10\sqrt{5 \cdot 5}$

Alan $= 100\sqrt{25} = 100 \cdot 5 = 500\,cm^2$

Bilgi Kutusu

İki kareköklü ifade ile bölme işlemi yapılırken katsayılar bölünür ve bölüm, sonuca katsayı olarak yazılır. Kareköklerin içindeki sayılar da bölünür ve bölüm, karekökün içine yazılır.

a ile c birer sayı, b ile d pozitif sayılar ve c ile d, 0'dan farklı olmak üzere

$\frac{a\sqrt{b}}{c\sqrt{d}} = \frac{a}{c}\sqrt{\frac{b}{d}}$ olarak yazılır.

Örnek

Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a) $\frac{15\sqrt{6}}{35\sqrt{2}} =$ **b)** $\frac{20\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} =$ **c)** $\frac{7\sqrt{12}}{28\sqrt{3}} =$ **ç)** $\frac{27\sqrt{5}}{\sqrt{45}} =$

Çözüm

a) $\frac{15\sqrt{6}}{35\sqrt{2}} = \frac{15}{35}\sqrt{\frac{6}{2}} = \frac{3}{7}\sqrt{3}$

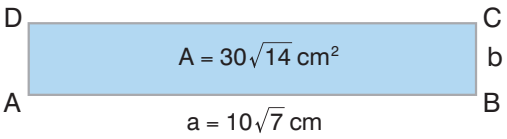
b) $\frac{20\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{20}{5}\sqrt{\frac{2}{2}} = 4\sqrt{1} = 4\cdot 1 = 4$

c) $\frac{7\sqrt{12}}{28\sqrt{3}} = \frac{7}{28}\sqrt{\frac{12}{3}} = \frac{1}{4}\sqrt{4} = \frac{1}{4}\cdot 2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

ç) $\frac{27\sqrt{5}}{\sqrt{45}} = \frac{27\sqrt{5}}{\sqrt{9\cdot 5}} = \frac{27\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{27}{3}\sqrt{\frac{5}{5}} = 9\sqrt{1} = 9\cdot 1 = 9$

Örnek

Yandaki ABCD dikdörtgeninin alanı $30\sqrt{14}\ cm^2$, uzun kenar uzunluğu $10\sqrt{7}$ cm ise kısa kenar uzunluğunu bulunuz.



Çözüm

$$\text{Alan} = a\cdot b$$
$$30\sqrt{14} = 10\sqrt{7}\cdot b$$
$$\frac{30\sqrt{14}}{10\sqrt{7}} = b$$
$$\frac{30}{10}\sqrt{\frac{14}{7}} = b$$
$$3\sqrt{2} = b$$

ABCD dikdörtgeninin kısa kenar uzunluğu $3\sqrt{2}$ cm'dir.

Örnek

$\dfrac{\sqrt{245}}{5} : \dfrac{\dfrac{\sqrt{147}}{2}}{\dfrac{\sqrt{3}}{14}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

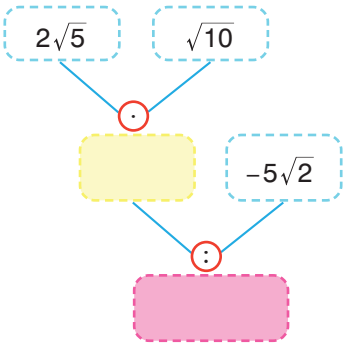
Çözüm

$$\frac{\sqrt{245}}{5} : \frac{\dfrac{\sqrt{147}}{2}}{\dfrac{\sqrt{3}}{14}} = \frac{\sqrt{49\cdot 5}}{5} : \left(\frac{\sqrt{49\cdot 3}}{2}\cdot\frac{14}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= \frac{7\sqrt{5}}{5} : \left(\frac{7\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{2}_{1}}\cdot\frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{\sqrt{3}}}\right) = \frac{7\sqrt{5}}{5} : \frac{49}{1} = \frac{\cancel{7}^{1}\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{1}{\cancel{49}_{7}} = \frac{\sqrt{5}}{35}$$

Örnek

Yandaki şemada belirtilen işlemleri yaparak renkli kutucuklara yazılması gereken sayıları bulunuz.



Çözüm

Sarı kutucuğa yazılması gereken sayı bulunurken $2\sqrt{5}$ ile $\sqrt{10}$ çarpılır.

$$2\sqrt{5}\cdot\sqrt{10} = 2\sqrt{5}\cdot\sqrt{5\cdot 2}$$
$$= 2\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}$$
$$= 2\cdot 5\cdot\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

Sarı kutucuğa $10\sqrt{2}$ yazılmalıdır.

Pembe kutucuğa yazılması gereken sayı bulunurken $10\sqrt{2}$ sayısı, $-5\sqrt{2}$ sayısına bölünür.

$$\frac{10\sqrt{2}}{-5\sqrt{2}} = \frac{10}{-5}\sqrt{\frac{2}{2}} = -2\sqrt{1} = -2\cdot 1 = -2$$

Pembe kutucuğa -2 yazılmalıdır.

Örnek

Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz.

a) $\dfrac{20\sqrt{18}}{2\sqrt{3}} =$

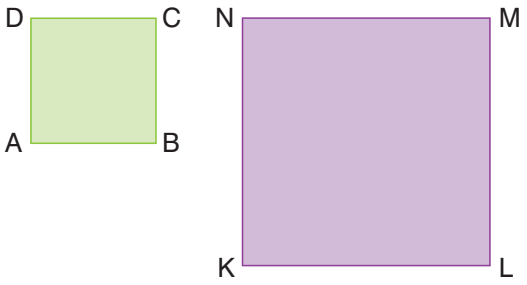
b) $\dfrac{14\sqrt{21}}{7\sqrt{3}} =$

Çözüm

a) $\dfrac{20\sqrt{18}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{20}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = 10\cdot\sqrt{\dfrac{18}{3}} = 10\sqrt{6}$

b) $\dfrac{14\sqrt{21}}{7\sqrt{3}} = \dfrac{14}{7}\cdot\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} = 2\cdot\sqrt{\dfrac{21}{3}} = 2\sqrt{7}$

Örnek



Yukarıdaki ABCD karesinin alanı 35 cm^2, KLMN karesinin alanı 140 cm^2 dir. Buna göre KLMN karesinin bir kenar uzunluğunun ABCD karesinin bir kenar uzunluğuna oranını bulunuz.

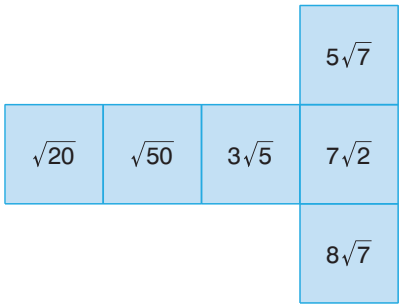
Çözüm

ABCD karesinin alanı 35 cm^2 olduğundan kenar uzunluğu $\sqrt{35}$ cm'dir. KLMN karesinin alanı 140 cm^2 olduğundan kenar uzunluğu $\sqrt{140} = \sqrt{4 \cdot 35} = 2\sqrt{35}$ cm'dir.

Buna göre KLMN ile ABCD karelerinin birer kenar uzunluklarının oranını bulalım.

$$\frac{\sqrt{140}}{\sqrt{35}} = \frac{2\cancel{\sqrt{35}}^{1}}{\cancel{\sqrt{35}}_{1}} = 2$$

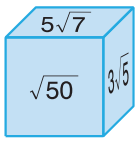
Örnek



Yüzlerinde kareköklü ifadelerin yazılı olduğu bir küpün açınımı yukarıda verilmiştir. Açınımdan yararlanılarak küp oluşturulduğunda üzerinde $\sqrt{50}$ ifadesinin yazılı olduğu yüzün karşısındaki yüzde bulunan ifadeyi belirleyiniz. $\sqrt{50}$ ile belirlediğiniz ifadenin çarpımını bulunuz.

Çözüm

Açınımdan yararlanılarak yandaki küp oluşturulabilir.

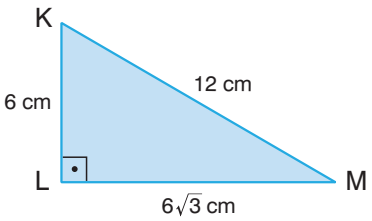


Küpte, üzerinde $\sqrt{50}$ ifadesinin yazılı olduğu yüzün karşısındaki yüzde $7\sqrt{2}$ ifadesi bulunur. $\sqrt{50}$ ile $7\sqrt{2}$ ifadelerini çarpalım.

$$\sqrt{50} \cdot 7\sqrt{2} = 7\sqrt{50 \cdot 2} = 7\sqrt{100} = 7 \cdot 10 = 70$$

Alıştırmalar

1. Yandaki KLM dik üçgeninde $|KL| = 6\,cm$, $|LM| = 6\sqrt{3}\,cm$'dir. Buna göre KLM dik üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?



2. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $3\sqrt{5}\cdot 5\sqrt{7}\cdot 7\sqrt{35} =$

b) $\sqrt{50}\cdot\sqrt{20} =$

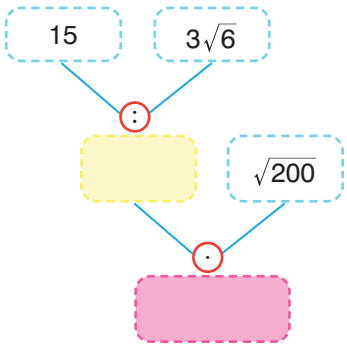
c) $\sqrt{80}\cdot\frac{3}{5}\sqrt{5} =$

ç) $\sqrt{18}\cdot 3\sqrt{2}\cdot 7\sqrt{3} =$

d) $3\sqrt{7}\cdot\sqrt{343} =$

e) $\sqrt{3}\cdot\frac{7}{3}\sqrt{27} =$

3. Yandaki şemada belirtilen işlemleri yaparak renkli kutucuklara cevapları yazınız.



4. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) $\frac{6\sqrt{2}\cdot\sqrt{48}}{8\sqrt{6}} = ?$

b) $\frac{\sqrt{70}\cdot\sqrt{14}}{\sqrt{5}} = ?$

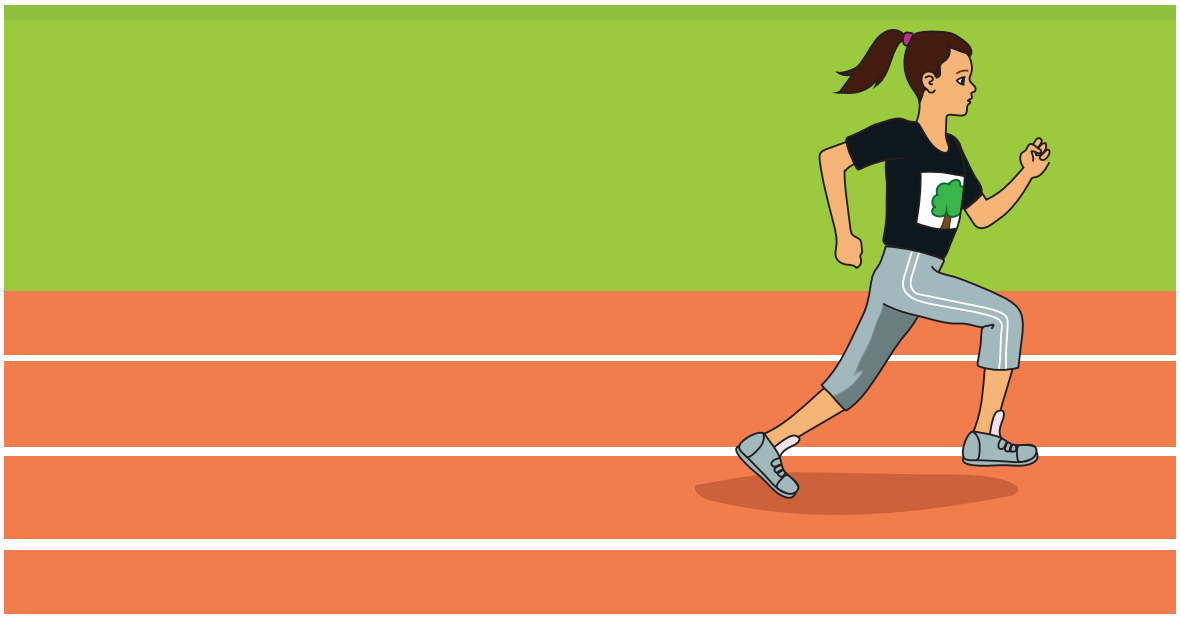
c) $\frac{6\sqrt{2}}{3\sqrt{6}} : \sqrt{3} = ?$

ç) $\frac{10\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{10}}{2\sqrt{5}} = ?$

d) $\frac{\sqrt{18}\cdot\sqrt{27}\cdot\sqrt{72}}{\sqrt{300}} = ?$

e) $\frac{12\sqrt{18}}{8\sqrt{3}} = ?$

Kareköklü İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemleri



Güneş, iki aşamadan oluşan bir koşu yarışına katılıyor. Koşu yarışında yarışçıların birinci aşamada $\sqrt{1800}$ m uzunluğundaki parkuru, ikinci aşamada ise $\sqrt{3200}$ m uzunluğundaki parkuru koşmaları gerekiyor. Güneş yarışta birinci aşamayı tamamlıyor. İkinci aşamada ise parkurda $\sqrt{2450}$ m'lik uzunluğu koşuyor. Buna göre Güneş'in yarışı tamamlayabilmesi için koşması gereken yol miktarı bulunurken hangi işlemler yapılmalıdır? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Kareköklü ifadelerde toplama veya çıkarma işlemleri yapılırken

- Köklerin içindeki sayılara bakılır. Köklerin içindeki sayılar eşit değilse eşit hâle getirilmeye çalışılır. Eğer eşit hâle getirilemiyorsa toplama veya çıkarma işlemi yapılamaz.
- Köklerin içindeki sayılar eşit ise ya da eşit hâle getirilebiliyorsa köklerin içindeki eşit olan sayılardan biri, sonuca kökün içinde yazılır. Katsayılar toplanarak veya çıkarılarak kökün başına katsayı olarak yazılır ve işlem sonucu bulunur.

Örnek

Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $2\sqrt{11}+3\sqrt{11}=?$ **b)** $\sqrt{10}+2\sqrt{10}+3\sqrt{10}=?$ **c)** $\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}=?$ **ç)** $5\sqrt{5}+\sqrt{125}=?$

Çözüm

a) $2\sqrt{11}+3\sqrt{11}=(2+3)\cdot\sqrt{11}=5\sqrt{11}$

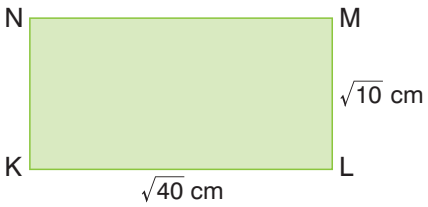
b) $\sqrt{10}+2\sqrt{10}+3\sqrt{10}=1\sqrt{10}+2\sqrt{10}+3\sqrt{10}=(1+2+3)\cdot\sqrt{10}=6\sqrt{10}$

c) $\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$ (Köklerin içindeki sayılar aynı değildir ve aynı hâle getirilemez.)

ç) $5\sqrt{5}+\sqrt{125}=5\sqrt{5}+\sqrt{25\cdot5}=5\sqrt{5}+5\sqrt{5}=(5+5)\cdot\sqrt{5}=10\sqrt{5}$

Örnek

Yandaki KLMN dikdörtgeninin kenar uzunlukları $\sqrt{10}$ cm ve $\sqrt{40}$ cm'dir. Buna göre KLMN dikdörtgeninin çevre uzunluğunu bulunuz.



Çözüm

Bir dikdörtgenin çevre uzunluğu, birer uzun ve kısa kenar uzunluklarının toplamının 2 katına eşittir. Buna göre KLMN dikdörtgeninin çevre uzunluğunu bulalım.

$Ç = 2\cdot(\sqrt{10} + \sqrt{40})$

$Ç = 2\cdot(\sqrt{10} + \sqrt{4\cdot 10})$

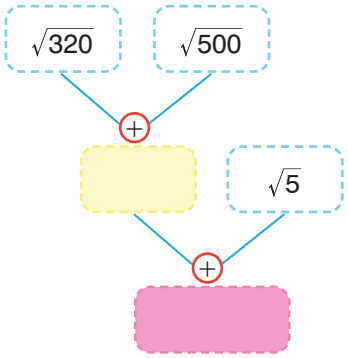
$Ç = 2\cdot(1\sqrt{10} + 2\sqrt{10})$

$Ç = 2\cdot(3\sqrt{10})$

$Ç = 6\sqrt{10}$ cm

Örnek

Yandaki şemada belirtilen işlemleri yaparak renkli kutucuklara cevapları yazınız.



Çözüm

Şemadaki sarı kutucuğa yazılması gereken ifade bulunurken $\sqrt{320}$ ile $\sqrt{500}$ ifadeleri toplanır.

$\sqrt{320} + \sqrt{500} = \sqrt{64\cdot 5} + \sqrt{100\cdot 5}$

$= 8\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$

$= 18\sqrt{5}$

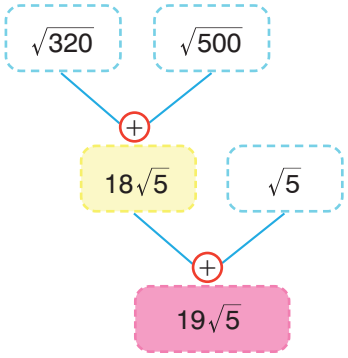
Şemadaki sarı kutucuğa $18\sqrt{5}$ yazılmalıdır.

Şemadaki pembe kutucuğa yazılması gereken ifade bulunurken $18\sqrt{5}$ ile $\sqrt{5}$ ifadeleri toplanır.

$18\sqrt{5} + \sqrt{5} = 18\sqrt{5} + 1\sqrt{5}$

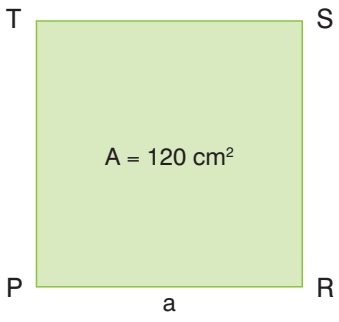
$= 19\sqrt{5}$

Şemadaki pembe kutucuğa $19\sqrt{5}$ yazılmalıdır.



Örnek

Yandaki PRST karesinin alanı 120 cm^2 olduğuna göre çevre uzunluğunu bulunuz.



Çözüm

Bir karenin kenar uzunluğu, alanının karekökünе eşittir.

$a = \sqrt{120} = \sqrt{4 \cdot 30} = 2\sqrt{30}$ cm

PRST karesinin çevre uzunluğu, dört kenar uzunluğu toplanarak bulunabilir.

$Ç = 2\sqrt{30} + 2\sqrt{30} + 2\sqrt{30} + 2\sqrt{30}$

$Ç = (2 + 2 + 2 + 2)\sqrt{30}$

$Ç = 8\sqrt{30}$ cm

PRST karesinin çevre uzunluğu $8\sqrt{30}$ cm'dir.

Örnek

$\sqrt{72}$ sayısının $\sqrt{3}$ katının $7\sqrt{6}$ fazlasını bulunuz.

Çözüm

$\sqrt{72}$ sayısının $\sqrt{3}$ katını bulalım.

$$\sqrt{72} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36 \cdot 2} \cdot \sqrt{3}$$
$$= 6\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$$
$$= 6\sqrt{6}$$

$\sqrt{72}$ sayısının $\sqrt{3}$ katının $7\sqrt{6}$ fazlasını bulalım.

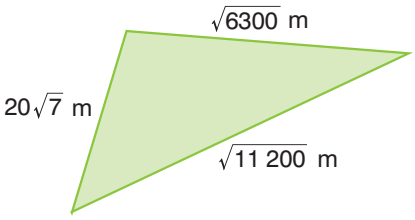
$$6\sqrt{6} + 7\sqrt{6} = (6 + 7)\sqrt{6}$$
$$= 13\sqrt{6}$$

Örnek

Osman Bey, üçgen şeklindeki bahçesinin etrafını bir sıra tel ile çevirmek istiyor. Bahçenin kenar uzunlukları $20\sqrt{7}$ m, $\sqrt{11\,200}$ m ve $\sqrt{6300}$ m olduğuna göre Osman Bey'in en az kaç metre tele ihtiyacı olduğunu bulunuz.

Çözüm

Osman Bey'in üçgen şeklindeki bahçesi yandaki gibi modellenebilir.



Üçgen şeklindeki bahçenin çevre uzunluğunu kenar uzunluklarını toplayarak bulalım.

$Ç = 20\sqrt{7} + \sqrt{6300} + \sqrt{11\,200}$

$Ç = 20\sqrt{7} + \sqrt{900 \cdot 7} + \sqrt{1600 \cdot 7}$

$Ç = 20\sqrt{7} + 30\sqrt{7} + 40\sqrt{7}$

$Ç = 90\sqrt{7}$ m

Osman Bey, üçgen şeklindeki bahçesinin etrafını bir sıra tel ile çevirmek istediği için Osman Bey'in en az $90\sqrt{7}$ metre tele ihtiyacı vardır.

Örnek

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a) $10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = ?$ **b)** $\sqrt{80} + \sqrt{5} - 5\sqrt{5} = ?$ **c)** $\sqrt{405} - \sqrt{45} = ?$ **ç)** $\sqrt{700} + 2\sqrt{7} - \sqrt{63} = ?$

Çözüm

a) $10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = (10 - 6) \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

b) $\sqrt{80} + \sqrt{5} - 5\sqrt{5} = \sqrt{16 \cdot 5} + 1\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 4\sqrt{5} + 1\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = (4 + 1 - 5) \cdot \sqrt{5} = 0 \cdot \sqrt{5} = 0$

c) $\sqrt{405} - \sqrt{45} = \sqrt{81 \cdot 5} - \sqrt{9 \cdot 5} = 9\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = (9 - 3) \cdot \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

ç) $\sqrt{700} + 2\sqrt{7} - \sqrt{63} = \sqrt{100 \cdot 7} + 2\sqrt{7} - \sqrt{9 \cdot 7} = 10\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = (10 + 2 - 3) \cdot \sqrt{7} = 9\sqrt{7}$

Örnek

Yukarıdaki şekilde $|AB| = \sqrt{99}$ cm, $|AC| = 2\sqrt{11}$ cm olduğuna göre $|CB|$'nu bulunuz.

Çözüm

Şekildeki $|CB|$ bulunurken $|AB|$'ndan, $|AC|$ çıkarılır.

$|CB| = |AB| - |AC|$

$|CB| = \sqrt{99} - 2\sqrt{11}$

$|CB| = \sqrt{9 \cdot 11} - 2\sqrt{11}$

$|CB| = 3\sqrt{11} - 2\sqrt{11}$

$|CB| = (3 - 2)\sqrt{11} = 1\sqrt{11} = \sqrt{11}$ cm

Örnek

$\sqrt{117}$ ifadesinin $\sqrt{16}$ katının $5\sqrt{13}$ eksiğini bulunuz.

Çözüm

$\sqrt{117}$ ifadesinin $\sqrt{16}$ katını bulalım.

$\sqrt{117} \cdot \sqrt{16} = \sqrt{9 \cdot 13} \cdot 4 = 3\sqrt{13} \cdot 4 = 12\sqrt{13}$

$\sqrt{117}$ ifadesinin $\sqrt{16}$ katının $5\sqrt{13}$ eksiğini bulalım.

$12\sqrt{13} - 5\sqrt{13} = (12 - 5) \cdot \sqrt{13} = 7\sqrt{13}$

Örnek

$\frac{\square - \diamondsuit}{\square \cdot \diamondsuit}$ işlemindeki $\square$ yerine $\sqrt{48}$, $\diamondsuit$ yerine $\sqrt{12}$ yazarak işlemin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$$\frac{\sqrt{48}-\sqrt{12}}{\sqrt{48}\cdot\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{16\cdot 3}-\sqrt{4\cdot 3}}{\sqrt{16\cdot 3}\cdot\sqrt{4\cdot 3}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{8\sqrt{9}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4\cdot 3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{12}$$

Verilen işlemde $\square$ yerine $\sqrt{48}$, $\diamondsuit$ yerine $\sqrt{12}$ yazılırsa işlemin sonucu $\frac{\sqrt{3}}{12}$ olur.

Örnek

$\sqrt{847}$ ifadesinin $\sqrt{28}$ eksiğinin $-5\sqrt{7}$ fazlasını bulunuz.

Çözüm

$\sqrt{847}$ ifadesinin $\sqrt{28}$ eksiğini bulalım.

$$\sqrt{847}-\sqrt{28} = \sqrt{121\cdot 7}-\sqrt{4\cdot 7}$$

$$= 11\sqrt{7}-2\sqrt{7}$$

$$= (11-2)\cdot\sqrt{7} = 9\sqrt{7}$$

$\sqrt{847}$ ifadesinin $\sqrt{28}$ eksiğinin $-5\sqrt{7}$ fazlasını bulalım.

$$9\sqrt{7}+(-5\sqrt{7}) = 9\sqrt{7}-5\sqrt{7}$$

$$= (9-5)\cdot\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$$

Örnek

$\sqrt{500} - \triangle = \sqrt{5}$ işlemindeki $\triangle$ yerine yazılması gereken ifadeyi bulunuz.

Çözüm

$\sqrt{500} - \triangle = \sqrt{5}$ işlemindeki $\triangle$ yerine yazılması gereken ifade bulunurken $\sqrt{500}$'den $\sqrt{5}$ çıkarılır.

$$\sqrt{500}-\sqrt{5} = \sqrt{100\cdot 5}-\sqrt{5}$$

$$= 10\sqrt{5}-1\sqrt{5}$$

$$= (10-1)\cdot\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$$

İşlemdeki $\triangle$ yerine $9\sqrt{5}$ yazılmalıdır.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\sqrt{32}-5\sqrt{2}+6\sqrt{2}=$ **b)** $\sqrt{700}+3\sqrt{7}=$ **c)** $\sqrt{15}-\sqrt{1500}+20\sqrt{15}=$

ç) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}(7\sqrt{6}-\sqrt{24})=$ **d)** $7\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{180}=$ **e)** $-(25\sqrt{10}+\sqrt{10})+6\sqrt{10}=$

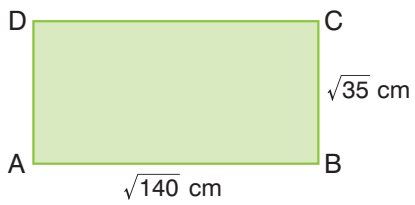
2. Aşağıdaki işlemler ile işlemlerin sonuçları eşleştirildiğinde hangi ifade açıkta kalır?

$7\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{20}=$	$-\sqrt{5}$
$\sqrt{16}\cdot\sqrt{5}+(-\sqrt{125})=$	$\sqrt{5}$
$\frac{\sqrt{10}+\sqrt{40}}{\sqrt{2}}=$	$2\sqrt{5}$
$\sqrt{80}-\sqrt{45}+\sqrt{5}=$	$3\sqrt{5}$
	$4\sqrt{5}$

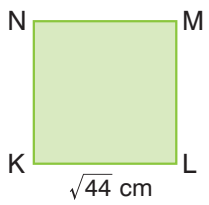
3. $\frac{\sqrt{288}-\sqrt{32}}{\sqrt{36}\cdot\sqrt{8}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

4. Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgen, kare ve üçgenin çevre uzunluklarını bulunuz.

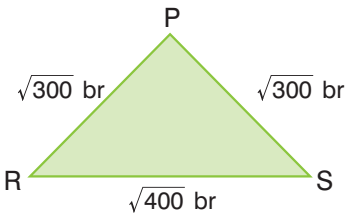
a)



b)



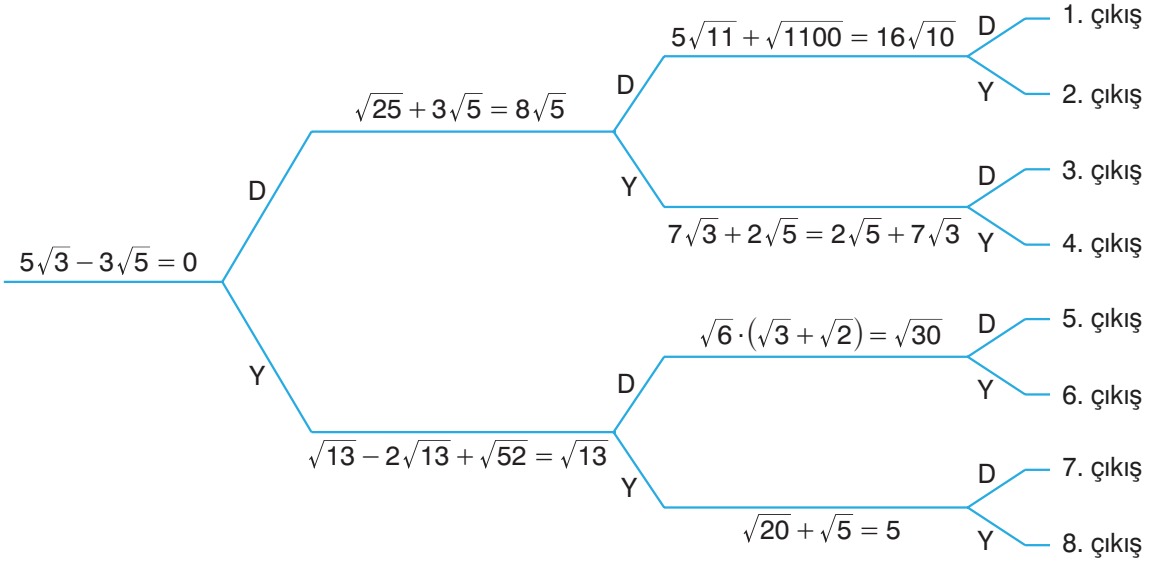
c)



5. Yandaki tabloda bazı işlemler verilmiştir. İşlemleri yaparak tablodaki boş kutucuklara işlemlerin sonuçlarını yazınız.

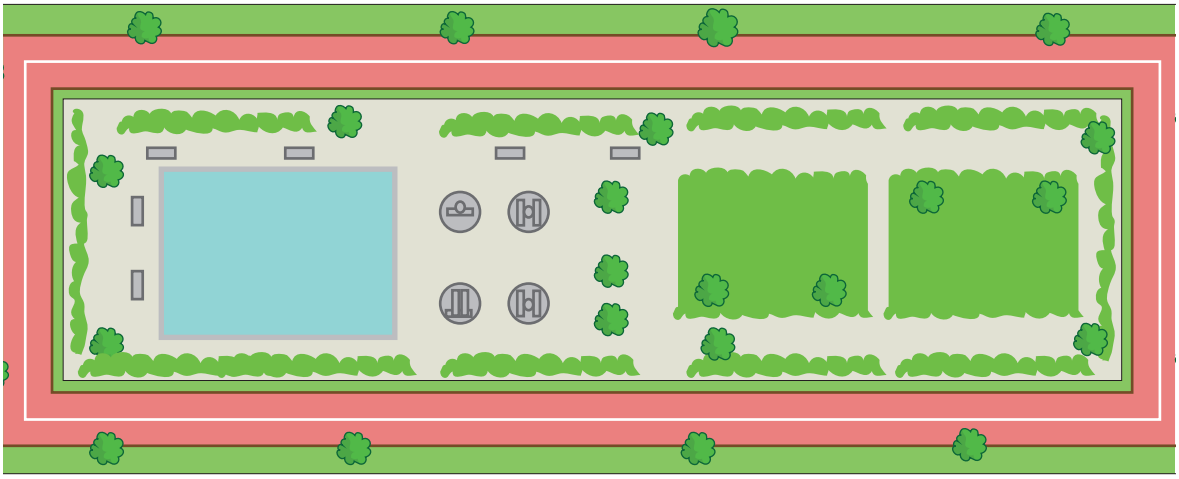
İşlem	Sonuç
$15\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{800}=$	
$2\cdot(7\sqrt{3}-\sqrt{243})=$	
$\dfrac{\sqrt{25}\cdot(\sqrt{63}+\sqrt{7})}{10\sqrt{7}}=$	
$7\sqrt{5}+5\sqrt{7}-3\sqrt{5}=$	

6.



Yukarıda verilen şemadaki ifadeleri en soldan başlayarak inceleyiniz. İfadeler doğru ise "D", yanlış ise "Y" yolunu takip ediniz. Kaçıncı çıkışa ulaştınız? Yazınız.

Kareköklü Bir İfade ile Çarpıldığında Sonucu Doğal Sayı Yapan Çarpanlar



Bir belediye, bir parkın yanına dikdörtgen şeklinde yürüyüş yolu yapıyor. Yürüyüş yolunun uzun kenar uzunluğu $40\sqrt{3}$ m ve alanı m^2 biriminde bir doğal sayıdır. Buna göre yürüyüş yolunun kısa kenar uzunluğu belirlenirken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Kareköklü iki ifadenin çarpımının doğal sayı olabilmesi için kareköklerin içindeki sayıların çarpımının tam kare bir tam sayı olması gerekir.

Örnek

$\sqrt{125}$ ifadesi ile çarpıldığında sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara beş örnek veriniz.

Çözüm

$\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$

$\sqrt{125}$ ile yani $5\sqrt{5}$ ile çarpıldığında sonucu doğal sayı yapan çarpanlar, kareköklü ifade olmalıdır. Buna göre $\sqrt{125}$ ifadesi ile çarpıldığında sonucu doğal sayı yapan çarpanlara beş örnek verelim.

- $\sqrt{125} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{25} = 5 \cdot 5 = 25$
- $\sqrt{125} \cdot 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} = 15\sqrt{25} = 15 \cdot 5 = 75$
- $\sqrt{125} \cdot 4\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5} = 20\sqrt{25} = 20 \cdot 5 = 100$
- $\sqrt{125} \cdot 5\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \cdot 5\sqrt{5} = 25\sqrt{25} = 25 \cdot 5 = 125$
- $\sqrt{125} \cdot 10\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \cdot 10\sqrt{5} = 50\sqrt{25} = 50 \cdot 5 = 250$

Örnek

$\sqrt{120}\cdot 6\sqrt{\triangle}$ işleminin sonucu bir doğal sayıdır. Buna göre $\triangle$ yerine yazılabilecek en küçük doğal sayıyı belirleyiniz.

Çözüm

Önce $\sqrt{120}$ ifadesini $a\sqrt{b}$ şeklinde $(a \neq 1)$ yazalım.

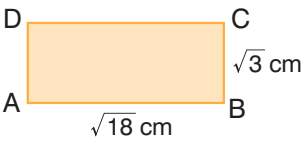
$$\sqrt{120} = \sqrt{4\cdot 30}$$
$$= 2\sqrt{30}$$

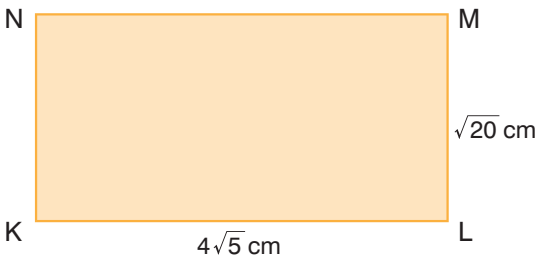
$2\sqrt{30}\cdot 6\sqrt{\triangle}$ işleminin sonucu bir doğal sayı olduğuna göre $\triangle$ yerine 30 yazalım.

$$2\sqrt{30}\cdot 6\sqrt{\triangle} \rightarrow 2\sqrt{30}\cdot 6\sqrt{30} = 12\sqrt{900}$$
$$= 12\cdot 30 = 360$$

360 sayısı bir doğal sayı olduğuna göre $\triangle$ yerine yazılabilecek en küçük doğal sayı 30'dur.

Örnek





Yukarıdaki ABCD ve KLMN dikdörtgenlerinin verilen kenar uzunluklarına göre hangisinin alanının cm^2 biriminde bir doğal sayı olduğunu belirleyiniz.

Çözüm

ABCD dikdörtgeninin alanını bulalım. Alan $= \sqrt{18}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{9\cdot 2}\cdot\sqrt{3}$

$$= 3\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$$
$$= 3\sqrt{6}\ cm^2$$

KLMN dikdörtgeninin alanını bulalım. Alan $= 4\sqrt{5}\cdot\sqrt{20} = 4\sqrt{5}\cdot\sqrt{4\cdot 5}$

$$= 4\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5}$$
$$= 8\sqrt{25}$$
$$= 8\cdot 5 = 40\ cm^2$$

$3\sqrt{6}$ sayısı bir doğal sayı değildir. 40 sayısı bir doğal sayı olduğundan KLMN dikdörtgeninin alanı cm^2 biriminde bir doğal sayıdır.

Alıştırmalar

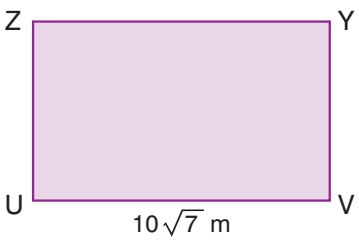
1. Aşağıdaki kareköklü ifadelerle çarpıldığında sonucu bir doğal sayı olan çarpanlara dörder örnek veriniz.

a) $\sqrt{120}$ **b)** $\sqrt{300}$ **c)** $2\sqrt{17}$ **ç)** $5\sqrt{19}$

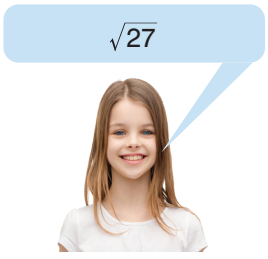
2. Aşağıdaki işlemlerin sonuçları birer doğal sayıdır. Buna göre işlemlerdeki sembollerin yerine yazılabilecek en küçük pozitif tam sayıları belirleyiniz.

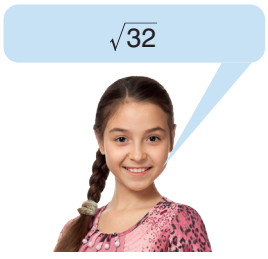
a) $\sqrt{88}\cdot 9\sqrt{\triangle}$ **b)** $\sqrt{60}\cdot 2\sqrt{\square}$ **c)** $7\sqrt{\diamond}\cdot\sqrt{10}$ **ç)** $\sqrt{324}\cdot\sqrt{\triangledown}$

3. Yandaki UVYZ dikdörtgeninin alanı m^2 biriminde bir doğal sayıdır. Buna göre UVYZ dikdörtgeninin kısa kenar uzunluğunun metre biriminde alabileceği değerlere üç örnek veriniz.



4.





Öğrencilerin belirttiği ifadelerden hangisi, $\sqrt{800}$ ile çarpıldığında işlemin sonucu bir doğal sayı olur?

Ondalık İfadelerin Kareköklerini

Asuman Hanım'ın odasının duvarları beyazdı. Asuman Hanım, odasındaki kare şeklindeki bir duvarı pembeye boyadı. Asuman Hanım 12,25 m^2 alanı pembeye boyadığına göre Asuman Hanım'ın odasındaki kare şeklindeki duvarın kenar uzunluğu bulunurken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

Ondalık gösterimler kesir biçiminde yazılırken kesrin payına virgül dikkate alınmadan sayı yazılır. Kesrin paydasına ondalık gösterimdeki virgülden sonra bir basamak varsa 10, iki basamak varsa 100, üç basamak varsa 1000 yazılır.

Bilgi Kutusu

Ondalık ifadelerin kareköklerini belirlenirken önce ondalık ifade kesir biçiminde yazılır. Sonra kesrin kareköklerinin değeri bulunur.

Örnek

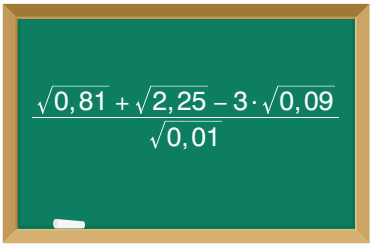
$\sqrt{1,44}$, $\sqrt{0,09}$ ve $\sqrt{1,96}$ ifadelerinin değerlerini bulunuz.

Çözüm

- $\sqrt{1,44} = \sqrt{\frac{144}{100}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{100}} = \frac{12}{10} = 1,2$
- $\sqrt{0,09} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}} = \frac{3}{10} = 0,3$
- $\sqrt{1,96} = \sqrt{\frac{196}{100}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{100}} = \frac{14}{10} = 1,4$

Örnek

Yandaki tahta görselinde yazılı olan işlemin sonucunu bulunuz.



Çözüm

Önce işlemdeki kareköklü ifadelerin değerlerini ayrı ayrı bulalım.

- $\sqrt{0,81}=\sqrt{\frac{81}{100}}=\frac{9}{10}=0,9$
- $\sqrt{2,25}=\sqrt{\frac{225}{100}}=\frac{15}{10}=1,5$
- $\sqrt{0,09}=\sqrt{\frac{9}{100}}=\frac{3}{10}=0,3$
- $\sqrt{0,01}=\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}=0,1$

Şimdi, kareköklü ifadelerin değerlerini işlemde yerine yazarak işlemin sonucunu bulalım.

$$\frac{\sqrt{0,81}+\sqrt{2,25}-3\cdot\sqrt{0,09}}{\sqrt{0,01}}=\frac{0,9+1,5-3\cdot(0,3)}{0,1}$$

$$=\frac{2,4-0,9}{0,1}$$

$$=\frac{1,5}{0,1}$$

$$=\frac{1,5\cdot 10}{0,1\cdot 10}$$

$$=\frac{15}{1}=15$$

Örnek

$\frac{\sqrt{0,0009}-\sqrt{0,0064}+\sqrt{0,0121}}{\sqrt{0,04}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

Önce işlemdeki kareköklü ifadelerin değerlerini ayrı ayrı hesaplayalım. Sonra hesapladığımız değerleri işlemde yerine yazarak işlemin sonucunu bulalım.

- $\sqrt{0,0009}=\sqrt{\frac{9}{10\,000}}=\frac{3}{100}=0,03$
- $\sqrt{0,0064}=\sqrt{\frac{64}{10\,000}}=\frac{8}{100}=0,08$
- $\sqrt{0,0121}=\sqrt{\frac{121}{10\,000}}=\frac{11}{100}=0,11$
- $\sqrt{0,04}=\sqrt{\frac{4}{100}}=\frac{2}{10}=0,2$

$$\frac{\sqrt{0,0009}-\sqrt{0,0064}+\sqrt{0,0121}}{\sqrt{0,04}}=\frac{0,03-0,08+0,11}{0,2}$$

$$=\frac{0,14-0,08}{0,2}$$

$$=\frac{0,06}{0,2}$$

$$=\frac{0,06\cdot 100}{0,2\cdot 100}$$

$$=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}=0,3$$

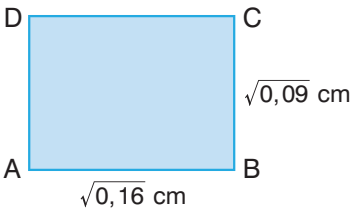
Alıştırmalar

1. Aşağıdaki kareköklü ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\sqrt{1,69}$ **b)** $\sqrt{0,81}$ **c)** $\sqrt{2,56}$ **ç)** $\sqrt{4,84}$

d) $\sqrt{0,0004}$ **e)** $\sqrt{0,0049}$ **f)** $\sqrt{0,0361}$ **g)** $\sqrt{0,0441}$

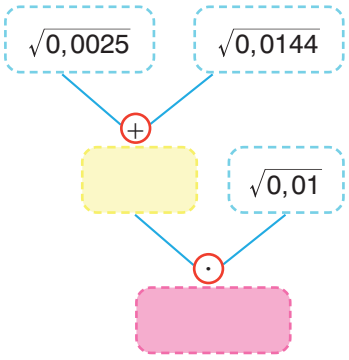
2. Yandaki ABCD dikdörtgeninin kenar uzunlukları $\sqrt{0,16}$ cm ve $\sqrt{0,09}$ cm'dir. Buna göre ABCD dikdörtgeninin alanı kaç cm^2 dir?



3. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $\dfrac{(\sqrt{0,64}-\sqrt{0,0009})\cdot\sqrt{0,01}}{\sqrt{0,0001}} =$ **b)** $\dfrac{\sqrt{2,56}}{\sqrt{0,0016}}+\dfrac{\sqrt{3,24}}{\sqrt{0,0081}} =$ **c)** $\dfrac{\sqrt{0,09}\cdot(\sqrt{0,16}-\sqrt{0,0016})}{0,3} =$

4. Yandaki şemada belirtilen işlemleri yaparak renkli kutucuklara cevapları yazınız.



Gerçek Sayılar

Kaan, projesi için kâğıda bir ABCD karesi ve karenin bir köşegenini çizdi. Çizdiği [BD] köşegenine bakan Kaan, ünlü matematikçi Pisagor'un "Kenar uzunluğu 1 birim olan bir karenin köşegen uzunluğu bir rasyonel sayı olarak ifade edilemez." sözünü hatırladı. Kaan, rasyonel sayı olarak ifade edilemeyen bir sayının nasıl ifade edilebileceğini düşündü. Sizce rasyonel olan ve rasyonel olmayan sayıların tamamının bulunduğu bir küme olabilir mi? Nedenini açıklayınız.

Hatırlatma

- Tam kare tam sayıların kareköklerinin değeri doğal sayıdır.
- Devirli ondalık gösterimlerde devreden sayılar, üzerlerine çizgi konularak belirtilir. Örneğin $1,2\overline{5}$ ve $47,\overline{003}$ devirli ondalık gösterimlerinde sırasıyla 5 ve 003 sayıları devretmektedir.

Bir devirli ondalık gösterim, rasyonel sayı olarak ifade edilirken aşağıdaki yöntem kullanılabilir.

$$\text{Devirli ondalık gösterim} = \frac{\text{Sayının tümü} - \text{Sayının devretmeyen kısmı}}{\begin{array}{c}\text{Ondalık kısımdaki devreden her bir rakam için 1 adet 9,}\\ \text{devretmeyen her bir rakam için 1 adet 0 yazılır.}\end{array}}$$

- $1,\overline{7} = \frac{17-1}{9} = \frac{16}{9}$
- $0,1\overline{7} = \frac{17-1}{90} = \frac{16}{90}$
- $3,\overline{25} = \frac{325-3}{99} = \frac{322}{99}$
- $1,\overline{242} = \frac{1242-1}{999} = \frac{1241}{999}$
- $0,1\overline{02} = \frac{102-1}{990} = \frac{101}{990}$
- $0,04\overline{5} = \frac{45-4}{900} = \frac{41}{900}$

Bilgi Kutusu

- İki tam sayının oranı ($\frac{a}{b}$, a tam sayı ve b sıfırdan farklı bir tam sayı) olarak yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar**, yazılamayan sayılara **irrasyonel sayılar** adı verilir.
- Tam kare olmayan bir sayının karekökü irrasyonel sayıdır.

Örnek

Aşağıdaki devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

a) $2,\overline{7}$ **b)** $12,0\overline{3}$ **c)** $0,\overline{075}$ **ç)** $16,\overline{42}$ **d)** $1,1\overline{24}$ **e)** $6,32\overline{4}$

Çözüm

a) $2,\overline{7} = \frac{27-2}{9} = \frac{25}{9}$

b) $12,0\overline{3} = \frac{1203-120}{90} = \frac{1083}{90} = \frac{361}{30}$

c) $0,\overline{075} = \frac{75-0}{999} = \frac{75}{999} = \frac{25}{333}$

ç) $16,\overline{42} = \frac{1642-16}{99} = \frac{1626}{99} = \frac{542}{33}$

d) $1,1\overline{24} = \frac{1124-11}{990} = \frac{1113}{990} = \frac{371}{330}$

e) $6,32\overline{4} = \frac{6324-632}{900} = \frac{5692}{900} = \frac{1423}{225}$

Örnek

Etkileşimli içerik

0,7 1,6 2,23 32,328

Yukarıdaki kutucuklarda verilen ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

Çözüm

- $0,7 = \frac{7}{10}$
- $1,6 = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$
- $2,23 = \frac{223}{100}$
- $32,328 = \frac{32\,328}{1000} = \frac{4041}{125}$

Bilgi Kutusu

- Virgülden sonraki ondalık kısmı sonsuza kadar düzensiz olarak devam eden ondalık gösterimler, irrasyonel sayıdır. Örneğin π sayısı bir irrasyonel sayıdır. π sayısı bir irrasyonel sayı olmasına rağmen işlemlerde kolaylık sağlaması açısından π yerine 3, $\frac{22}{7}$ veya 3,14 alınabilir.
- İrrasyonel ile rasyonel sayıların tamamı gerçek sayıları oluşturur. Gerçek sayılar kümesi, **R** ile gösterilir.

Örnek

$-2,36$ 17,2362817... $\sqrt{25}$ $19,2\overline{3}$ π $\sqrt{101}$

Kutucuklarda verilen sayılardan

a) Rasyonel sayılar kümesine,

b) İrrasyonel sayılar kümesine,

c) Gerçek sayılar kümesine ait olanları belirleyiniz.

Çözüm

Önce kutucuklarda verilen sayıları inceleyelim.

- $-2,36 = \frac{-236}{100} = \frac{-59}{25}$ sayısı, bir rasyonel sayıdır.
- 17,2362817... sayısı düzensiz olarak sonsuza kadar devam ettiği için bir irrasyonel sayıdır.
- $\sqrt{25} = 5 = \frac{5}{1}$ sayısı, bir rasyonel sayıdır.
- $19,2\overline{3} = \frac{1923-192}{90} = \frac{1731}{90} = \frac{577}{30}$ sayısı, bir rasyonel sayıdır.
- π sayısı, bir irrasyonel sayıdır.
- $\sqrt{101}$ ifadesinde karekökün içindeki sayı, tam kare pozitif bir tam sayı olmadığından $\sqrt{101}$ irrasyonel sayıdır.

Şimdi, verilen sayıların hangi sayı kümelerine ait olduklarını belirleyelim.

a) $-2,36; \sqrt{25}; 19,2\overline{3}$ sayıları, rasyonel sayılar kümesine aittir.

b) π, $\sqrt{101}$ ve 17,2362817... sayıları, irrasyonel sayılar kümesine aittir.

c) Kutucuklarda verilen sayıların tamamı, gerçek sayılar kümesine aittir.

- $-2,36 \in R$
- $17,2362817... \in R$
- $\sqrt{25} \in R$
- $19,2\overline{3} \in R$
- $\pi \in R$
- $\sqrt{101} \in R$

Örnek

$\sqrt{125} \cdot (3\sqrt{5} - \sqrt{20})$ işleminin sonucunun rasyonel, irrasyonel veya gerçek sayılar kümelerinden hangilerine ait olduğunu belirleyiniz.

Çözüm

Önce işlemin sonucunu bulalım.

$$\begin{aligned}\sqrt{125} \cdot (3\sqrt{5} - \sqrt{20}) &= \sqrt{25 \cdot 5} \cdot (3\sqrt{5} - \sqrt{4 \cdot 5}) \\ &= 5\sqrt{5} \cdot (3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}) \\ &= 5\sqrt{5} \cdot 1\sqrt{5} \\ &= 5 \cdot 1 \cdot \sqrt{5 \cdot 5} \\ &= 5 \cdot \sqrt{25} \\ &= 5 \cdot 5 \\ &= 25\end{aligned}$$

İşlemin sonucu olan 25 hem rasyonel sayılar hem de gerçek sayılar kümesine aittir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdakilerden irrasyonel sayı olanların yanlarındaki kutucuklara ✓ işareti koyunuz.

☐ **a)** 17,2133121593... ☐ **b)** $81,1\overline{8}$ ☐ **c)** 7,36 ☐ **ç)** π

☐ **d)** 1286,222222... ☐ **e)** $\sqrt{1}$ ☐ **f)** $\sqrt{307}$ ☐ **g)** $\sqrt{196}$

2. Kareli alana üç adet rasyonel, dört adet irrasyonel sayı yazınız. Sayıları yazarken nelere dikkat ettiğinizi açıklayınız.

3. Aşağıdaki işlemleri yapınız. İşlem sonuçlarının ait olduğu sayı kümelerini belirleyiniz.

a) $7\cdot\left(\sqrt{243}-\sqrt{75}\right)-28\sqrt{3}=$ **b)** $\sqrt{2}\cdot\left(3\sqrt{2}-\sqrt{12}\right)=$

VERİ ANALİZİ

Çizgi ve Sütun Grafikleri

Gazete ve dergilerde bazı araştırmaları incelerken araştırma sonuçlarının grafiklerle gösterildiğini fark eden Murat, bunun sebebini merak etmiştir. Sizce araştırma sonuçları neden grafiklerle gösteriliyor olabilir? Açıklayınız.

Hatırlatma

Bir araştırma sonucunda elde edilen veriler

- Sütun şeklinde gösterilmişse **sütun grafiği**,
- Noktalar işaretlenip çizgilerle birleştirilerek gösterilmişse **çizgi grafiği** ile ifade edilmiştir.

Bilgi Kutusu

Bir veri grubuna ait çizgi ya da sütun grafiği oluşturulup yorumlanabileceği gibi iki veya üç veri grubuna ait çizgi ya da sütun grafiği de oluşturulabilir ve yorumlanabilir.

Örnek

Yandaki ikili sütun grafiğinde iki yıl boyunca A, B ve C müzelerine giden öğrenci sayıları verilmiştir. İkili sütun grafiğine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

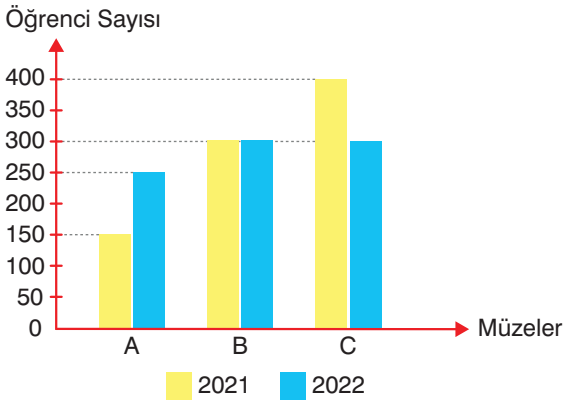
a) 2021 yılında kaç öğrenci müzeye gitmiştir?

b) İki yılda hangi müzeye eşit sayıda öğrenci gitmiştir?

c) İki yıl boyunca toplam kaç öğrenci C müzesine gitmiştir?

ç) 2022 yılında bir önceki yıla göre daha fazla öğrencinin gittiği müzeye iki yılda toplam kaç öğrenci gitmiştir?

Grafik: Müzeye Giden Öğrencilerin Yıllara Göre Sayıları



Etkileşimli içerik

Çözüm

a) 2021 yılında A müzesine 150, B müzesine 300, C müzesine 400 öğrenci gitmiştir. Buna göre 2021 yılında toplam $150 + 300 + 400 = 850$ öğrenci müzeye gitmiştir.

b) B müzesine hem 2021 hem de 2022 yılında eşit sayıda (300) öğrenci gitmiştir.

c) C müzesine iki yıl boyunca toplam $400 + 300 = 700$ öğrenci gitmiştir.

ç) A müzesine 2021 yılında 150, 2022 yılında 250 öğrenci gitmiştir. Buna göre A müzesine iki yıl boyunca toplam $150 + 250 = 400$ öğrenci gitmiştir.

Örnek

Bir atölyede dört hafta boyunca üretilen Türk ve Azerbaycan bayrağı sayısı, yandaki ikili çizgi grafiğinde verilmiştir. İkili çizgi grafiğine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Atölyede dört hafta boyunca toplam kaç Azerbaycan bayrağı üretilmiştir?

b) Atölyede dört hafta boyunca toplam kaç Türk bayrağı üretilmiştir?

c) Eşit sayıda Türk ve Azerbaycan bayrağı üretilen hafta hangisidir?

ç) Azerbaycan bayrağı üretimi, kaçıncı haftadan sonra düşüşe geçmiştir?

Grafik: Dört Hafta Boyunca Üretilen Türk ve Azerbaycan Bayrakları

Çözüm

a) Atölyede 1. hafta 10 000, 2. hafta 20 000, 3. hafta 20 000, 4. hafta 15 000 Azerbaycan bayrağı üretilmiştir.

Buna göre atölyede dört hafta boyunca toplam

$10\,000 + 20\,000 + 20\,000 + 15\,000 = 65\,000$ Azerbaycan bayrağı üretilmiştir.

b) Atölyede 1. hafta 15 000, 2. hafta 15 000, 3. hafta 20 000, 4. hafta 25 000 Türk bayrağı üretilmiştir.

Buna göre atölyede dört hafta boyunca toplam;

$15\,000 + 15\,000 + 20\,000 + 25\,000 = 75\,000$ Türk bayrağı üretilmiştir.

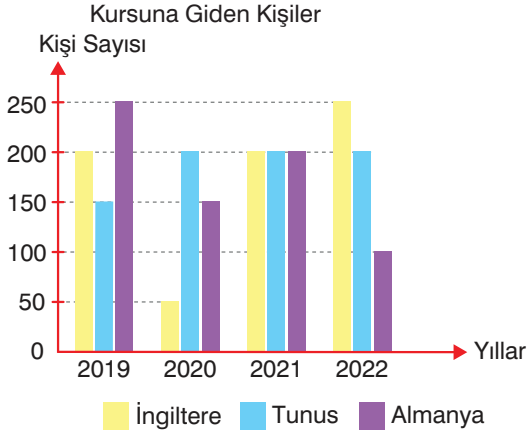
c) Atölyede 3. hafta Türk (20 000) ve Azerbaycan (20 000) bayrakları eşit sayıda üretilmiştir.

ç) Azerbaycan bayrağı üretimi, 3. haftadan sonra düşüşe geçmiştir.

Örnek

Bir firma, çalışanlarını dört yıl boyunca üç farklı ülkede dil kursuna göndermiştir. Yanda bunu gösteren üçlü sütun grafiği verilmiştir. Bu grafiği yorumlayınız.

Grafik: Dört Yıl Boyunca Üç Farklı Ülkeye Dil Kursuna Giden Kişiler



Çözüm

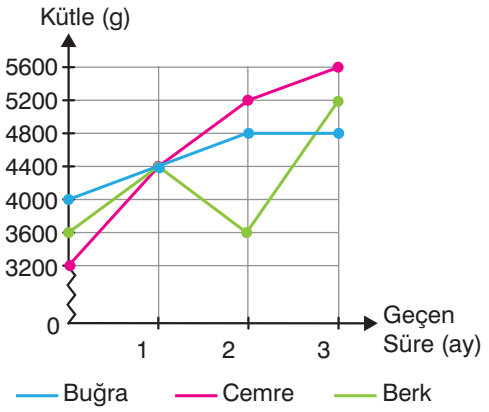
Üçlü sütun grafiğine göre

- Firma; 2019 yılında 200 kişiyi İngiltere'ye, 150 kişiyi Tunus'a, 250 kişiyi Almanya'ya göndermiştir.
- Firmanın 2019 yılında dil öğrenmeleri için Almanya'ya gönderdiği kişi sayısı, diğer yıllara göre daha fazladır.
- Firmanın her üç ülkeye de gönderdiği kişi sayıları 2021 yılında eşittir.
- Firma, dil öğrenmeleri için Tunus'a dört yıl boyunca toplam $150 + 200 + 200 + 200 = 750$ kişi göndermiştir.
- Firma; 2020 yılında 50 kişiyi İngiltere'ye, 200 kişiyi Tunus'a, 150 kişiyi Almanya'ya göndermiştir.
- Firmanın İngiltere'ye gönderdiği kişi sayısı, 2020 yılından itibaren artış göstermiştir.
- Firmanın Tunus'a gönderdiği kişi sayısı, 2020 yılından itibaren sabit kalmıştır.
- Firma, 2022 yılında üç ülkeye toplam $250 + 200 + 100 = 550$ kişi göndermiştir.
- Firma, İngiltere'ye en çok kişiyi 2022 yılında göndermiştir.

Örnek

Aynı hastanede aynı gün doğan Buğra, Cemre ve Berk bebeklerin kütlelerinin doğduktan sonraki üç aylık değişimleri yandaki üçlü çizgi grafiğinde verilmiştir. Üçlü çizgi grafiğine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Grafik: Buğra, Cemre ve Berk Bebeklerin Kütlelerinin Geçen Süreye Göre Miktarları



a) Hangi bebek doğduğunda kütlesi diğer bebeklerin kütlelerinden daha küçüktür?

b) Bebekler doğduktan kaç ay sonra kütleleri eşit olmuştur?

c) Hangi bebek doğduktan sonra kilo vermiştir?

ç) Buğra bebeğin kaçıncı ayında kütlesi değişmemiştir?

d) Cemre bebek, doğduktan sonra ilk üç ayda toplam kaç g kilo almıştır?

e) 2. ayda Cemre bebeğin kütlesi Berk bebeğin kütlesinden kaç g fazladır?

f) Hangi bebek 3 ay boyunca diğerlerinden daha az kilo almıştır?

Çözüm

a) Doğduğunda Buğra bebek 4000 g, Cemre bebek 3200 g, Berk bebek 3600 g'dır. Buna göre Cemre bebek doğduğunda kütlesi diğer bebeklerin kütlelerinden daha küçüktür.

b) Doğduktan 1 ay sonra Buğra, Cemre ve Berk bebeklerin kütleleri eşittir ve 4400 g'dır.

c) Berk bebek doğduktan sonra 1. ay ile 2. ay arasında kilo vermiştir ve kütlesi 4400 gramdan 3600 grama düşmüştür.

ç) Buğra bebeğin doğduktan 2 ay sonraki kütlesi 4800 g ve 3 ay sonraki kütlesi 4800 g'dır. Buna göre Buğra bebeğin 3. ayında kütlesi değişmemiştir.

d) Cemre bebek doğduğunda kütlesi 3200 g, doğduktan 3 ay sonra kütlesi 5600 g'dır. Buna göre Cemre bebek, doğduktan sonra ilk üç ayda toplam $5600 - 3200 = 2400$ g kilo almıştır.

e) 2. ayda Cemre bebeğin kütlesi 5200 g, Berk bebeğin kütlesi 3600 g'dır. Buna göre 2. ayda Cemre bebeğin kütlesi Berk bebeğin kütlesinden $5200 - 3600 = 1600$ g fazladır.

f) 3 ay boyunca

- Buğra bebek $4800 - 4000 = 800$ g,
- Cemre bebek $5600 - 3200 = 2400$ g,
- Berk bebek $4800 - 3600 = 1200$ g kilo almıştır.

Buna göre 3 ay boyunca Buğra bebek diğerlerinden daha az kilo almıştır.

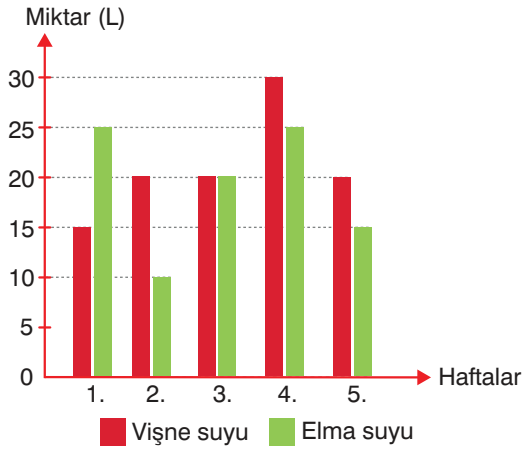
Alıştırmalar

1. Emre Bey'in beş hafta boyunca misafirlerine ikram ettiği vişne ve elma suyu miktarları, yandaki ikili sütun grafiğinde verilmiştir.

İkili sütun grafiğine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Emre Bey, kaçıncı hafta misafirlerine eşit miktarda vişne suyu ve elma suyu ikram etmiştir?

Grafik: Emre Bey'in Beş Hafta Boyunca Misafirlerine İkram Ettiği Vişne Suyu ve Elma Suyu Miktarları



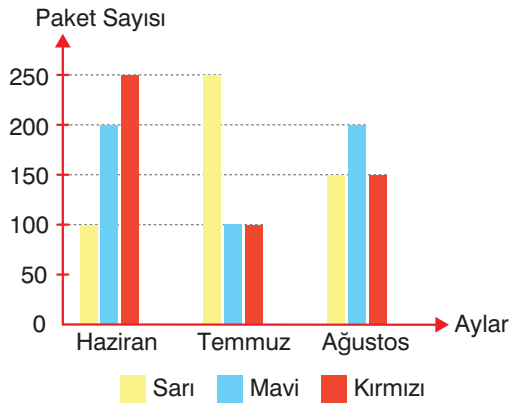
b) Emre Bey, beş hafta boyunca misafirlerine kaç L vişne suyu ikram etmiştir?

c) Emre Bey, beş hafta boyunca misafirlerine kaç L elma suyu ikram etmiştir?

2. Ayşen, yaz tatili boyunca annesine yardım etmek için annesinin mağazasında satılan bazı ürünleri paketledi. Ayşen'in yaz boyunca yaptığı sarı, mavi ve kırmızı paket sayılarının aylara göre dağılımı, yandaki üçlü sütun grafiğinde verilmiştir.

Buna göre üçlü sütun grafiğini yorumlayınız.

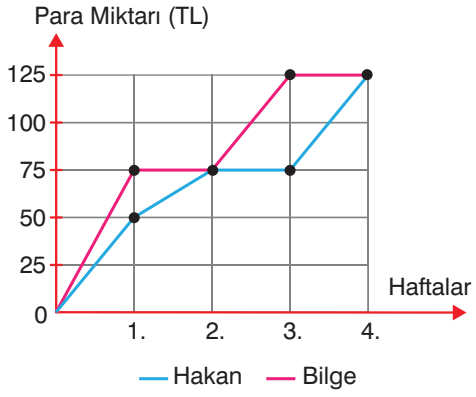
Grafik: Yapılan Sarı, Mavi ve Kırmızı Paket Sayılarının Aylara Göre Dağılımı



3. Hakan ile Bilge'nin dört hafta boyunca kumbaralarında biriken paralar, yandaki çizgi grafiğinde verilmiştir.

Buna göre çizgi grafiğini yorumlayınız.

Grafik: Hakan ile Bilge'nin Dört Hafta Boyunca Kumbaralarında Biriken Paraları



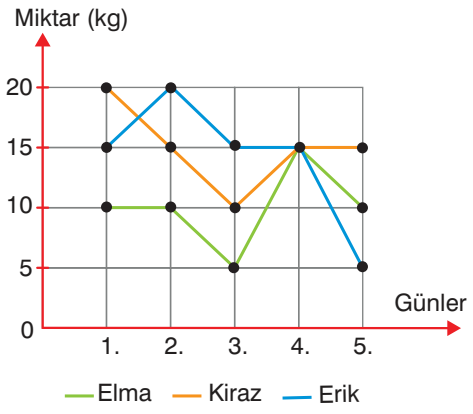
4. Yunus, tatilde dedesine yardım etmek için bahçeye gitti. Yunus beş gün boyunca bahçeden elma, kiraz ve erik toplayarak birbirlerine karıştırmadan topladıklarını birer sepete koydu. Dedesi sepetteki meyvelerden dostlarına ikramlarda bulundu.

Her günün sonunda sepetlerde kalan meyve miktarları yandaki üçlü çizgi grafiğinde verilmiştir.

Çizgi grafiğine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) 3. günün sonunda sepetlerde toplam kaç kg elma, kiraz ve erik vardır?

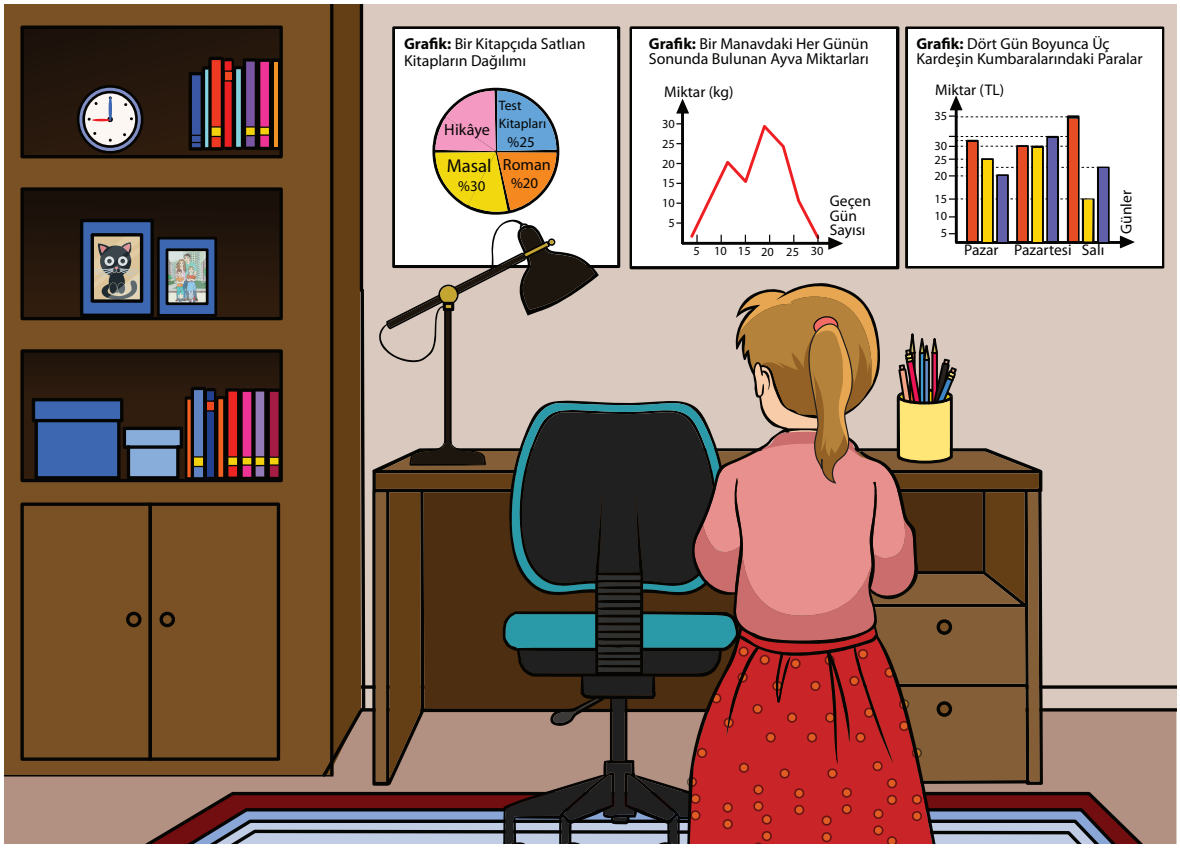
Grafik: Beş Gün Boyunca Her Günün Sonunda Sepetlerdeki Elma, Kiraz ve Erik Miktarının Değişimi



b) Beş gün boyunca her günün sonunda sepetlerde kalan erik ve elma miktarlarının arasındaki fark kaç kg'dır?

c) Beş gün boyunca her günün sonunda sepetlerde kalan elma, kiraz ve erik miktarlarının toplamı kaç kg'dır?

Verilerin Farklı Gösterimleri



Melisa, projesini tamamlayabilmek için grafiklerin neden farklı çeşitlerinin olduğunu açıklamak zorundadır. Sizce o, bu durumu projesinde nasıl belirtmelidir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Birbirinden bağımsız olan veriler, sütun grafiği ile gösterilir.

Örnek

Market sahibi Metin Bey'in yakın arkadaşlarına dağıttığı bazı ürünler ve miktarları yandaki tabloda verilmiştir.

Tablodaki verileri sütun grafiğinde gösteriniz.

Tablo: Metin Bey'in Yakın Arkadaşlarına Dağıttığı Ürünlerin Miktarları

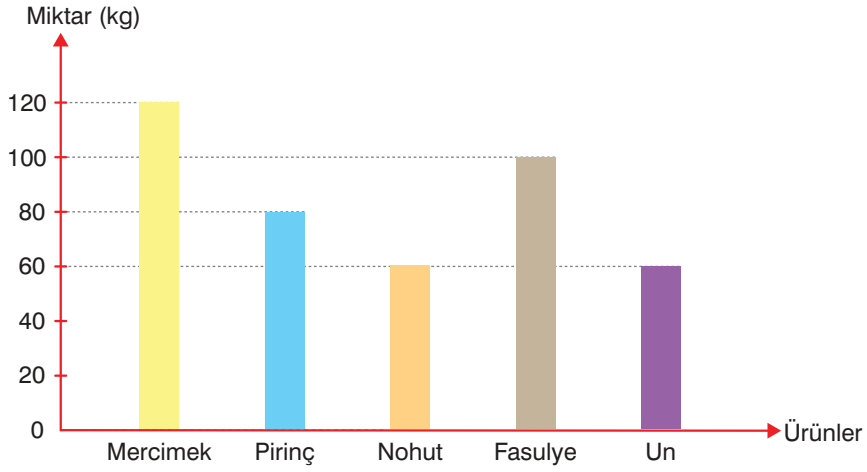
Ürünler	Miktar (kg)
Mercimek	120
Pirinç	80
Nohut	60
Fasulye	100
Un	60

Çözüm

Tabloya göre Metin Bey, yakın arkadaşlarına 120 kg mercimek, 80 kg pirinç, 60 kg nohut, 100 kg fasulye ve 60 kg un dağıtmıştır.

Tablodaki veriler, sütun grafiğinde aşağıdaki gibi gösterilebilir.

Grafik: Metin Bey'in Yakın Arkadaşlarına Dağıttığı Ürünlerin Miktarları



Bilgi Kutusu

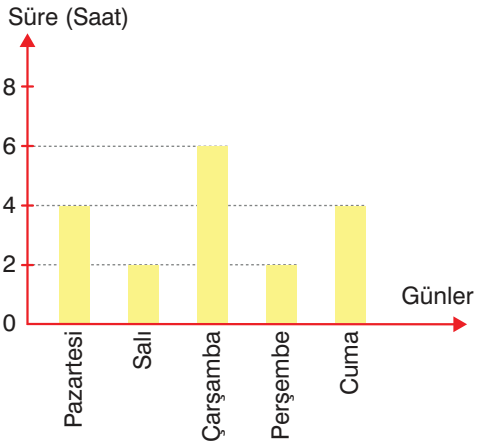
Bir veri grubundaki verilerin dağılımı daire grafiği ile gösterilir.

Örnek

Atletizm yarışına hazırlanan Özlem'in beş gün boyunca yaptığı antrenman süreleri, yandaki sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Sütun grafiğindeki verileri, daire grafiğinde gösteriniz.

Grafik: Özlem'in Beş Gün Boyunca Yaptığı Antrenman Süreleri



Çözüm

Özlem, yandaki sütun grafiğine göre pazartesi 4, salı 2, çarşamba 6, perşembe 2 ve cuma günü 4 saat olmak üzere toplam, $4 + 2 + 6 + 2 + 4 = 18$ saat antrenman yapmıştır.

Buna göre daire grafiğindeki merkez açıların ölçülerini belirleyelim.

18 saatlik süre, daire grafiğinde 360°'lik açıyı temsil eder. Özlem'in pazartesi günü yaptığı antrenman süresini belirten daire dilimindeki merkez açının ölçüsünü bulalım.

18 saatlik süre — 360°'yi temsil ederse

4 saatlik süre — a'yı temsil eder.

$$18 \cdot a = 360 \cdot 4$$

$$a = \frac{\overset{20}{\cancel{360}} \cdot 4}{\underset{1}{\cancel{18}}}$$

$$a = 80^\circ$$

Özlem'in pazartesi günü yaptığı antrenman süresini belirten daire dilimindeki merkez açının ölçüsü 80° dir. Özlem, cuma günü de 4 saat antrenman yaptığına göre Özlem'in cuma günü yaptığı antrenman süresini belirten daire dilimindeki merkez açının ölçüsü de 80° dir.

Özlem'in salı veya perşembe günü yaptığı antrenman süresini belirten daire dilimindeki merkez açının ölçüsünü bulalım.

18 saatlik süre → 360° yi temsil ederse

2 saatlik süre → b'yi temsil eder.

$$18 \cdot b = 360 \cdot 2$$

$$b = \frac{\overset{20}{\cancel{360}} \cdot 2}{\underset{1}{\cancel{18}}}$$

$$b = 40^\circ$$

Özlem'in salı veya perşembe günü yaptığı antrenman süresini belirten daire dilimindeki merkez açının ölçüsü 40° dir.

Özlem'in çarşamba günü yaptığı antrenman süresini belirten daire dilimindeki merkez açının ölçüsünü bulalım.

18 saatlik süre → 360° yi temsil ederse

6 saatlik süre → c'yi temsil eder.

$$18 \cdot c = 360 \cdot 6$$

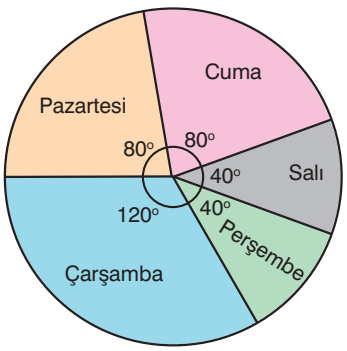
$$c = \frac{\overset{20}{\cancel{360}} \cdot 6}{\underset{1}{\cancel{18}}}$$

$$c = 120^\circ$$

Özlem'in çarşamba günü yaptığı antrenman süresini belirten daire dilimindeki merkez açının ölçüsü 120° dir.

Belirlediğimiz merkez açıların ölçülerine göre sütun grafiğindeki veriler yandaki daire grafiğinde gösterilebilir.

Grafik: Özlem'in Beş Gün Boyunca Yaptığı Antrenman Sürelerinin Dağılımı



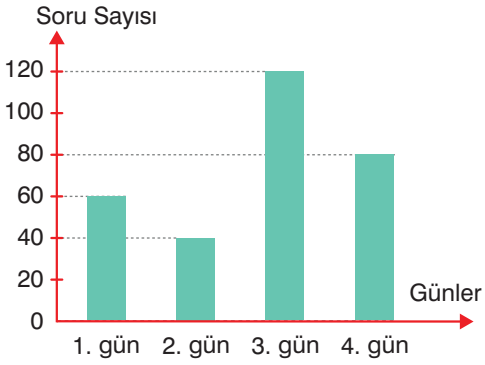
Bilgi Kutusu

Bir veri grubunda belirli bir zaman aralığındaki değişim çizgi grafiği ile gösterilir. Çizgi grafiğindeki değişim sürekli olmalıdır.

Örnek

Şeyma Öğretmen, Emel'e soru çözme ödevi vermiştir. Emel'in dört gün boyunca ödev yaparken çözdüğü soru sayıları, yandaki sütun grafiğinde gösterilmiştir. Sütun grafiğine göre Emel'in dört günde çözdüğü toplam soru sayılarını gösteren çizgi grafiğini oluşturunuz.

Grafik: Emel'in Dört Gün Boyunca Çözdüğü Soru Sayıları



Çözüm

Sütun grafiğine göre Emel 1. gün 60, 2. gün 40, 3. gün 120, 4. gün 80 soru çözmüştür.

Buna göre Emel,

1 günde toplam : 60

2 günde toplam : $60 + 40 = 100$

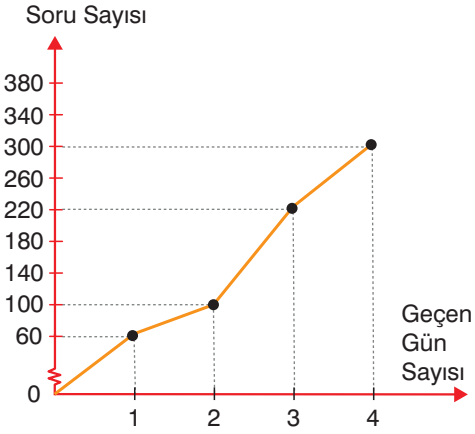
3 günde toplam : $60 + 40 + 120 = 220$

4 günde toplam : $60 + 40 + 120 + 80 = 300$

soru çözmüştür.

Emel'in dört günde çözdüğü toplam soru sayılarını gösteren çizgi grafiği yanda verilmiştir.

Grafik: Emel'in Dört Günde Çözdüğü Toplam Soru Sayıları

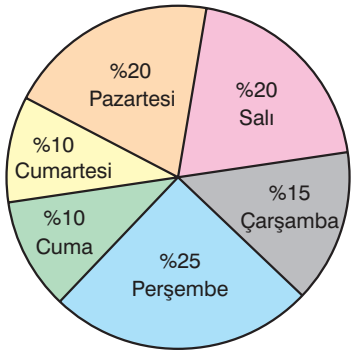


Örnek

Cem, babasına bahçedeki çiçeklerle ilgileneceğine dair söz vermiştir. Sözünü tutan Cem'in altı gün boyunca bahçede geçirdiği sürenin, günlere göre dağılımı yandaki daire grafiğinde gösterilmiştir.

Cem, altı gün boyunca bahçedeki çiçeklerle toplam 3750 saniye ilgilendiğine göre daire grafiğindeki verileri sütun grafiğinde gösteriniz.

Grafik: Cem'in Bahçede Geçirdiği Sürenin Günlere Göre Dağılımı



Çözüm

Cem, altı gün boyunca bahçedeki çiçeklerle toplam 3750 saniye ilgilenmiştir. Öyleyse %100, 3750 saniyeyi temsil eder.

%100 → 3750 saniye ise
%20 → a saniyedir.

$100 \cdot a = 20 \cdot 3750$

$$a = \frac{20 \cdot 3750}{100} = \frac{75\,000}{100} = 750 \text{ saniye}$$

Cem, pazartesi ve salı günü bahçedeki çiçeklerle 750 saniye ilgilenmiştir.

%100 → 3750 saniye ise
%10 → b saniyedir.

$100 \cdot b = 10 \cdot 3750$

$$b = \frac{10 \cdot 3750}{100} = \frac{37\,500}{100} = 375 \text{ saniye}$$

Cem, cuma ve cumartesi günü bahçedeki çiçeklerle 375 saniye ilgilenmiştir.

%100 → 3750 saniye ise
%25 → c saniyedir.

$100 \cdot c = 25 \cdot 3750$

$$c = \frac{25 \cdot 3750}{100} = \frac{93\,750}{100} = 937{,}5 \text{ saniye}$$

Cem, perşembe günü bahçedeki çiçeklerle 937,5 saniye ilgilenmiştir.

%100 → 3750 saniye ise
%15 → d saniyedir.

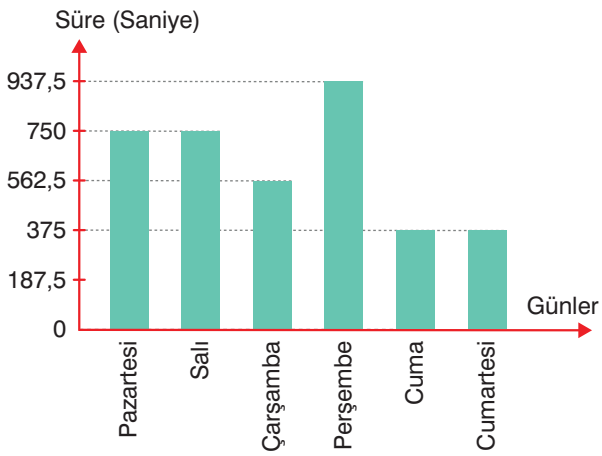
$100 \cdot d = 15 \cdot 3750$

$$d = \frac{15 \cdot 3750}{100} = \frac{56\,250}{100} = 562{,}5 \text{ saniye}$$

Cem, çarşamba günü bahçedeki çiçeklerle 562,5 saniye ilgilenmiştir.

Cem'in altı gün boyunca bahçedeki çiçeklerle ilgilenme süresine göre yandaki sütun grafiği oluşturulabilir.

Grafik: Cem'in Altı Gün Boyunca Çiçeklerle İlgilenme Süreleri

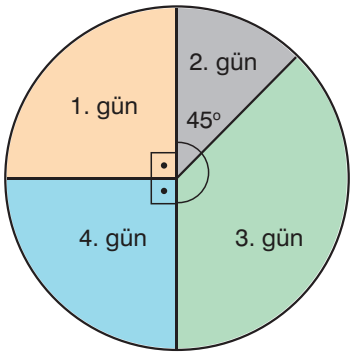


Alıştırmalar

1. Cengiz'in dört gün boyunca kardeşleri ile geçirdiği sürenin dağılımı, yandaki daire grafiğinde gösterilmiştir.

Cengiz, dört gün boyunca kardeşleri ile toplam 1440 dakika vakit geçirdiğine göre daire grafiğindeki verileri sütun grafiğinde gösteriniz.

Grafik: Cengiz'in Dört Gün Boyunca Kardeşleri ile Geçirdiği Sürenin Dağılımı



2. Nermin Hanım'ın şirketinin altı aylık gelir durumunun aylara göre dağılımı yandaki tabloda verilmiştir.

Tablodaki verileri, çizgi grafiğinde gösteriniz.

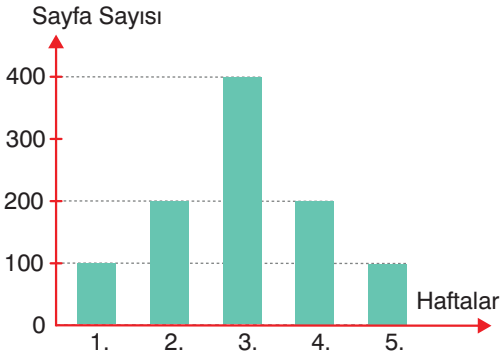
Tablo: Nermin Hanım'ın Şirketinin Altı Aylık Gelir Durumunun Aylara Göre Dağılımı

Aylar	Gelir (TL)
Ocak	100 000
Şubat	125 000
Mart	100 000
Nisan	200 000
Mayıs	175 000
Haziran	150 000

3. Yüksek lisans yapan Ertuğrul Bey'den araştırma yapması isteniyor. Ertuğrul Bey'in araştırma yaparken beş hafta boyunca okuduğu sayfa sayıları, aşağıdaki sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Sütun grafiğindeki verileri, daire grafiğinde gösteriniz.

Grafik: Ertuğrul Bey'in Beş Hafta Boyunca Okuduğu Sayfa Sayıları



1.

100	9	64	121	25

3	4	5	8	10	11

Kutucuklarda verilen sayılardan tam kare pozitif tam sayı olanlar ile bunların karekök değerleri eşleştirildiğinde hangi sayı açıkta kalır? Yazınız.

2. İfadelerdeki noktalı yerlere uygun doğal sayıları yazınız.

a) $\sqrt{96}$ ifadesinin değerine en yakın olan doğal sayı, ... olur.

b) $\sqrt{80}$ ifadesinin değerine en yakın olan doğal sayı, ... olur.

c) $\sqrt{200}$ ifadesinin değerine en yakın olan doğal sayı, ... olur.

ç) $\sqrt{30}$ ifadesinin değerine en yakın olan doğal sayı, ... olur.

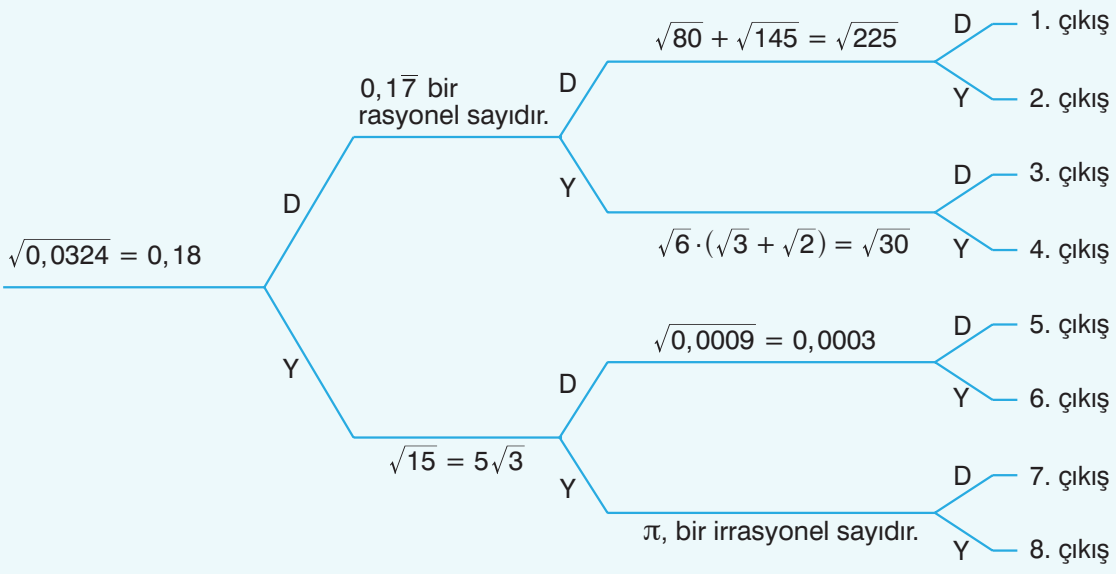
d) $\sqrt{300}$, ... ile ..... ardışık doğal sayılarının arasındadır.

e) $\sqrt{146}$, ... ile ..... ardışık doğal sayılarının arasındadır.

f) $\sqrt{101}$, ... ile ..... ardışık doğal sayılarının arasındadır.

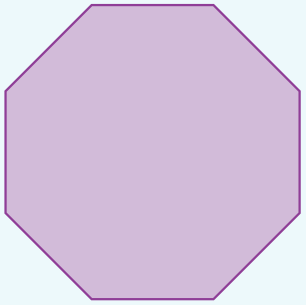
g) $\sqrt{170}$, ... ile ..... ardışık doğal sayılarının arasındadır.

3.



Yukarıda verilen şemadaki ifadeleri en soldan başlayarak inceleyiniz. İfadeler doğru ise "D", yanlış ise "Y" yolunu takip ediniz. Kaçıncı çıkışa ulaştınız? Yazınız.

4. Yandaki düzgün sekizgenin çevre uzunluğu $\sqrt{320}$ cm'dir. Buna göre düzgün sekizgenin bir kenar uzunluğu kaç cm'dir?



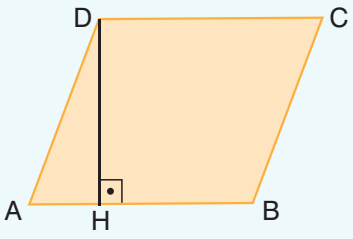
A) $\sqrt{2}$ **B)** $\sqrt{3}$ **C)** $\sqrt{5}$ **D)** $\sqrt{7}$

5. Aşağıdaki eşitliklerde verilen □ sembolünün içine yazılması gereken doğal sayıları bulunuz.

a) $7\sqrt{3} = \sqrt{\square}$ **b)** $6\sqrt{\square} = \sqrt{108}$ **c)** $3\sqrt{\square} = \sqrt{45}$ **ç)** $10\sqrt{5} = \sqrt{\square}$

d) $\square\sqrt{5} = \sqrt{20}$ **e)** $\square\sqrt{2} = \sqrt{98}$ **f)** $\sqrt{\square} = 10\sqrt{2}$ **g)** $4\sqrt{\square} = \sqrt{32}$

6. Yandaki ABCD paralelkenarında $|DH| = 2\sqrt{3}$ cm, $|AB| = 3\sqrt{2}$ cm ve $[AB] \perp [DH]$ ise ABCD paralelkenarının alanı kaç cm^2 dir?

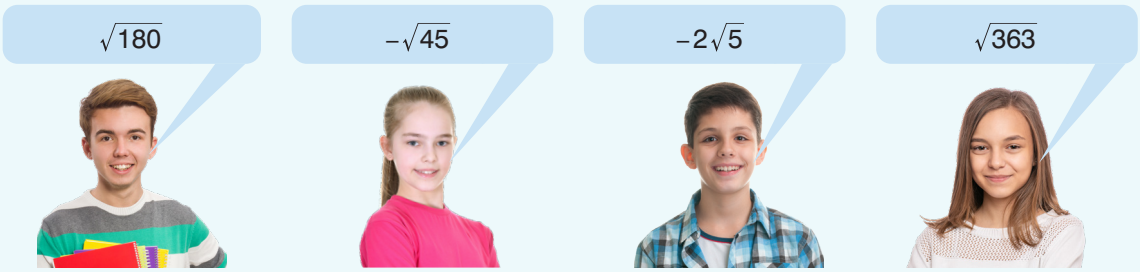


A) $6\sqrt{2}$ **B)** $6\sqrt{6}$ **C)** $9\sqrt{2}$ **D)** $9\sqrt{6}$

7. $\sqrt{176}$ ifadesi, aşağıdakilerden hangisi ile çarpılırsa işlem sonucu bir doğal sayı olur?

A) $\sqrt{3}$ **B)** $\sqrt{7}$ **C)** $\sqrt{10}$ **D)** $\sqrt{11}$

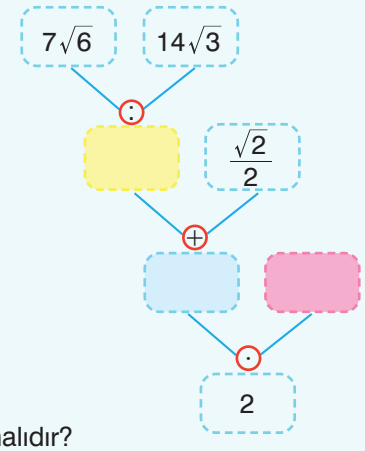
8.



Öğrencilerin belirttiği ifadelerin toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{5} + 11\sqrt{3}$ **B)** $11\sqrt{5} + \sqrt{3}$ **C)** $16\sqrt{3}$ **D)** $16\sqrt{5}$

9. Yandaki şemada belirtilen işlemleri yaparak renkli kutucuklara cevapları yazınız.

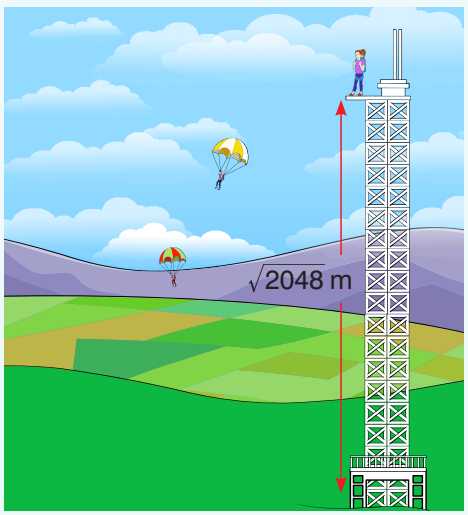


10. $3\sqrt{\triangle} : \sqrt{2} = 6$ olduğuna göre $\triangle$ yerine hangi doğal sayı yazılmalıdır?

A) 6 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 12

11. Serbest paraşütçü olan Cemre Hanım, yerden $\sqrt{2048}$ m yükseklikteki atlama kulesinden paraşütle atlar. Cemre Hanım, $20\sqrt{2}$ m aşağı indikten sonra paraşütünü açar.

Buna göre Cemre Hanım, paraşütünü açtığında yerden kaç metre yükseklikte olur?



12. Erdinç, Salim ve İpek'in belirli vakitlerde ölçülen vücut sıcaklıkları, yandaki üçlü çizgi grafiğinde verilmiştir.

Çizgi grafiğine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Saat 08.00'de kimin vücut sıcaklığı diğerlerinden daha fazladır?

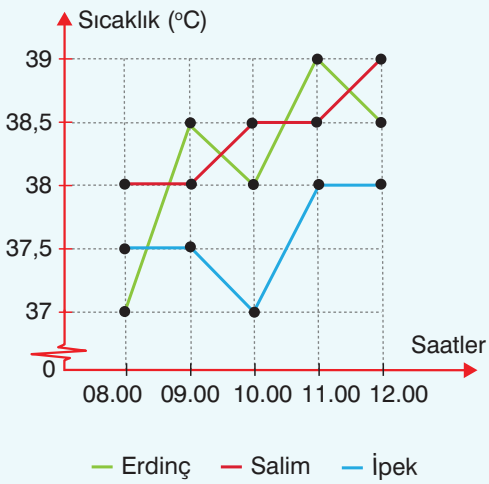
b) Hangi saatlerde Salim'in vücut sıcaklığı, Erdinç ile İpek'in vücut sıcaklığından daha fazladır?

c) Erdinç'in vücut sıcaklığındaki en büyük artış, hangi saatler arasında olmuştur?

ç) Saat 12.00'de Salim ile İpek'in vücut sıcaklıkları arasındaki fark kaç °C'tur?

d) Erdinç'in vücut sıcaklığının en düşük değeri saat kaçta olmuştur?

Grafik: Erdinç, Salim ve İpek'in Belirli Vakitlerdeki Vücut Sıcaklıkları



13. A, B ve C şirketlerinin ürettiği kazakların renklere göre sayıları, yandaki üçlü sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Sütun grafiğine göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

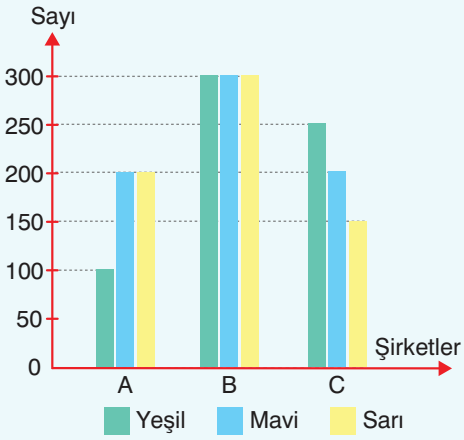
a) Eşit sayıda yeşil, mavi ve sarı kazak üreten şirket toplam kaç kazak üretmiştir?

b) C şirketi toplam kaç sarı ve mavi kazak üretmiştir?

c) A, B ve C şirketleri, toplam kaç yeşil kazak üretmiştir?

ç) B ile A şirketlerinin ürettiği kazak sayılarının arasındaki fark kaçtır?

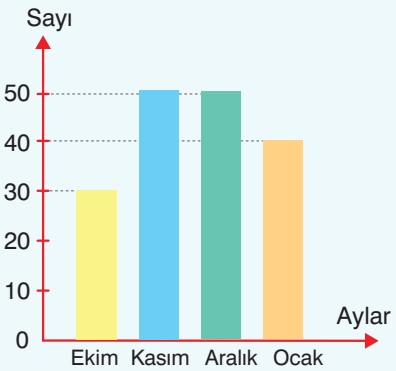
Grafik: Şirketlerin Ürettiği Kazakların Renklerine Göre Sayıları



14. Fotoğrafçılık kulübü öğrencisi Eda'nın çektiği fotoğrafların aylara göre sayıları, yandaki sütun grafiğinde gösterilmiştir.

Sütun grafiğindeki verileri çizgi grafiğinde gösteriniz.

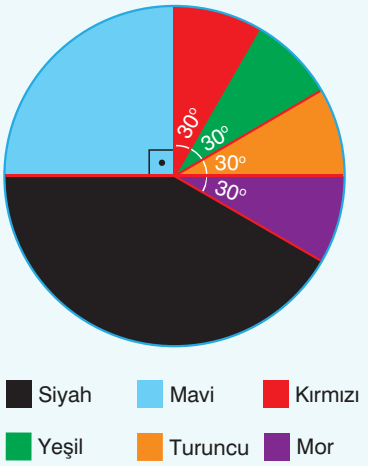
Grafik: Eda'nın Çektiği Fotoğrafların Aylara Göre Sayıları



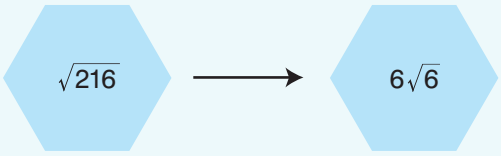
15. Bir kırtasiyede satılan tükenmez kalem sayılarının renklerine göre dağılımı, yandaki daire grafiğinde gösterilmiştir.

Kırtasiyede toplam 600 tükenmez kalem satılmıştır. Buna göre daire grafiğindeki verileri sütun grafiğinde gösteriniz.

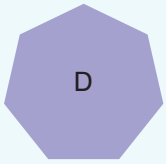
Grafik: Satılan Tükenmez Kalem Sayılarının Renklerine Göre Dağılımı



16.



Yukarıda verilen çokgenin içinde bulunan kareköklü ifadeler $a\sqrt{b}$ şeklinde yazılıyor. b değeri, kareköklü ifadenin içinde bulunduğu çokgenin kenar sayısına eşit oluyor.



Aynı özellikleri taşıyan yukarıdaki çokgende bulunan D yerine aşağıdaki ifadelerden hangisi yazılabilir?

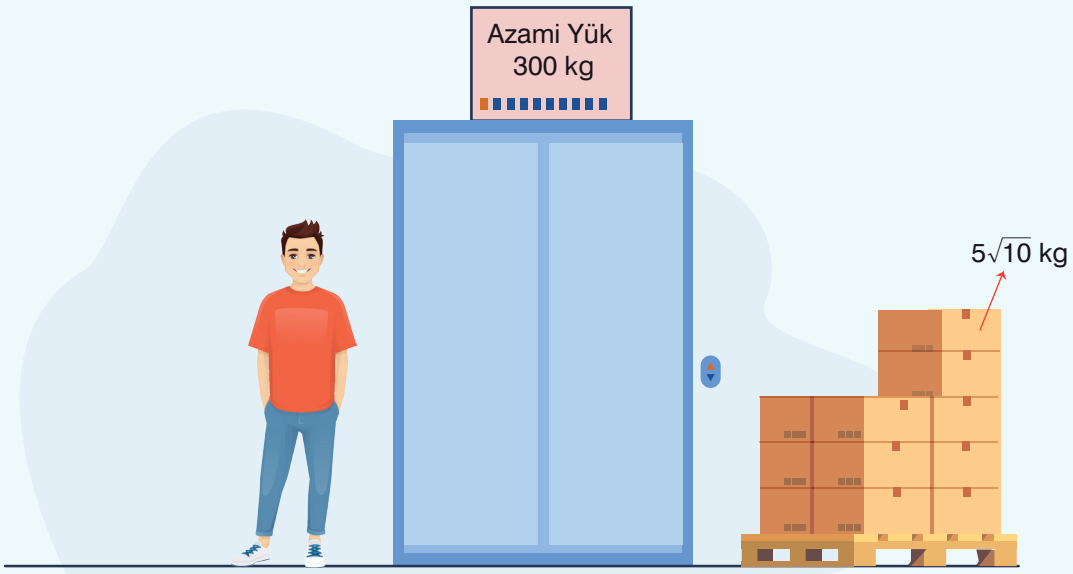
A) $\sqrt{98}$ **B)** $\sqrt{115}$ **C)** $\sqrt{175}$ **D)** $\sqrt{225}$

17. Uzun kenarı $36\sqrt{2}$ dm uzunluğunda olan dikdörtgen şeklindeki panoya aşağıdaki görselde olduğu gibi dikdörtgen şeklindeki 3 eş afiş, kenarları panonun kenarlarına paralel olacak şekilde asılmıştır.

Görselde verilen her bir afişin uzun kenar uzunluğu, kısa kenar uzunluğunun 2 katıdır. Görselde verilenlere göre her bir afişin bir yüzünün alanı kaç dm^2 dir?

A) 16 **B)** 64 **C)** 128 **D)** 256

18. Semih, en fazla 300 kg yük taşıyabilen bir asansöre her birinin kütlesi $5\sqrt{10}$ kg olan kutularla birlikte binecektir. Semih'in asansörle taşıması gereken 14 kutu vardır.



Semih'in kütlesi 90 kg olduğuna göre Semih, tek seferde asansöre bu kutulardan <u>en fazla</u> kaç tanesi ile binebilir?

A) 11 **B)** 12 **C)** 13 **D)** 14

19. A noktasında bulunan Sinan'ın D noktasına giderken izlediği güzergâh aşağıda verilmiştir.

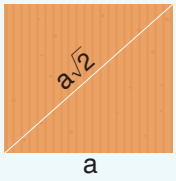
A ile B noktaları arasındaki uzaklık 10 km'dir. A ile B noktaları arasındaki uzaklık, B ile C noktaları arasındaki uzaklığın $\sqrt{2}$ katı; C ile D noktaları arasındaki uzaklık, B ile C noktaları arasındaki uzaklığın 2 katıdır.

Sinan, D noktasına ulaştıktan sonra aynı güzergâhı takip ederek A noktasına geri dönmüştür.

Buna göre Sinan, A noktasına geri döndüğünde toplam kaç kilometre yol gitmiş olur?

A) $20+15\sqrt{2}$ **B)** $10+30\sqrt{2}$ **C)** $20+30\sqrt{2}$ **D)** $30+5\sqrt{2}$

20.

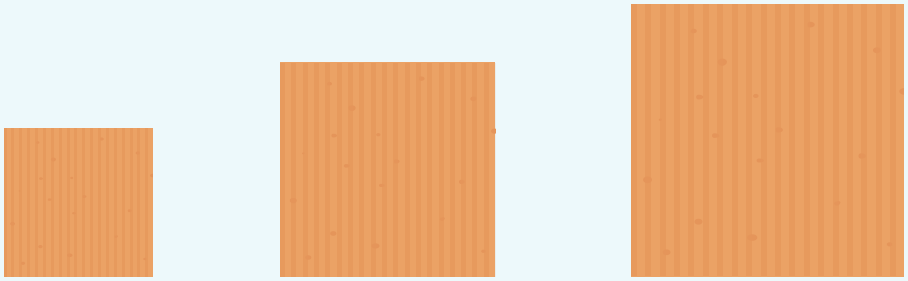


Bir kenar uzunluğu a birim olan bir karenin köşegen uzunluğu $a\sqrt{2}$ birimdir.

Kayra, kare şeklindeki üç kartonu aşağıdaki gibi yan yana koyuyor.

3. kartonun kenar uzunluğu, 2. kartonun kenar uzunluğunun $\sqrt{3}$ katı;

2. kartonun kenar uzunluğu, 1. kartonun kenar uzunluğunun $\sqrt{3}$ katıdır.

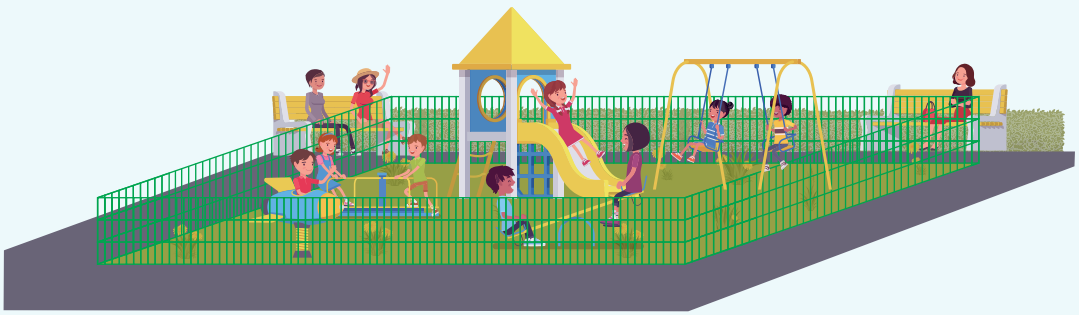


1. karton 2. karton 3. karton

1. kartonun köşegen uzunluğu 18 cm olduğuna göre 3. kartonun köşegen uzunluğu kaç santimetredir?

A) 24 **B)** $36\sqrt{2}$ **C)** $48\sqrt{2}$ **D)** 54

21. Alanı 105 m^2 olan kare şeklindeki aşağıda verilen oyun parkının çevresine 3 sıra tel çekilecektir.



Telin metre fiyatının satın alınacak miktara göre değişimi aşağıda gösterilmiştir.

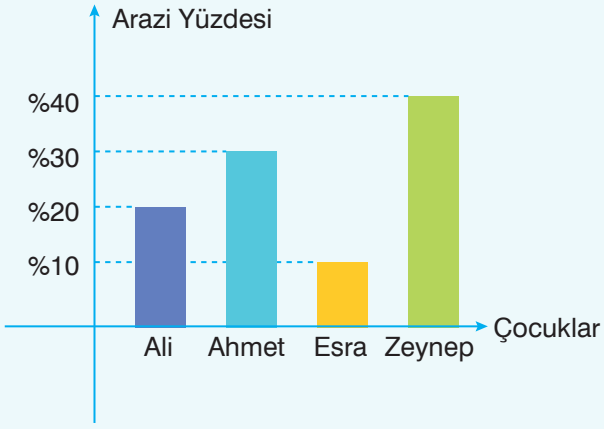
Tel Miktarı	Metre Fiyatı (TL)
70 m den az	140
70 – 109 m	135
110 – 149 m	120
150 m den fazla	110

Buna göre bu iş için kullanılacak telin metresi kaç TL olur?

A) 110 **B)** 120 **C)** 135 **D)** 140

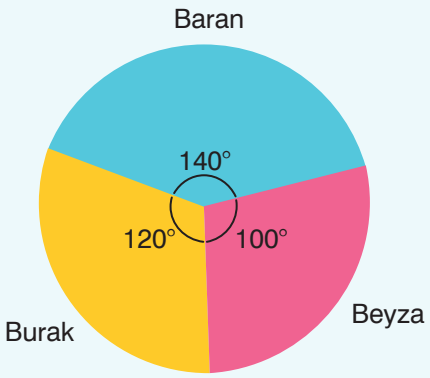
22. Aziz dede, arsasını dört çocuğuna aşağıdaki grafikte gösterilen oranlarda paylaştırmıştır.

Grafik: Aziz Dedenin Çocuklarına Verdiği Arazi Miktarları



Bu çocuklardan Zeynep, kendine verilen arsayı üç çocuğuna aşağıda verilen oranlarda dağıtmıştır.

Grafik: Zeynep'in, Çocuklarına Verdiği Arazi Miktarlarının Dağılımı



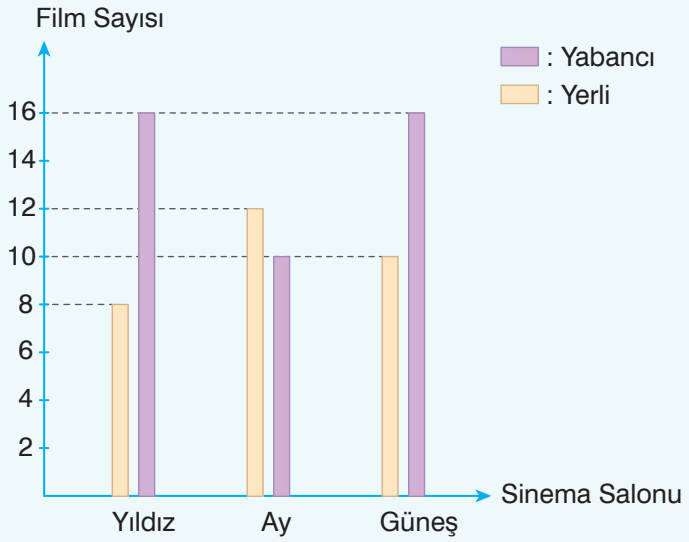
Burak, kendi payına düşen arsanın % 60'ına ev yapmış geri kalan kısmını ise yeşil alan olarak ayırmıştır.

Burak'ın yeşil alan olarak ayırdığı alan 120 m^2 olduğuna göre Aziz dede oğlu Ahmet'e kaç m^2 arsa vermiştir?

A) 225 **B)** 270 **C)** 495 **D)** 675

23. Yıldız, Ay ve Güneş sinema salonlarında mart ayı içinde gösterilen yerli ve yabancı film sayıları aşağıdaki sütun grafiğinde verilmiştir.

Grafik: Üç Farklı Sinema Salonunda Gösterilen Yerli ve Yabancı Film Sayıları



Buna göre

I. Üç salonda oynatılan toplam yerli film sayısı 30'dur.

II. Üç salonda oynatılan toplam yabancı film sayısı 42'dir.

III. En az film oynatılan salondaki film sayısı 22'dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I **B)** I ve II **C)** II ve III **D)** I, II ve III

24. Kenar uzunlukları verilen aşağıdaki dikdörtgenlerden hangisinin alanı m^2 cinsinden tam sayı belirtmez?

A) $\sqrt{94}$ m, $2\sqrt{6}$ m

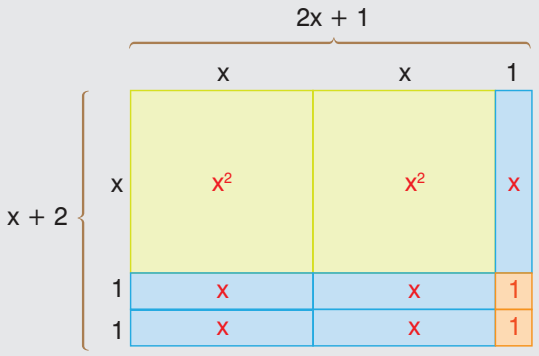
B) $\sqrt{98}$ m, $\sqrt{32}$ m

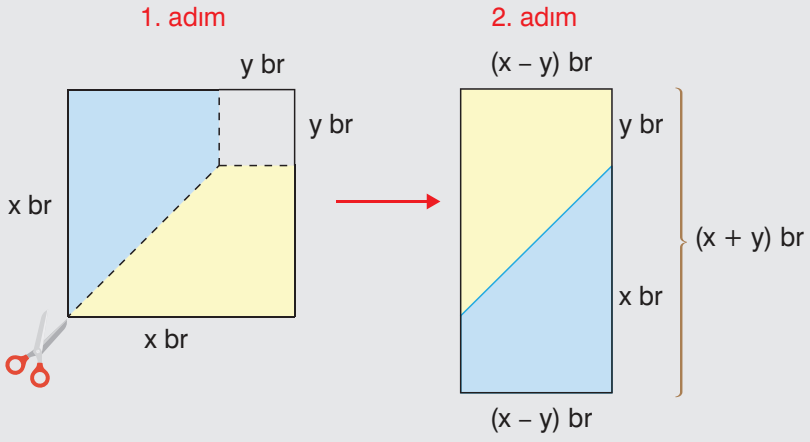
C) $\sqrt{80}$ m, $3\sqrt{5}$ m

D) $\sqrt{75}$ m, $4\sqrt{3}$ m

Ek Sorular

3. ÜNİTE





- **Basit Olayların Olma Olasılığı**
- **Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler**

EBA İçeriği

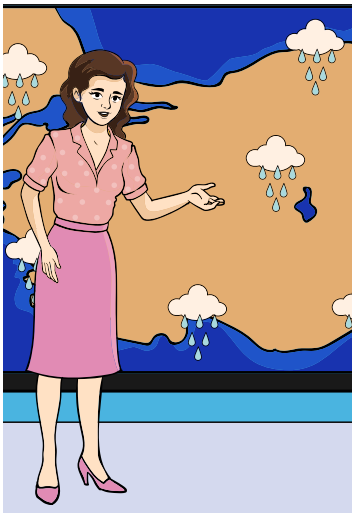
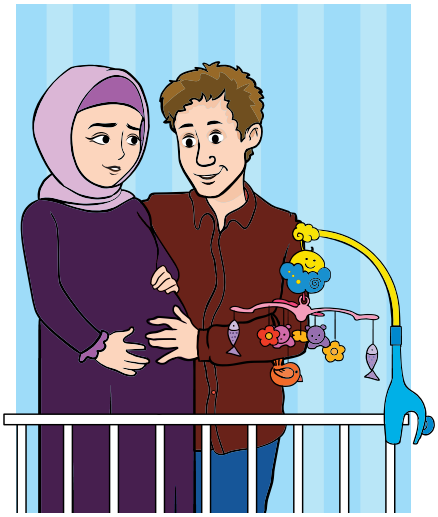
3. Ünite Tanıtımı

Terimler veya Kavramlar

olasılık, çıktı, olay, eş olasılık, imkânsız olay, kesin olay, özdeşlik, çarpanlara ayırma

OLASILIK

Basit Olayların Olma Olasılığı

Günlük hayatımızda birçok alanda bazı olasılıkları dikkate alarak tahminler yapabilmekteyiz. Örneğin bazı göstergeler incelenerek ve olasılıklar dikkate alınarak bir bölgenin hava sıcaklığı, dünyaya gelecek olan bir bebeğin cinsiyeti ve bir kura çekiminin sonucu tahmin edilebilmektedir.

Günlük hayatımızda olasılıkları dikkate alarak tahmin yapabileceğimiz başka hangi alanlar vardır? Açıklayınız.

Hatırlatma

İki çokluğun bölme işlemi kullanılarak karşılaştırılmasına **oran** adı verilir.

b, sıfırdan farklı olmak üzere a nın b ye oranı $\frac{a}{b}$ olarak gösterilir.

Bilgi Kutusu

Bir deneyde gözlemlenmek istenen her bir duruma **olay**, deneyin tüm çıktılarının oluşturduğu durumlara **olası durumları belirleme** adı verilir.

Örnek

Fatih, yukarıda verilen farklı renkteki yedi eş karta sırasıyla 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamlarını yazıyor. Kartları bir kutuya koyuyor. Kutudaki kartlardan birini rastgele seçiyor. Fatih'in rastgele seçtiği kartta yazılı olan rakamla ilgili olası durum sayısını yazınız.

Çözüm

0	1	2	3	4	5	6

Fatih, eş kartlara yukarıdaki gibi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamlarını yazmıştır. Buna göre Fatih'in rastgele seçtiği kartta yazılı olan rakam 0, 1, 2, 3, 4, 5 ya da 6 olabilir. Öyleyse Fatih, kutudan rastgele bir kart seçtiğinde Fatih'in seçtiği kartta yazılı olan rakam ile ilgili olası durum sayısı 7'dir.

Örnek

Bir madenî para havaya atılıp düz bir zemine düştüğünde paranın üst yüzüne gelen kısım ile ilgili olası durum sayısını yazınız.

Çözüm

Bir madenî para havaya atılıp bir zemine düştüğünde paranın üst yüzüne, yandaki gibi "yazı" ya da "tura" gelebilir. Öyleyse madenî paranın havaya atılması olayında olası durum sayısı 2'dir.

Yazı Tura

Örnek

Sinem Hanım, yanda görseli verilen anahtarlığındaki eş anahtarlardan birini rastgele seçiyor. Sinem Hanım'ın mavi, yeşil, sarı, mor ve kırmızı anahtarlardan rastgele seçtiği anahtarın rengi ile ilgili olası durum sayısını yazınız.

Çözüm

Sinem Hanım, anahtarlığındaki eş anahtarlardan birini rastgele seçtiğinde anahtar; mavi, yeşil, sarı, mor ya da kırmızı olabilir. Öyleyse Sinem Hanım'ın anahtarlığındaki eş anahtarlardan birini rastgele seçmesi olayında olası durum sayısı 5'tir.

Bilgi Kutusu

Bir deneydeki olası durumların her biri **çıktı** olarak adlandırılır. Örneğin bir zarın havaya atılması deneyinde zarın üst yüzüne gelen sayının belirlenmesi olayının çıktıları 1, 2, 3, 4, 5 ve 6'dır. Bir olaya ait olasılıklar incelendiğinde olası durumlara bakılır. Olası durum sayısı

- Fazla olan olayın olma olasılığı, diğerinden daha fazladır.
- Az olan olayın olma olasılığı, diğerinden daha azdır.
- Eşit olan olaylar, eşit olasılıklı olaylardır.

Örnek

Görseldeki kitaplıkta farklı renkteki eş büyüklükte kitaplar bulunmaktadır. Kitaplıktan rastgele kitap seçilme deneyindeki çıktıları belirleyelim.

Çözüm

Görseldeki kitaplıkta birer adet eş siyah, beyaz, kırmızı, mor, turuncu, mavi ve sarı kapaklı kitap bulunmaktadır. Buna göre kitaplıktan rastgele kitap seçilme deneyindeki çıktılar aşağıda verilmiştir.

- Siyah kapaklı kitap
- Kırmızı kapaklı kitap
- Turuncu kapaklı kitap
- Sarı kapaklı kitap
- Beyaz kapaklı kitap
- Mor kapaklı kitap
- Mavi kapaklı kitap

Örnek

Esra, bir torbaya yandaki gibi eş olan 2 mavi, 4 siyah ve 4 turuncu top koyuyor ve torbadan rastgele bir top seçiyor. Esra'nın seçtiği topun mavi, siyah ya da turuncu olma olasılıklarını birbirleriyle karşılaştırınız.

Çözüm

Torbadaki toplar, yukarıdaki gibi modellenebilir. Modelde de görüldüğü gibi torbadaki turuncu ve siyah topların sayıları eşittir. Mavi topların sayısı ise siyah ve turuncu topların sayısından küçüktür. Öyleyse Esra'nın rastgele seçtiği bir topun

- Mavi olma olayı, siyah olma olayı ve turuncu olma olayından daha az olasılıklıdır.
- Siyah olma olayı; turuncu olma olayı ile eşit olasılıklı, mavi olma olayından daha fazla olasılıklıdır.
- Turuncu olma olayı; siyah olma olayı ile eşit olasılıklı, mavi olma olayından daha fazla olasılıklıdır.

Bilgi Kutusu

- Olasılık, bir olayın olma şansına (olabilirliğine) ilişkin bir ölçümdür.
- Eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktının olasılık değeri eşittir. Olaylardaki olası durum sayısı n olmak üzere her bir çıktının olasılık değeri, $\frac{1}{n}$ ifadesine eşittir.

Örnek

Bir kutuda 27 sağlam, 2 bozuk ampul vardır. Ampuller eş olduğuna göre kutudan rastgele seçilen bir ampulün sağlam olma olayı ile bozuk olma olayının eşit şansa sahip olan olaylar olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

Kutuda 27 sağlam, 2 bozuk eş ampul vardır. Kutudaki sağlam ampul sayısı, bozuk ampul sayısından daha fazladır. Buna göre kutudan rastgele seçilen bir ampulün sağlam olma olayı, bozuk olma olayından daha fazla olasılıklıdır. O hâlde, kutudan rastgele seçilen bir ampulün sağlam olma olayı ile bozuk olma olayı, eşit şansa sahip olan olaylar değildir.

Örnek

Bir parkta 1 esmer, 1 sarışın ve 1 kumral çocuk oynamaktadır. Parktan rastgele seçilen bir çocuğun esmer olma, sarışın olma ve kumral olma olaylarının eşit şansa sahip olan olaylar olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

Parkta eşit sayıda esmer, sarışın ve kumral çocuk bulunmaktadır. Buna göre parktan rastgele seçilen çocuğun esmer olma, sarışın olma ve kumral olma olayları, eşit şansa sahip olan olaylardır.

Örnek

Oyuncak otomobil paketi

Oyuncak tren paketi

Oyuncak uçak paketi

Oyuncak bebek paketi

Birer adet oyuncak otomobil, tren, uçak ve bebek, yukarıdaki gibi dört eş kutuya konulup paketleniyor. Kutulardan biri rastgele seçildiğinde seçilen kutunun içinde oyuncak otomobil olma olasılığını bulunuz.

Çözüm

Kutuların içinde birer adet oyuncak otomobil, tren, uçak ve bebek bulunmaktadır. İçinde birer oyuncak bulunan kutulardan rastgele seçilen bir kutunun içinde oyuncak otomobil olma olayı, oyuncak tren olma olayı, oyuncak uçak olma olayı ve oyuncak bebek olma olayı, eşit şansa sahip olan olaylardır. Kutulardan biri rastgele seçildiğinde olası durum sayısı 4 olduğundan seçilen kutunun içinde oyuncak otomobil olma olasılığı $\frac{1}{4}$'tür.

Örnek

Dilan, girdiği deneme sınavındaki 1. sorunun cevabını yandaki gibi bir optik formda rastgele işaretlemek istiyor. Buna göre Dilan'ın optik formda rastgele işaretleyeceği 1. sorunun cevabının doğru cevap olma olasılığını bulunuz.

Çözüm

Dilan'ın optik formda rastgele işaretleyeceği 1. sorunun cevabı; A, B, C ya da D olabilir. Dilan'ın rastgele işaretleyeceği 1. sorunun cevabının doğru cevap olma olayının çıktıları A, B, C ve D'dir. Buna göre bu olaylar eşit şansa sahip olaylardır ve olası durum sayısı 4'tür. Öyleyse optik formda Dilan'ın rastgele işaretleyeceği 1. sorunun cevabının doğru cevap olma olasılığı $\frac{1}{4}$'tür.

Bilgi Kutusu

Bir olayın olma olasılığının değeri, 0 ile 1 (0 ve 1 dâhil) sayılarının arasındadır.

Bilgi Kutusu

Basit bir olayın olma olasılığı, olması istenen olaydaki çıktı sayısının mümkün olan tüm çıktıların sayısına oranına eşittir.

$$\text{Basit bir olayın olma olasılığı} = \frac{\text{Olması istenen olaydaki çıktı sayısı}}{\text{Mümkün olan tüm çıktıların sayısı}}$$

Örnek

Bir galeride 2 beyaz, 1 kırmızı, 2 yeşil, 1 siyah ve 5 mavi otomobil vardır. Buna göre galeriden rastgele seçilen bir otomobilin kırmızı olma olasılığını bulunuz.

Çözüm

Galeride 2 beyaz, 1 kırmızı, 2 yeşil, 1 siyah ve 5 mavi otomobil olduğuna göre toplam,

$2 + 1 + 2 + 1 + 5 = 11$ otomobil vardır.

Buna göre galeriden rastgele seçilen bir otomobilin rengini belirleme olayında olası durum sayısı 11'dir. Galeride 1 kırmızı otomobil olduğundan galeriden rastgele seçilen bir otomobilin kırmızı olma olayında, olması istenen çıktı sayısı 1 olur. Buna göre galeriden rastgele seçilen bir otomobilin kırmızı olma olasılığı $\frac{1}{11}$ olur.

Örnek

Görseldeki gibi hilesiz bir zar atılıyor. Buna göre zarın üst yüzündeki noktaların belirttiği rakamın

a) 5 olma,

b) 2 olma,

c) Asal sayı olma,

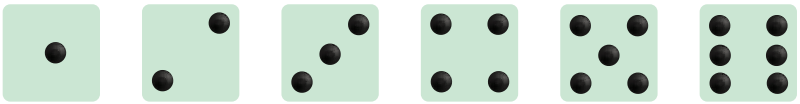
ç) Çift sayı olma,

d) Tek sayı olma,

e) 5'ten küçük bir sayı olma,

f) 4'ten büyük bir sayı olma olasılığını bulunuz.

Çözüm



Hilesiz bir zar atıldığında zarın üst yüzündeki noktalar yukarıdaki gibi 1, 2, 3, 4, 5 veya 6 rakamını belirtir.

Buna göre hilesiz bir zarın atılması durumunda, mümkün olan tüm çıktıların sayısı 6'dır.

a) Zarın üst yüzündeki noktaların belirttiği rakamın 5 olma olasılığı, $\frac{1}{6}$'dır.

b) Zarın üst yüzündeki noktaların belirttiği rakamın 2 olma olasılığı, $\frac{1}{6}$'dır.

c) 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamlarından 3 tanesi (2, 3 ve 5) asal sayıdır.

Buna göre zarın üst yüzündeki noktaların belirttiği rakamın asal sayı olma olasılığı, $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$'dir.

ç) 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamlarından 3 tanesi (2, 4 ve 6) çift sayıdır.

Buna göre zarın üst yüzündeki noktaların belirttiği rakamın çift sayı olma olasılığı, $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$'dir.

d) 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamlarından 3 tanesi (1, 3 ve 5) tek sayıdır.

Buna göre zarın üst yüzündeki noktaların belirttiği rakamın tek sayı olma olasılığı, $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$'dir.

e) 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamlarından 4 tanesi (1, 2, 3 ve 4) 5'ten küçüktür.

Buna göre zarın üst yüzündeki noktaların belirttiği rakamın 5'ten küçük olma olasılığı, $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$'tür.

f) 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamlarından 2 tanesi (5 ve 6) 4'ten büyüktür.

Buna göre zarın üst yüzündeki noktaların belirttiği rakamın 4'ten büyük olma olasılığı, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$'tür.

Bilgi Kutusu

- Gerçekleşmesi mümkün olmayan olaylara **imkânsız olay** adı verilir. Bir imkânsız olayın olma olasılığı 0'dır (sıfır).
- Bütün durumlarda gerçekleşen olaylara **kesin olay** adı verilir. Bir kesin olayın olma olasılığı 1'dir.
- Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılığının toplamı 1'dir.

Örnek

8 eş bölmeye ayrılmış bir çarkın bölmeleri, görseldeki gibi numaralandırılmıştır. Çark rastgele çevrildiğinde okun

a) Üzerinde 1 yazılı olan bölmeyi gösterme olasılığını,

b) Üzerinde 4 yazılı olan bölmeyi gösterme olasılığını,

c) Üzerinde 3 yazılı olmayan bölmeyi gösterme olasılığını,

ç) Üzerinde 5'ten küçük bir rakamın yazılı olduğu bölmeyi gösterme olasılığını,

d) Üzerinde 4'ten büyük bir rakamın yazılı olduğu bölmeyi gösterme olasılığını bulunuz.

Çözüm

Çarkın üzerinde birbirine eş 8 bölme vardır. Buna göre çarkın rastgele çevrilmesi durumunda mümkün olan tüm çıktıların sayısı 8'dir.

a) Çarktaki 2 adet bölmenin üzerinde 1 rakamı yazılıdır. Buna göre çark, rastgele çevrildiğinde okun üzerinde 1 yazılı olan bölmeyi gösterme olasılığı, $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$'tür.

b) Çarktaki 3 adet bölmenin üzerinde 4 rakamı yazılıdır. Buna göre çark, rastgele çevrildiğinde okun üzerinde 4 yazılı olan bölmeyi gösterme olasılığı, $\frac{3}{8}$'dir.

c) Çark, rastgele çevrildiğinde okun üzerinde 3 yazılı olmayan bölmeyi gösterme olasılığını, iki farklı yolla bulalım.

I. Yol

Çarktaki 7 adet bölmenin üzerinde 3 rakamı yazılı değildir. Buna göre çark rastgele çevrildiğinde okun üzerinde 3 yazılı olmayan bölmeyi gösterme olasılığı, $\frac{7}{8}$'dir.

II. Yol

Çarktaki 1 adet bölmenin üzerinde 3 rakamı yazılıdır. Buna göre çark, rastgele çevrildiğinde okun üzerinde 3 yazılı olan bölmeyi gösterme olasılığı, $\frac{1}{8}$'dir. Bir olayın olma olasılığı ile olmama

olasılığının toplamı 1'dir. Buna göre çark rastgele çevrildiğinde okun üzerinde 3 yazılı olmayan bölmeyi gösterme olasılığı, $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$'dir.

ç) Çarkın bölmelerinde yazılı olan rakamların tamamı 5'ten küçüktür. Öyleyse çark rastgele çevrildiğinde okun üzerinde 5'ten küçük bir rakamın yazılı olduğu bölmeyi gösterme olayı, kesin olaydır ve bu olayın olma olasılığı 1'dir.

d) Çarkın bölmelerinde yazılı olan rakamların hiçbiri 4'ten büyük değildir. Öyleyse çark rastgele çevrildiğinde okun üzerinde 4'ten büyük bir rakamın yazılı olduğu bölmeyi gösterme olayı, imkânsız olaydır ve bu olayın olma olasılığı 0'dır.

Örnek

Bir olayın olma olasılığı $\frac{3}{7}$ ise olmama olasılığını bulunuz.

Çözüm

Bir olayın olma olasılığı ile olmama olasılığının toplamı 1'dir. Buna göre olma olasılığı $\frac{3}{7}$ olan bir olayın olmama olasılığı bulunurken 1'den $\frac{3}{7}$ çıkarılır.

$1 - \frac{3}{7} = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

Olayın olmama olasılığı $\frac{4}{7}$'dir.

Örnek

$\frac{6}{\square + 1}$ ifadesi, bir kesin olayın olma olasılığına eşittir. Buna göre $\square$ yerine yazılması gereken sayıyı bulunuz.

Çözüm

Bir kesin olayın olma olasılığı 1'dir. Buna göre $\frac{6}{\square + 1}$ ifadesinin değeri 1 olmalıdır. Öyleyse $\square + 1$ toplamı 6'ya eşit olmalıdır.

$\square + 1 = 6$ ise $\square$ yerine 5 yazılmalıdır.

Örnek

$\frac{\triangle - 7}{5}$ ifadesi, bir imkânsız olayın olma olasılığına eşittir. Buna göre $\triangle$ yerine yazılması gereken sayıyı bulunuz.

Çözüm

Bir imkânsız olayın olma olasılığı 0'dır. Buna göre $\frac{\triangle - 7}{5}$ ifadesinin değeri 0 olmalıdır. Öyleyse $\triangle - 7$ farkı 0'a eşit olmalıdır.

$\triangle - 7 = 0$ ise $\triangle$ yerine 7 yazılmalıdır.

Örnek

Rabia Hanım, akrabalarını ziyaret etmek için Ankara'ya gitmeye karar verdi. Bilet almak için otobüs firmasına gittiğinde firma yetkilisi Rabia Hanım'a yanda verilen görseldeki oturma planını gösterdi. Rabia Hanım'ın oturma planından rastgele seçtiği koltuk numarasının

a) Çift sayı olma olasılığını,

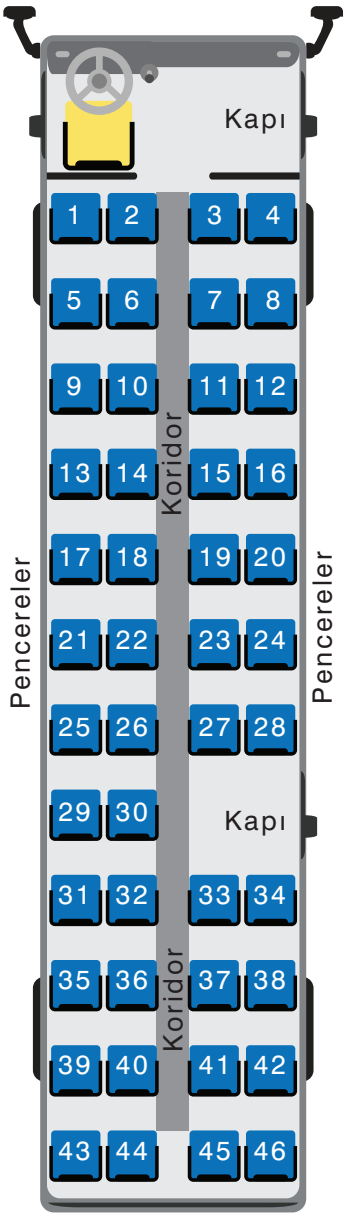
b) Asal sayı olma olasılığını,

c) Koridor tarafında olma olasılığını,

ç) Pencere kenarında olma olasılığını,

d) 47'den küçük olma olasılığını,

e) 50'den büyük olma olasılığını bulunuz.



Çözüm

Rabia Hanım'a gösterilen oturma planında 46 adet koltuk numarası vardır. O hâlde mümkün olan tüm çıktıların sayısı 46'dır.

a) Koltuk numaralarından 23'ü çift sayıdır. Öyleyse Rabia Hanım'ın rastgele seçtiği koltuk numarasının çift sayı olma olasılığı, $\frac{23}{46} = \frac{1}{2}$'dir.

b) Koltuk numaralarından 14'ü (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41 ve 43) asal sayıdır. Öyleyse Rabia Hanım'ın rastgele seçtiği koltuk numarasının asal sayı olma olasılığı, $\frac{14}{46} = \frac{7}{23}$'tür.

c) Koltuk numaralarından 23'ü koridor tarafındadır. Öyleyse Rabia Hanım'ın rastgele seçtiği koltuk numarasının koridor tarafında olma olasılığı, $\frac{23}{46} = \frac{1}{2}$'dir.

ç) Koltuk numaralarından 23'ü pencere kenarındadır. Öyleyse Rabia Hanım'ın rastgele seçtiği koltuk numarasının pencere kenarında olma olasılığı, $\frac{23}{46} = \frac{1}{2}$'dir.

d) Koltuk numaralarının tamamı 47'den küçüktür. Öyleyse Rabia Hanım'ın rastgele seçtiği koltuk numarasının 47'den küçük olması kesin olaydır ve bu olayın olma olasılığı 1'dir.

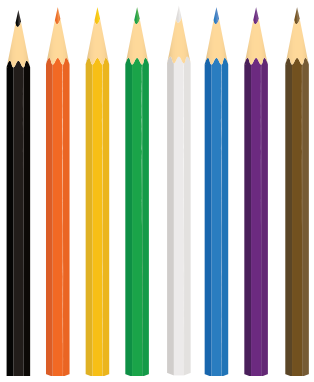
e) Koltuk numaralarının hiçbiri 50'den büyük değildir. Öyleyse Rabia Hanım'ın rastgele seçtiği koltuk numarasının 50'den büyük olması imkânsız olaydır ve bu olayın olma olasılığı 0'dır.

Alıştırmalar

1. Melike, telefonunu incelerken ekrana yandaki görselde verilen klavye gelmiştir. Melike bu klavyedeki herhangi bir tuşa bastığında ekrana gelecek görüntü ile ilgili olası durum sayısını belirleyiniz.

2. Bir torbada 7 mavi, 9 kırmızı, 3 sarı bilye vardır. Bilyeler eş olduğuna göre torbadan rastgele seçilen bir bilyenin mavi, kırmızı ya da sarı bilye olma olasılıklarını birbirleriyle karşılaştırınız.

3. Görseldeki eş boya kalemleri farklı renklerdedir. Buna göre rastgele seçilen bir boya kaleminin rengi ile ilgili her bir çıktının olasılık değerinin eşit olup olmadığını belirleyiniz.



4. $\frac{\bigstar + 2}{8}$ ifadesi, bir kesin olayın olma olasılığına eşit olduğuna göre ★ yerine kaç yazılmalıdır?

5. Bir olayın olma olasılığı $\frac{7}{24}$ ise olmama olasılığını bulunuz.

6.

Görseldeki eş formalardan biri rastgele seçiliyor. Rastgele seçilen formanın üzerinde yazılı olan sayının

a) Rakam olma olasılığını bulunuz.

b) 3 ile kalansız bölünebilen bir doğal sayı olma olasılığını bulunuz.

c) İki basamaklı bir doğal sayı olma olasılığını bulunuz.

ç) Üç basamaklı bir doğal sayı olma olasılığını bulunuz.

d) 20'den küçük bir doğal sayı olma olasılığını bulunuz.

CEBİRSEL İFADELER VE ÖZDEŞLİKLER

Basit Cebirsel İfadeler ve Cebirsel İfadelerle Çarpma İşlemi

780 ile 850 yılları arasında yaşayan Müslüman ilim insanı Muhammed İbni Musa Al-Hârezmî; matematik, astronomi ve coğrafya alanlarında çalışmalar yapmış ve bu alanlarda eserler ortaya koymuştur. Hârezmî, en ünlü eseri olan "El Kitab'ul Muhtasar fi'l Hesab'il Cebri ve'l Mukabele"de, cebir konularını ele almıştır ve bu eser, ileriki zamanlarda dünyada cebir bilimine temel olmuştur.

Cebir alanında çalışma yapan diğer bilim insanlarını araştırınız.

Hârezmî (Temsilî)

Hatırlatma

- Cebirsel ifadelerle toplama veya çıkarma işlemi yapılırken benzer terimler ayrı ayrı toplanır veya çıkarılır.

  $(2x+8)+(x-3)=2x+8+x-3=(2x+x)+(+8-3)=3x+5$

  $(-3b+2)-(b-9)=-3b+2-b+9=(-3b-b)+(+2+9)=-4b+11$

- Bir doğal sayı, bir cebirsel ifade ile çarpılırken doğal sayı, cebirsel ifadenin her bir terimi ile ayrı ayrı çarpılır.

  $5\cdot(-2x+3)=5\cdot(-2x)+5\cdot 3$

  $=-10x+15$

Bilgi Kutusu

Basit cebirsel ifadeler farklı biçimlerde yazılabilir.

Örnek

$3x$ ve x^3 cebirsel ifadelerini inceleyiniz.

Çözüm

$3x=\underbrace{x+x+x}_{3\text{ adet}}$

$3x$ cebirsel ifadesi, x'in 3 kez yazılıp bu 3 adet x'in toplanmasıyla elde edilir.

$x^3=\underbrace{x\cdot x\cdot x}_{3\text{ adet}}$

x^3 cebirsel ifadesi, x'in 3 kez yazılıp bu 3 adet x'in çarpılmasıyla elde edilir.

Bilgi Kutusu

- En az bir değişken ve işlem bulunan ifadelere **cebirsel ifade** adı verilir.
- Cebirsel ifadelerde "+" ve "−" işaretleriyle birbirinden ayrılan her bir ifadeye **terim** adı verilir.
- Cebirsel ifadelerde bulunan harfler, bir sayıyı temsil eder. Harfler, farklı sayı değerleri alabilir. Cebirsel ifadelerde bulunan harflere **değişken** adı verilir. Değişkene **bilinmeyen** de denir.
- Her bir terimdeki değişken ile çarpılan sayılara **katsayı** adı verilir.
- Bir terimde değişken yoksa bu terime **sabit terim** adı verilir. Sabit terim de bir katsayıdır.
- İçerdiği değişkeni ve değişkeninin kuvveti aynı olan terimlere **benzer terim** adı verilir.

Örnek

Emine'nin kalemlerinin sayısı, kardeşi İsmet'in kalemlerinin sayısının 3 katından 11 eksiktir. Emine'nin kalemlerinin sayısını belirten cebirsel ifadeyi yazınız. Yazdığınız cebirsel ifadenin terimlerini, değişkenini, katsayılarını, sabit terimini belirleyiniz.

Çözüm

İsmet'in kalemlerinin sayısı x olsun.

Buna göre Emine'nin kalemlerinin sayısı $3x - 11$ olur.

$3x - 11$ cebirsel ifadesinin

- Terimleri $3x$ ve (-11)'dir.
- Değişkeni x'tir.
- Katsayıları 3 ve (-11)'dir.
- Sabit terimi (-11)'dir.

Örnek

Aşağıdaki cebirsel ifadeleri farklı biçimlerde yazınız.

a) $10x^2$ **b)** $-4a$ **c)** x^3y **ç)** $6bc$ **d)** $-11ab^2$ **e)** $15cd$

Çözüm

a) $10x^2 = 5 \cdot 2 \cdot x \cdot x = 5x \cdot 2x = x \cdot 10x = 10x \cdot x$

b) $-4a = -2 \cdot 2 \cdot a = 2 \cdot (-2a) = -2 \cdot 2a = -a - a - a - a$

c) $x^3y = x \cdot x \cdot x \cdot y = x \cdot (x^2y) = x^2 \cdot (xy)$

ç) $6bc = 3 \cdot 2 \cdot b \cdot c = b \cdot 6c = c \cdot 6b = 3b \cdot 2c = 2b \cdot 3c$

d) $-11ab^2 = -11 \cdot a \cdot b \cdot b = -11a \cdot b^2 = a \cdot (-11b^2) = -11ab \cdot b = -11b \cdot ab$

e) $15cd = 3 \cdot 5 \cdot c \cdot d = c \cdot 15d = d \cdot 15c = 3c \cdot 5d = 5c \cdot 3d$

Örnek

Bir kitaplıkta üç raf ve üç rafın her birinde (a + 1) adet kitap vardır. Kitaplığa 6 kitap daha konulmuştur. Son durumda a bir doğal sayı olmak üzere kitaplıktaki kitap sayısını belirten cebirsel ifadeyi üç farklı biçimde yazınız.

Çözüm

İlk durumda kitaplıkta $3\cdot(a+1)=3a+3$ adet kitap vardı. Kitaplığa 6 kitap daha konuldu. Son durumda kitaplıkta $3a+3+6=3a+9$ adet kitap vardır.

$3a+9$ cebirsel ifadesini üç farklı biçimde yazalım.

$$\begin{aligned}3a+9 &= a+a+a+3+3+3\\ &= (a+3)+(a+3)+(a+3)\\ &= 3\cdot(a+3)\end{aligned}$$

Örnek

$(-2x)\cdot(-8xy)$	$8x^2y\cdot(-2)$	$2\cdot4\cdot2x^2y$	$(-2x^2y)\cdot8$	$4\cdot4\cdot x^3\cdot y$

Yukarıdaki kutucuklarda bazı cebirsel ifadeler verilmiştir. Bu cebirsel ifadelerden hangilerinin $16x^2y$ cebirsel ifadesinin farklı biçimde yazılmış hâlleri olduğunu belirleyiniz.

Çözüm

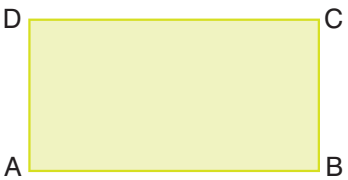
$16x^2y$ cebirsel ifadesini farklı biçimlerde yazalım.

- $16x^2y=(-2x)\cdot(-8xy)$
- $16x^2y=2\cdot4\cdot2\cdot x^2\cdot y$

$(-2x)\cdot(-8xy)$ ile $2\cdot4\cdot2x^2y$ cebirsel ifadeleri, $16x^2y$ cebirsel ifadesinin farklı biçimde yazılmış hâlleridir.

Örnek

a ve c pozitif sayılar olmak üzere yandaki ABCD dikdörtgeninin alanı $(44a^2c^2)\,br^2$ dir. Buna göre ABCD dikdörtgeninin kenar uzunlukları olabilecek dörder cebirsel ifade yazınız.



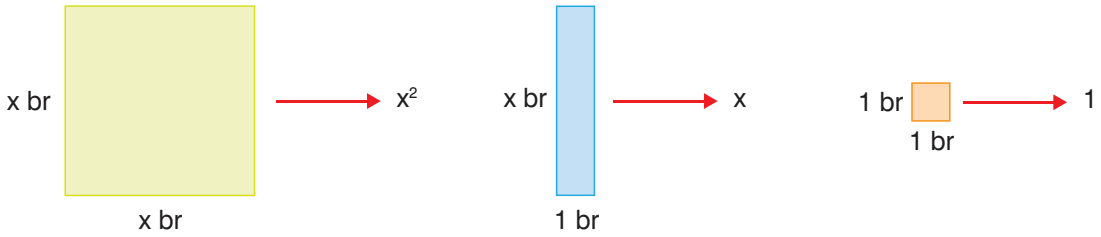
Çözüm

ABCD dikdörtgeninin alanı, birer uzun ve kısa kenar uzunluğunun çarpımına eşittir. Buna göre $44a^2c^2$ cebirsel ifadesini farklı biçimlerde yazalım ve ABCD dikdörtgeninin olabilecek kenar uzunluklarını belirleyelim.

$44a^2c^2=4a^2\cdot11c^2=2a^2\cdot22c^2=a^2\cdot44c^2=2ac\cdot22ac$

- $|AB|=(4a^2)\,br,\ |BC|=(11c^2)\,br$
- $|AB|=(22c^2)\,br,\ |BC|=(2a^2)\,br$
- $|AB|=(a^2)\,br,\ |BC|=(44c^2)\,br$
- $|AB|=(22ac)\,br,\ |BC|=(2ac)\,br$

Etkinlik



Araç Gereç: Cebir karoları

- Bazı cebirsel ifadelerle temsil edilen yukarıdaki cebir karolarını kullanarak bir dikdörtgeni modelleyiniz.
- Dikdörtgen modelindeki uzun ve kısa kenar uzunluklarını belirten cebirsel ifadeleri yazınız.
- Dikdörtgen modelindeki uzun ve kısa kenar uzunluklarını çarpma işlemi şeklinde yazınız.
- Dikdörtgen modelini oluşturan cebir karolarının belirttiği cebirsel ifadeleri toplama işlemi şeklinde yazınız.
- Toplama işlemi şeklinde yazdığınız cebirsel ifade ile çarpma işlemi şeklinde yazdığınız cebirsel ifade arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

İki cebirsel ifadenin çarpımı bulunurken birinci cebirsel ifadedeki her bir terim, ikinci cebirsel ifadedeki her bir terim ile ayrı ayrı çarpılır.

Örnek

$a\cdot(2a-1)$ $\quad 3x\cdot(x+4)$ $\quad -2b\cdot(b+2)$ $\quad -5y\cdot(y-3)$

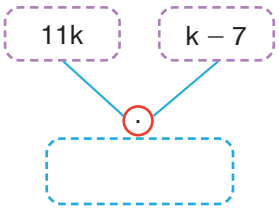
Yukarıda verilen kutucuklardaki çarpma işlemlerini yapınız.

Çözüm

- $a\cdot(2a-1)=a\cdot 2a+a\cdot(-1)=2a^2-a$
- $3x\cdot(x+4)=3x\cdot x+3x\cdot 4=3x^2+12x$
- $-2b\cdot(b+2)=-2b\cdot b-2b\cdot 2=-2b^2-4b$
- $-5y\cdot(y-3)=-5y\cdot y-5y\cdot(-3)=-5y^2+15y$

Örnek

Yandaki şemada belirtilen çarpma işlemini yaparak boş kutucuğa yazılması gereken cebirsel ifadeyi bulunuz.



Çözüm

11k ile (k – 7) cebirsel ifadelerini çarpalım.

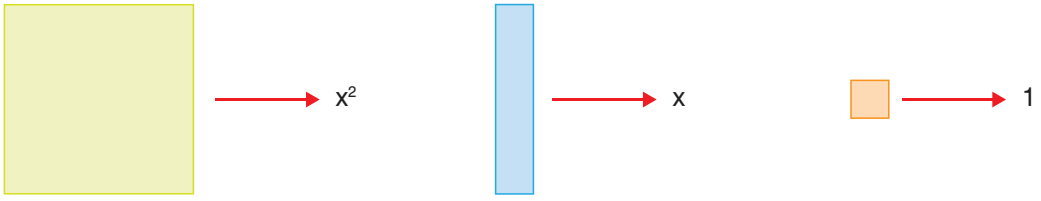
$$11k\cdot(k-7) = 11k\cdot k + 11k\cdot(-7)$$
$$= 11k^2 - 77k$$

Şemadaki boş kutucuğa $11k^2 - 77k$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.

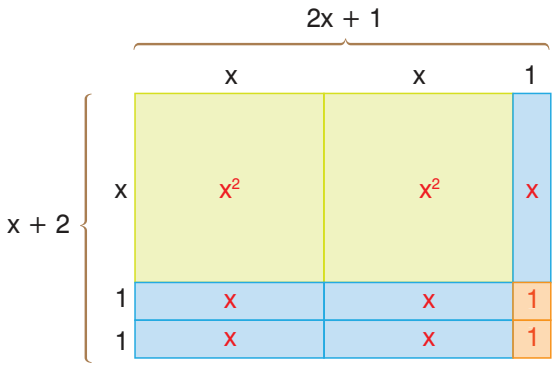
Örnek

Cebir karolarıyla $(x+2)\cdot(2x+1)$ çarpma işlemini modelleyiniz.

Çözüm



Yukarıda belirtilen cebir karolarına göre $(x+2)\cdot(2x+1)$ çarpma işlemini modelleyelim.



$$(x+2)\cdot(2x+1) = x^2 + x^2 + x + x + x + x + x + 1 + 1$$
$$(x+2)\cdot(2x+1) = 2x^2 + 5x + 2$$

Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

a) $(2x-3)\cdot(2x+1) = ?$ **b)** $(a+3)\cdot(a+2) = ?$ **c)** $(2b-1)\cdot(b-2) = ?$

ç) $(c+4)\cdot(c-2) = ?$ **d)** $(d-6)\cdot(2d+1) = ?$ **e)** $(7d-1)\cdot(d+4) = ?$

f) $(e-3)\cdot(e+3) = ?$ **g)** $(-y+2)\cdot(y+2) = ?$ **ğ)** $(-z+2)\cdot(-2z+3) = ?$

Çözüm

a) $(2x-3)\cdot(2x+1) = 2x\cdot(2x+1) - 3\cdot(2x+1)$

$= 2x\cdot 2x + 2x\cdot 1 - 3\cdot 2x - 3\cdot 1$

$= 4x^2 + 2x - 6x - 3 = 4x^2 - 4x - 3$

b) $(a+3)\cdot(a+2) = a\cdot(a+2) + 3\cdot(a+2)$

$= a\cdot a + a\cdot 2 + 3\cdot a + 3\cdot 2$

$= a^2 + 2a + 3a + 6 = a^2 + 5a + 6$

c) $(2b-1)\cdot(b-2) = 2b\cdot(b-2) - 1\cdot(b-2)$

$= 2b\cdot b + 2b\cdot(-2) - 1\cdot b - 1\cdot(-2)$

$= 2b^2 - 4b - 1b + 2 = 2b^2 - 5b + 2$

ç) $(c+4)\cdot(c-2) = c\cdot(c-2) + 4\cdot(c-2)$

$= c\cdot c + c\cdot(-2) + 4\cdot c + 4\cdot(-2)$

$= c^2 - 2c + 4c - 8 = c^2 + 2c - 8$

d) $(d-6)\cdot(2d+1) = d\cdot(2d+1) - 6\cdot(2d+1)$

$= d\cdot 2d + d\cdot 1 - 6\cdot 2d - 6\cdot 1$

$= 2d^2 + 1d - 12d - 6 = 2d^2 - 11d - 6$

e) $(7d-1)\cdot(d+4) = 7d\cdot(d+4) - 1\cdot(d+4)$

$= 7d\cdot d + 7d\cdot 4 - 1\cdot d - 1\cdot 4$

$= 7d^2 + 28d - 1d - 4 = 7d^2 + 27d - 4$

f) $(e-3)\cdot(e+3) = e\cdot(e+3) - 3\cdot(e+3)$

$= e\cdot e + e\cdot 3 - 3\cdot e - 3\cdot 3$

$= e^2 + 3e - 3e - 9 = e^2 - 9$

g) $(-y+2)\cdot(y+2) = -y\cdot(y+2)+2\cdot(y+2)$

$= -y\cdot y - y\cdot 2 + 2\cdot y + 2\cdot 2$

$= -y^2 - 2y + 2y + 4 = -y^2 + 4$

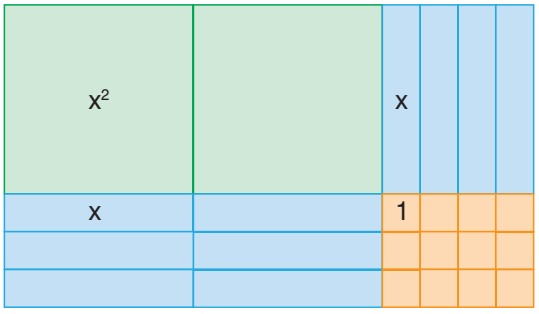
ğ) $(-z+2)\cdot(-2z+3) = -z\cdot(-2z+3)+2\cdot(-2z+3)$

$= -z\cdot(-2z) - z\cdot 3 + 2\cdot(-2z) + 2\cdot 3$

$= 2z^2 - 3z - 4z + 6 = 2z^2 - 7z + 6$

Örnek

Yandaki cebir karolarının içlerine alanları yazılmıştır. Aynı renkli cebir karoları eş olduğuna göre cebir karolarıyla modellenen çarpma işlemini yazınız.



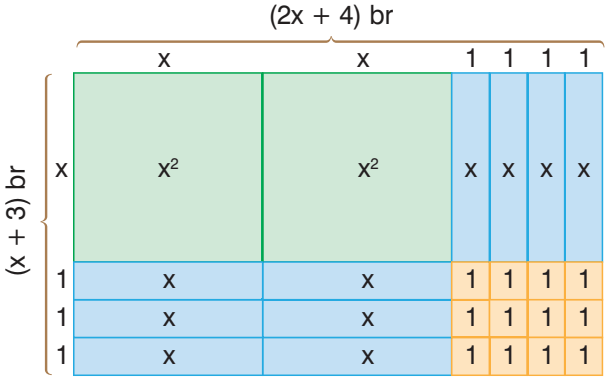
Çözüm

Cebir karolarıyla oluşturulan dikdörtgen modelindeki yeşil kareyi x^2, turuncu kareyi 1, mavi dikdörtgeni ise x ifadesi temsil etmektedir.

Buna göre dikdörtgenin kenar uzunlukları $(x + 3)$ br ve $(2x + 4)$ br'dir.

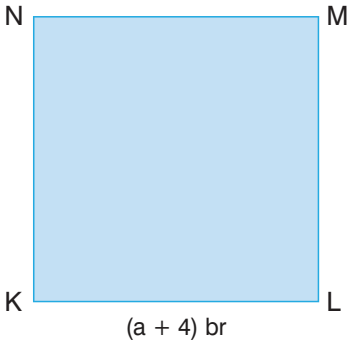
Cebir karolarıyla modellenen çarpma işlemini yazalım.

$(x+3)\cdot(2x+4) = 2x^2 + 10x + 12$



Örnek

Yandaki KLMN karesinin kenar uzunluğu $(a + 4)$ br'dir. a, pozitif bir sayı olmak üzere KLMN karesinin alanını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.



Çözüm

KLMN karesinin alanı, kenar uzunluğunun kendisi ile çarpımına eşittir.

$$\text{Alan} = (a+4)\cdot(a+4)$$

$$\text{Alan} = a\cdot(a+4)+4\cdot(a+4)$$

$$= a^2+4a+4a+4\cdot4$$

$$= a^2+8a+16$$

KLMN karesinin alanı, $(a^2+8a+16)\,br^2$ dir.

Örnek

Bir atölyede günlük $(7x-3)$ adet gömlek üretilmektedir. x pozitif bir tam sayı olmak üzere atölyede $(x+6)$ günde üretilen gömlek sayısını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.

Çözüm

Atölyede $(x+6)$ günde üretilen gömlek sayısını belirten cebirsel ifade bulunurken $(x+6)$ ile $(7x-3)$ cebirsel ifadeleri çarpılır.

$$(x+6)\cdot(7x-3) = x\cdot(7x-3)+6\cdot(7x-3)$$

$$= x\cdot7x+x\cdot(-3)+6\cdot7x+6\cdot(-3)$$

$$= 7x^2-3x+42x-18$$

$$= 7x^2+39x-18$$

Atölyede $(x+6)$ günde $(7x^2+39x-18)$ adet gömlek üretilmiştir.

Örnek

$$(-a-2)\cdot(2a+3) = \blacktriangle a^2+\blacksquare a+\bigstar$$

Yukarıdaki kutucukta, bir çarpma işlemi verilmiştir. Buna göre ▲, ■ ve ★ yerine yazılması gereken tam sayıları bulunuz.

Çözüm

$(-a-2)\cdot(2a+3)$ işlemini yapalım.

$$(-a-2)\cdot(2a+3) = -a\cdot(2a+3)-2\cdot(2a+3)$$

$$= -a\cdot2a-a\cdot3-2\cdot2a-2\cdot3$$

$$= -2a^2-3a-4a-6$$

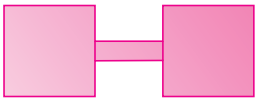
$$= -2a^2-7a-6 = \blacktriangle a^2+\blacksquare a+\bigstar$$

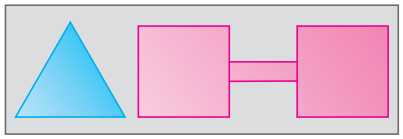
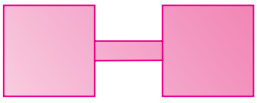
Yapılan çarpma işlemine göre ▲ yerine -2, ■ yerine -7 ve ★ yerine -6 yazılmalıdır.

Örnek

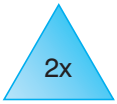
Bir bilgisayar programında geometrik şekillerin ifade ettiği işlemler aşağıdaki gibi tanımlanıyor.

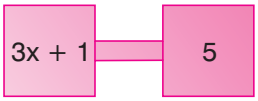
→ İçerisine yazılan ifade ile şeklin kenar sayısını çarpar.

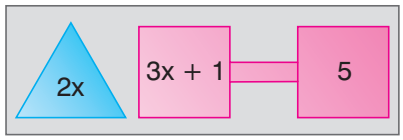
 → Karelerin içerisine yazılan ifadeleri birbirleriyle çarpar.

 → ve  işlemlerinden elde edilen sonuçları toplar.

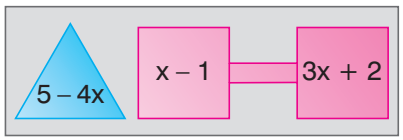
Örneğin;

 → $2x \cdot 3 = 6x$

 → $(3x + 1) \cdot 5 = 15x + 5$

 → $6x + 15x + 5 = 21x + 5$

Buna göre

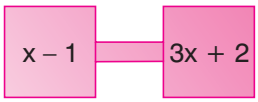


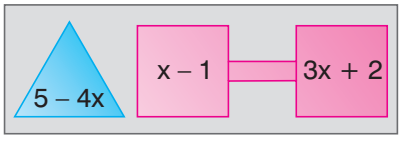
ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

İfadelerin değerlerini ayrı ayrı bulalım.

→ $(5 - 4x) \cdot 3 = 15 - 12x$

 → $(x - 1) \cdot (3x + 2) = x \cdot (3x + 2) - 1 \cdot (3x + 2)$
$= 3x^2 + 2x - 3x - 2$
$= 3x^2 - x - 2$

 → $15 - 12x + 3x^2 - x - 2$
$= 3x^2 - 13x + 13$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki basit cebirsel ifadelerin her birini iki farklı biçimde yazınız.

a) $-40x^2y^2$ **b)** $16xy$ **c)** $-30a^2b$ **ç)** $100a^2$

d) $7x+3$ **e)** $10xy^2$ **f)** $-c^2d$ **g)** $32xyz^2$

ğ) $70a$ **h)** $36ab$ **ı)** $-4e^2$ **i)** $-25ed^2$

2. Seçeneklerde bazı dikdörtgenlerin alanları cebirsel ifadeler ile belirtilmiştir. b, c, x, y, a, d ve z pozitif tam sayılar olmak üzere dikdörtgenlerin alabilecekleri kenar uzunluklarını belirleyiniz.

a) Alan $= (3bc^2)$ br^2 **b)** Alan $= (20xy^2)$ br^2 **c)** Alan $= (30y^2x)$ br^2

ç) Alan $= (15xy)$ br^2 **d)** Alan $= (100ad)$ br^2 **e)** Alan $= (18xyz)$ br^2

3. Aşağıda verilen cebirsel ifadelerdeki terimleri, değişkenleri, katsayıları ve sabit terimleri belirleyiniz.

a) $7x^2-4x+2$ **b)** $3ca+a^2+5c-1$ **c)** $12d-13+d^2$

4. Aşağıdaki çarpma işlemlerini yapınız.

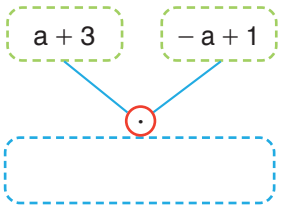
a) $(x+2)\cdot(x-5)=\,?$ **b)** $(y-6)\cdot(y-1)=\,?$ **c)** $(2z-2)\cdot(2z+3)=\,?$

ç) $(a+8)\cdot(-1-a)=\,?$ **d)** $(-2b+4)\cdot(3b-2)=\,?$ **e)** $-7c\cdot(-c+1)=\,?$

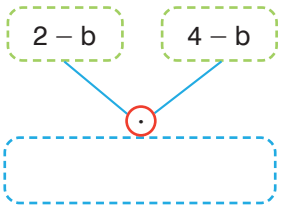
f) $(4-d)\cdot(-2d+7)=\,?$ **g)** $13e\cdot(e-13)=\,?$ **ğ)** $(5k-1)\cdot(-k-5)=\,?$

5. Şemalarda belirtilen işlemleri yaparak boş kutucuklara yazılması gereken cebirsel ifadeleri belirleyiniz.

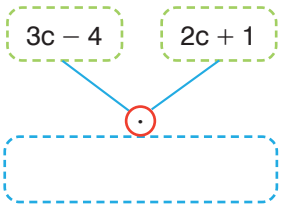
a)



b)

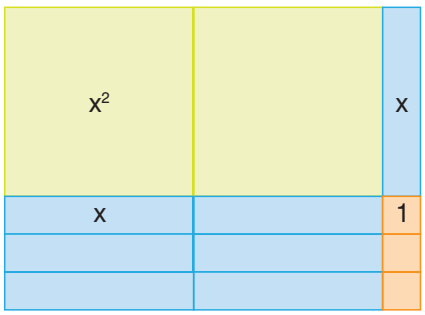


c)

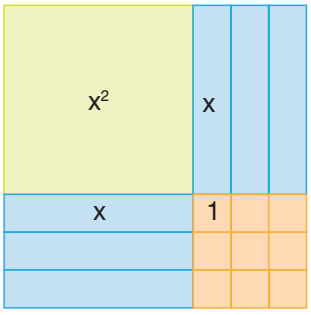


6. Aşağıdaki cebir karolarının içlerine alanları yazılmıştır. Aynı renkli cebir karoları eş olduğuna göre cebir karolarıyla modellenen çarpma işlemlerini yazınız.

a)



b)

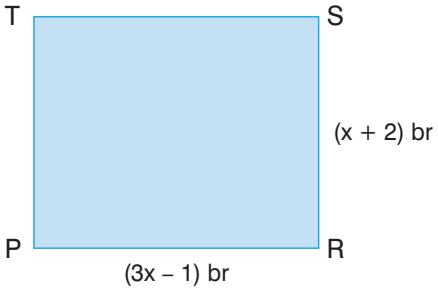


7. Yandaki PRST dikdörtgeninde

$|PR| = (3x - 1)$ br ve $|RS| = (x + 2)$ br'dir.

x, 1'den büyük pozitif bir tam sayı olduğuna göre

PRST dikdörtgeninin alanını belirten cebirsel ifadeyi yazınız.



Özdeşlikler

Ankara ili, Nallıhan ilçesi sınırları içerisinde yer alan ve tarihî ipek yolu üzerinde olan Nallıhan Kuş Cenneti'nde kara leylek, kızıl şahin, kukumav, kaya kırlangıcı, kaya sıvacı ve birçok kuş türü bulunmaktadır. Nallıhan Kuş Cenneti'ndeki kuş sayısının 2 fazlasının 3 katı ile 3 katının 6 fazlası aynı olabilir mi? Açıklayınız.

Hatırlatma

a sıfırdan farklı olmak üzere, $ax + b = 0$ biçimindeki denklemlere **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem** adı verilir.

Örnek

$-2x + 4 = -20$ ve $3x - 5 = 16$ denklemlerini sağlayan x değerlerini bulunuz.

Çözüm

- $-2x + 4 = -20$

  $-2x + 4 - 4 = -20 - 4$ Eşitliğin her iki tarafından 4 çıkaralım.

  $-2x = -24$

  $\frac{-2x}{-2} = \frac{-24}{-2}$ Eşitliğin her iki tarafını -2'ye bölelim.

  $x = 12$

- $3x - 5 = 16$

  $3x - 5 + 5 = 16 + 5$ Eşitliğin her iki tarafına 5 ekleyelim.

  $3x = 21$

  $\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$ Eşitliğin her iki tarafını 3'e bölelim.

  $x = 7$

Bilgi Kutusu

İçinde değişken (bilinmeyen) bulunan eşitliklerdeki değişkene verilen her değer için eşitlik sağlanıyorsa bu eşitliklere **özdeşlik** adı verilir.

Örnek

$5x-20=5\cdot(x-4)$ eşitliğindeki x değişkeninin yerine farklı değerler vererek yazınız. Yazdığınız her bir sayı için eşitliğin sağlanıp sağlanmadığını belirleyerek eşitlikte özdeşlik olup olmadığını bulunuz.

Çözüm

Eşitlikteki x değişkenine farklı değerler vererek eşitliğin sağlanıp sağlanmadığını belirleyelim.

$x=-4$ için

$5\cdot(-4)-20=5\cdot(-4-4)$

$-20-20=5\cdot(-8)$

$-40=-40$ olur.

$x=-2$ için

$5\cdot(-2)-20=5\cdot(-2-4)$

$-10-20=5\cdot(-6)$

$-30=-30$ olur.

$x=0$ için

$5\cdot0-20=5\cdot(0-4)$

$0-20=5\cdot(-4)$

$-20=-20$ olur.

$x=4$ için

$5\cdot4-20=5\cdot(4-4)$

$20-20=5\cdot0$

$0=0$ olur.

$x=5$ için

$5\cdot5-20=5\cdot(5-4)$

$25-20=5\cdot1$

$5=5$ olur.

$x=10$ için

$5\cdot10-20=5\cdot(10-4)$

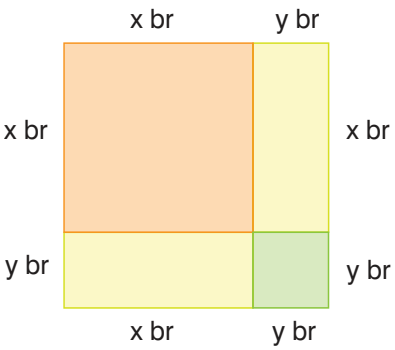
$50-20=5\cdot6$

$30=30$ olur.

$5x-20=5\cdot(x-4)$ eşitliğindeki x değişkenine yazdığımız farklı değerler için eşitlik sağlandı. Eşitlikteki x değişkenine farklı değerler verirsek de yine eşitlik sağlanır. Bundan dolayı $5x-20=5\cdot(x-4)$ eşitliği özdeşliktir.

Örnek

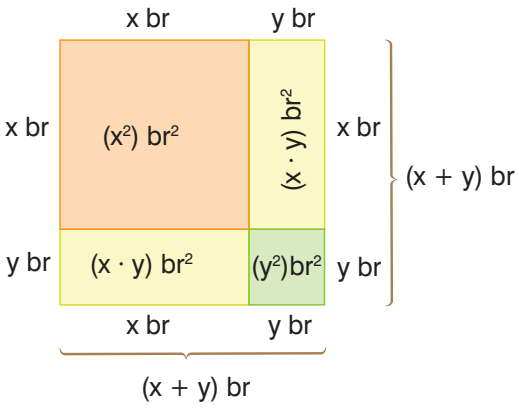
Renkli kartonlar kullanılarak modellenmiş yandaki karenin alanını belirten özdeşliği yazınız.



Çözüm

Turuncu kartondan kenar uzunluğu x br olan kare, sarı kartondan kenar uzunlukları x br ve y br olan dikdörtgenler, yeşil kartondan kenar uzunluğu y br olan kare kullanılarak yandaki model oluşturulmuştur. Oluşturulan modeldeki karenin kenar uzunluğu, $(x+y)$ br'dir.

Kenar uzunluğu $(x+y)$ br olan bir karenin alanı $(x+y)^2$ br^{2}dir.



Modeldeki renkli kartonların alanları toplamını bulalım.

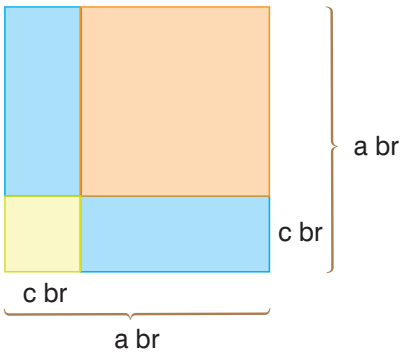
$x^2+xy+xy+y^2=\left(x^2+2xy+y^2\right)$ br^2

Buna göre renkli kartonlar kullanılarak modellenen karenin alanını belirten özdeşliği yazalım.

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$

Örnek

Yandaki kare modelinde verilenlere göre turuncu karenin alanını belirten özdeşliği yazınız.



Çözüm

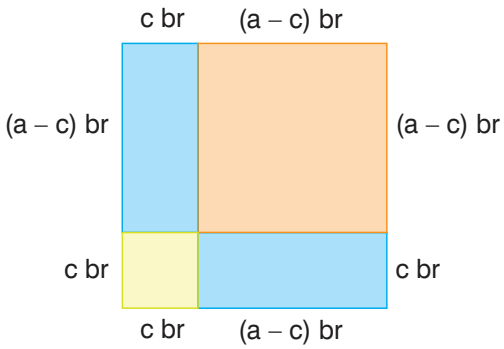
Modeldeki turuncu karenin kenar uzunluğu $(a-c)$ br'dir. Bu durumda turuncu karenin alanı $(a-c)^2$ br^2 olur.

Turuncu karenin alanı, kenar uzunluğu a br olan karenin alanından mavi dikdörtgenlerin alanları toplamı ile sarı karenin alanı çıkarılarak da bulunabilir.

Sarı karenin alanı $= c^2$ br^2

Mavi dikdörtgenlerin alanları toplamı $= 2\cdot(a-c)\cdot c$

$=\left(2ac-2c^2\right)$br^2



Turuncu karenin alanını belirten cebirsel ifadeleri eşitleyelim.

$(a-c)^2=a^2-\left(c^2+2ac-2c^2\right)$

$(a-c)^2=a^2-c^2-2ac+2c^2$

$(a-c)^2=a^2-2ac+c^2$

Turuncu karenin alanını belirten özdeşlik, $(a-c)^2=a^2-2ac+c^2$ olur.

Bilgi Kutusu

Tam kare özdeşlikler aşağıda verilmiştir:

$$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b) = a\cdot(a+b) + b\cdot(a+b)$$
$$= a\cdot a + a\cdot b + b\cdot a + b\cdot b$$
$$= a^2 + a\cdot b + a\cdot b + b^2$$
$$= a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ özdeşliği elde edilir.

$$(a-b)^2 = (a-b)\cdot(a-b) = a\cdot(a-b) - b\cdot(a-b)$$
$$= a\cdot a + a\cdot(-b) - b\cdot a - b\cdot(-b)$$
$$= a^2 - a\cdot b - a\cdot b + b^2$$
$$= a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ özdeşliği elde edilir.

Örnek

Tam kare özdeşliğine göre aşağıdaki noktalı yerlere yazılması gereken cebirsel ifadeleri belirleyiniz.

a) $(x+7y)^2 =$ ..... **b)** $(2x-y)^2 =$ .....

Çözüm

a) $(x+7y)^2 = (x+7y)\cdot(x+7y) = x\cdot(x+7y) + 7y\cdot(x+7y)$
$$= x\cdot x + x\cdot 7y + 7y\cdot x + 7y\cdot 7y$$
$$= x^2 + 7xy + 7xy + 49y^2$$
$$= x^2 + 14xy + 49y^2$$

b) $(2x-y)^2 = (2x-y)\cdot(2x-y) = 2x\cdot(2x-y) - y\cdot(2x-y)$
$$= 2x\cdot 2x + 2x\cdot(-y) - y\cdot 2x - y\cdot(-y)$$
$$= 4x^2 - 2xy - 2xy + y^2$$
$$= 4x^2 - 4xy + y^2$$

Örnek

$(-x-y)^2$ ifadesinin eşitini tam kare özdeşliğine göre yazınız.

Çözüm

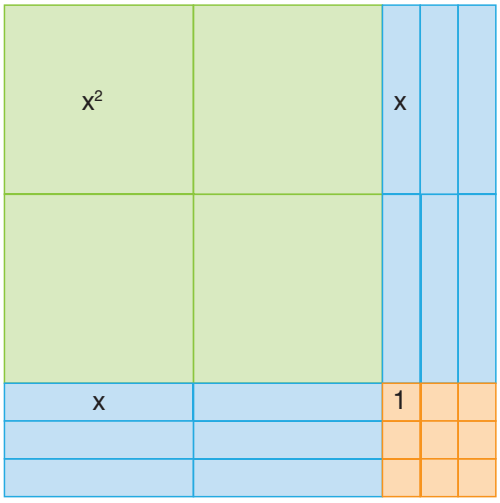
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ tam kare özdeşliğindeki a yerine –x ve b yerine y yazalım.

$(-x-y)^2 = (-x)^2 - 2\cdot(-x)\cdot y + y^2$

$(-x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

Örnek

Yandaki cebir karolarının içlerine alanları yazılmıştır. Aynı renkli cebir karoları eş olduğuna göre cebir karolarıyla yanda modellenen özdeşliği yazınız.



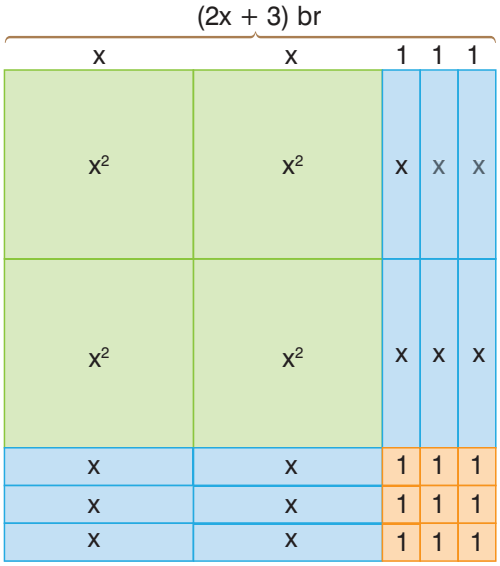
Çözüm

Cebir karolarıyla kenar uzunluğu $(2x+3)$ br olan bir kare modellenmiştir. Bu durumda karenin alanı $(2x+3)^2$ br^2 olur.

Modelde, alanlarının toplamı $(4x^2)$ br^2 olan yeşil kareler, alanlarının toplamı $(12x)$ br^2 olan mavi dikdörtgenler ve alanlarının toplamı 9 br^2 olan turuncu kareler bulunmaktadır.

Buna göre cebir karolarıyla modellenen özdeşliği yazalım.

$(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$



Örnek

$(4a-b)^2 = \triangle a^2 + \square ab + \diamond b^2$ özdeşliğindeki $\triangle$, $\square$ ve $\diamond$ yerine yazılması gereken sayıları bulunuz.

Çözüm

Önce özdeşliği yazalım.

$(4a-b)^2 = (4a)^2 - 2\cdot 4a\cdot b + b^2$

$= 16a^2 - 8ab + b^2$

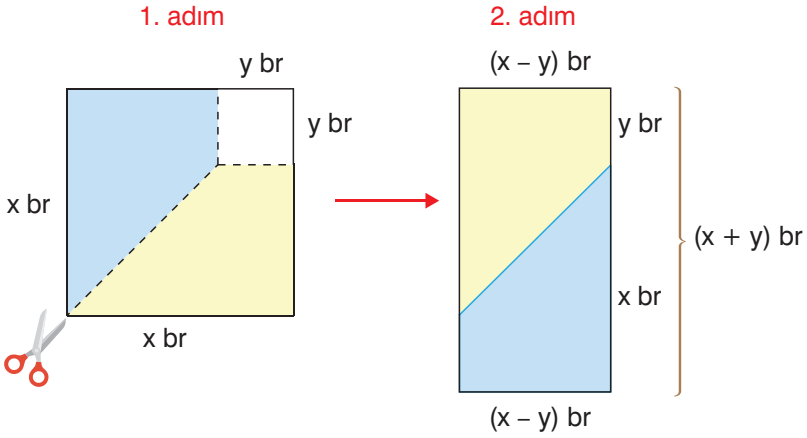
Şimdi, özdeşlikteki $\triangle$, $\square$ ve $\diamond$ yerine yazılması gereken sayıları bulalım.

$(4a-b)^2 = 16a^2 - 8ab + b^2 = \triangle a^2 + \square ab + \diamond b^2$

Özdeşlikteki $\triangle$ yerine 16, $\square$ yerine -8, $\diamond$ yerine 1 yazılmalıdır.

Örnek

Yanda, iki adımda modellenen özdeşliği bölgelerin alanlarından yararlanarak yazınız.



Çözüm

Modelin 1. adımında önce kenar uzunluğu x br olan kareden kenar uzunluğu y br olan kare kesilip çıkartılıyor. Sonra kalan kısım, görseldeki gibi iki eş parça elde edilecek şekilde makasla kesiliyor. Modelin 2. adımında ise elde edilen iki eş parça, görseldeki gibi birleştiriliyor. 2. adımda elde edilen dikdörtgenin kenar uzunlukları $(x+y)$ br ve $(x-y)$ br'dir.

Buna göre iki adımda modellenen özdeşliği yazalım.

1. adım: Kalan kısmın alanı: $(x^2-y^2)\,br^2$

2. adım: Dikdörtgenin alanı: $(x-y)\cdot(x+y)\,br^2$

Modellenen özdeşlik: $x^2-y^2=(x-y)\cdot(x+y)$

Etkileşimli içerik

Bilgi Kutusu

İki kare farkı özdeşliğinde

- İki terimin de karekökleri belirlenir.
- Sonra belirlenen ifadelerin farkı ile toplamı çarpım şeklinde yazılır.

İki kare farkı özdeşliği $a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)$ olarak yazılır.

Örnek

İki kare farkı özdeşliğine göre aşağıdaki noktalı yerlere yazılması gereken cebirsel ifadeleri belirleyiniz.

a) $4x^2-y^2=$ ..... **b)** $x^2-16y^2=$ .....

Çözüm

a) $4x^2$ ifadesi 2x'in karesidir. y^2 ifadesi ise y'nin karesidir.

$4x^2-y^2=(2x)^2-y^2=(2x-y)\cdot(2x+y)$

b) x^2 ifadesi x'in karesidir. $16y^2$ ifadesi ise 4y'nin karesidir.

$x^2-16y^2=x^2-(4y)^2=(x-4y)\cdot(x+4y)$

Örnek

İki kare farkı özdeşliğini kullanarak $501^2 - 499^2$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$a^2 - b^2 = (a - b)\cdot(a + b)$ özdeşliğindeki a yerine 501, b yerine 499 yazarak işlemin sonucunu bulalım.

$$501^2 - 499^2 = (501 - 499)\cdot(501 + 499)$$
$$= 2\cdot 1000 = 2000$$

Örnek

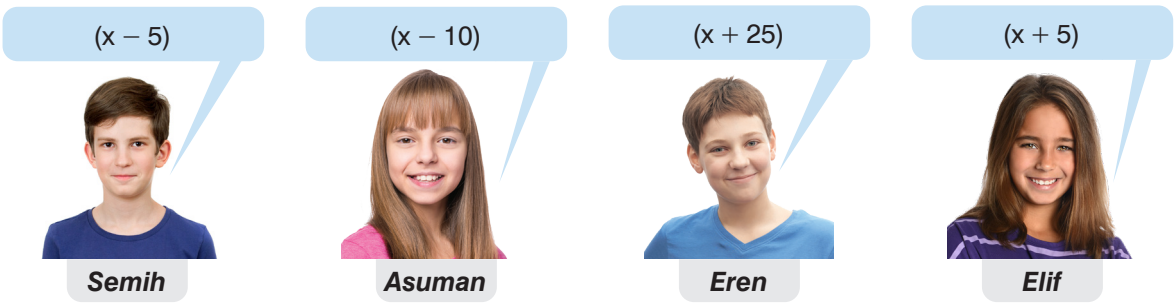
$169x^2 - 9y^2 = (\triangle x - \square y)\cdot(\triangle x + \square y)$ özdeşliğindeki $\triangle$ ve $\square$ yerine yazılması gereken sayıları belirleyiniz.

Çözüm

$$169x^2 - 9y^2 = (13x)^2 - (3y)^2$$
$$= (13x - 3y)\cdot(13x + 3y) = (\triangle x - \square y)\cdot(\triangle x + \square y)$$

İki kare farkı özdeşliğine göre $\triangle$ yerine 13, $\square$ yerine 3 yazılmalıdır.

Örnek



Hangi öğrencilerin belirttiği cebirsel ifadelerin çarpımının $x^2 - 25$ cebirsel ifadesine eşitlendiğinde bir özdeşlik elde edilebileceğini bulunuz.

Çözüm

Semih ile Elif'in belirttiği cebirsel ifadeleri çarpalım.

$$(x - 5)\cdot(x + 5) = x\cdot(x + 5) - 5\cdot(x + 5)$$
$$= x\cdot x + x\cdot 5 - 5\cdot x - 5\cdot 5$$
$$= x^2 + 5x - 5x - 25$$
$$= x^2 - 25$$

Semih ile Elif'in belirttiği cebirsel ifadelerin çarpımı, $x^2 - 25$ cebirsel ifadesine eşitlenirse iki kare farkı özdeşliği elde edilir.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki eşitlikler özdeşlik ise ilgili kutucuğa "Ö", değil ise "D" yazınız.

☐ **a)** $7\cdot(x-2)=7x-14$

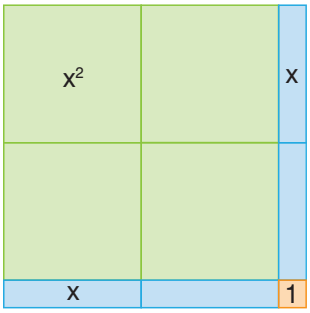
☐ **b)** $(x-3)^2=x^2+6x+9$

☐ **c)** $(x+6)^2=x^2+12x+36$

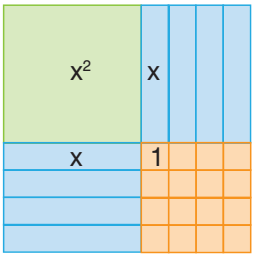
☐ **ç)** $x^2-2y^2=(x-2y)\cdot(x+2y)$

2. Aşağıda modellenen özdeşlikleri yazınız.

a)



b)



3. Aşağıdaki noktalı yerlere uygun cebirsel ifadeleri yazarak özdeşlikler oluşturunuz.

a) $(-x+5y)^2=$ .....

b) $(x+4y)^2=$ .....

c) $(4x-2y)^2=$ .....

ç) $49x^2-y^2=$ .....

d) $x^2-4y^2=$ .....

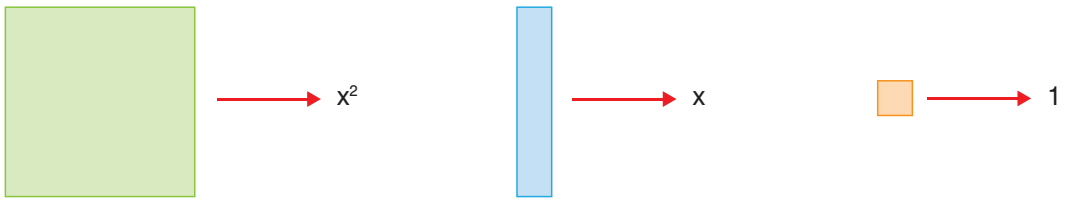
e) $100x^2-100y^2=$ .....

4. Bir karenin kenar uzunluğu (a + 5) br'dir. a pozitif bir sayı olmak üzere karenin alanını belirten özdeşliği yazınız.

Cebirsel İfadeleri Çarpanlara Ayırma

Çağdaş Bey, odasında bulunan kare şeklindeki aynaya bakarken aynanın bir yüzünün alanını $(x + 8)^2$ m^2 olarak belirtiyor. Buna göre aynanın bir kenar uzunluğu metre biriminde belirtilirken nasıl bir yol izlenmelidir? Açıklayınız.

Etkinlik



Araç Gereç: Cebir karoları.

- Yukarıdaki cebir karolarını inceleyiniz.
- 1 adet kare şeklindeki yeşil, 8 adet dikdörtgen şeklindeki mavi ve 16 adet kare şeklindeki turuncu cebir karosunu kullanarak bir kare modelleyiniz.
- Modellediğiniz karenin alanını belirten cebirsel ifadeyi, modelde kullandığınız cebir karolarını temsil eden cebirsel ifade ve sayıları toplayarak bulduğunuz sonucu not ediniz.
- Karenin bir kenar uzunluğunu belirten cebirsel ifadeyi belirleyiniz.
- Karenin alanını, karenin bir kenar uzunluğunu kendisi ile çarpma işlemi biçiminde yazarak belirleyiniz.
- Not ettiğiniz cebirsel ifade ile yazdığınız çarpma işlemi arasındaki ilişkiyi belirtiniz.
- Belirttiğiniz ilişkiye göre tam kare olan cebirsel ifade çarpanlara ayrılırken kullanılabilecek bir yöntem belirleyiniz. Yöntemi nasıl belirlediğinizi açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Bir cebirsel ifade çarpanlara ayrılırken ortak çarpan parantezine alma yöntemi kullanılabilir.

Örnek

$6a^2 + 3a$ ve $7x^3 + 28$ cebirsel ifadelerini ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile çarpanlara ayırınız.

Çözüm

- $6a^2 + 3a$ cebirsel ifadesini 3a ortak çarpan parantezine alalım.

  $6a^2 + 3a = 3 \cdot 2 \cdot a \cdot a + 1 \cdot 3 \cdot a = 3a \cdot (2a + 1)$

- $7x^3 + 28$ cebirsel ifadesini 7 ortak çarpan parantezine alalım.

  $7x^3 + 28 = 7 \cdot x^3 + 7 \cdot 4 = 7 \cdot (x^3 + 4)$

Örnek

Aşağıdaki cebirsel ifadeleri, ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile çarpanlara ayırınız.

a) $8a^3 + 4a^2 + 2a$ **b)** $17x + 34y$ **c)** $120 - 72b$

ç) $5d^2 + 25ed - 10d$ **d)** $80c - 32$ **e)** $7x^3 + 3x^4$

Çözüm

Cebirsel ifadelerdeki ortak çarpanları kırmızı renkle belirtelim ve ifadeleri ortak çarpan parantezine alma yöntemi ile çarpanlarına ayıralım.

Etkileşimli içerik

a) $8a^3 + 4a^2 + 2a = 4a^2 \cdot 2a + 2a \cdot 2a + 1 \cdot 2a = (4a^2 + 2a + 1) \cdot 2a$

b) $17x + 34y = 17 \cdot x + 17 \cdot 2 \cdot y = 17 \cdot (x + 2y)$

c) $120 - 72b = 24 \cdot 5 - 24 \cdot 3 \cdot b = 24 \cdot (5 - 3b)$

ç) $5d^2 + 25ed - 10d = 5d \cdot d + 5d \cdot 5e - 5d \cdot 2 = 5d \cdot (d + 5e - 2)$

d) $80c - 32 = 16 \cdot 5c - 16 \cdot 2 = 16 \cdot (5c - 2)$

e) $7x^3 + 3x^4 = 7 \cdot x^3 + 3x \cdot x^3 = (7 + 3x) \cdot x^3$

Örnek

$36x^3 - 18xy + 27x^2 = 9x \cdot (\triangle x^2 - \square y + \diamond x)$

Kutucuktaki çarpanlara ayırma işlemine göre $\triangle$, $\square$ ve $\diamond$ yerine yazılması gereken sayıları bulunuz.

Çözüm

$36x^3 - 18xy + 27x^2$ cebirsel ifadesini 9x ortak çarpan parantezine alarak çarpanlara ayıralım.

$$\begin{aligned} 36x^3 - 18xy + 27x^2 &= 9x \cdot 4x^2 - 9x \cdot 2y + 9x \cdot 3x \\ &= 9x \cdot (4x^2 - 2y + 3x) \\ &= 9x \cdot (\triangle x^2 - \square y + \diamond x) \end{aligned}$$

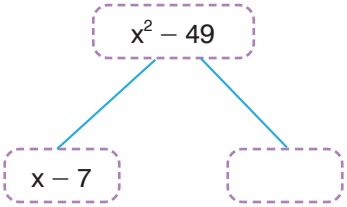
Çarpanlara ayırma işlemindeki $\triangle$ yerine 4, $\square$ yerine 2, $\diamond$ yerine 3 yazılmalıdır.

Bilgi Kutusu

Bir cebirsel ifade çarpanlara ayrılırken iki kare farkı özdeşliğinden yararlanılabilir.

Örnek

Yandaki şemada bir cebirsel ifade çarpanlara ayrılmıştır. Buna göre boş kutucuğa uygun cebirsel ifadeyi yazınız.



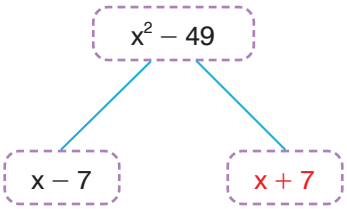
Çözüm

$x^2 - 49$ cebirsel ifadesini iki kare farkı özdeşliğinden yararlanarak çarpanlara ayıralım.

$x^2 - 49 = x^2 - 7^2$

$= (x - 7) \cdot (x + 7)$

Çarpanlara ayırma işlemine göre boş kutucuğa yandaki gibi $(x + 7)$ cebirsel ifadesi yazılmalıdır.



Örnek

Bir ABCD dikdörtgeninin alanı $(9a^2 - 4c^2)$ br^2 dir. a ile c pozitif tam sayılar, $a > c$ ve $|AB| = (3a + 2c)$ br olduğuna göre $|BC|$'nu belirten cebirsel ifadeyi yazınız.

Çözüm

ABCD dikdörtgeninin alanını belirten cebirsel ifadeyi çarpanlara ayıralım.

$9a^2 - 4c^2 = (3a)^2 - (2c)^2$

$= (3a - 2c) \cdot (3a + 2c)$

Alan $= |BC| \cdot |AB|$ ve $|AB| = (3a + 2c)$ br olduğuna göre $|BC| = (3a - 2c)$ br'dir.

Örnek

$100x^2 - \triangle y^2 = (10x - 2y) \cdot (\square x + 2y)$

Kutucuktaki çarpanlara ayırma işlemine göre $\triangle + \square$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$100x^2 - 4y^2 = (10x)^2 - (2y)^2$

$= (10x - 2y) \cdot (10x + 2y)$ olduğuna göre $\triangle$ yerine 4, $\square$ yerine 10 yazılmalıdır.

$\triangle + \square = 4 + 10 = 14$

Bilgi Kutusu

Bir cebirsel ifade çarpanlara ayrılırken $a^2 + 2ab + b^2$ veya $a^2 - 2ab + b^2$ biçimindeki tam kare ifadelerden yararlanılabilir.

Örnek

$x^2 + 8x + 16$ cebirsel ifadesini çarpanlara ayırınız.

Çözüm

x^2 ifadesinin çarpanlarını x ve x, 16'nın çarpanlarını 4 ve 4 olarak belirleyelim.

$x^2 + 8x + 16$

$x \cdot x$; $2 \cdot (x \cdot 4) = 8x$; $4 \cdot 4$

$x^2 + 8x + 16 = (x+4)\cdot(x+4)$

$= (x+4)^2$

$x^2 + 8x + 16$ ifadesinde birinci ve üçüncü terimlerin kareköklerinin çarpımının 2 katı, ortadaki terime eşit olmaktadır. Bu nedenle $x^2 + 8x + 16$ tam kare bir ifadedir.

Örnek

Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırınız.

a) $a^2 - 4a + 4$ **b)** $x^2 - 16x + 64$ **c)** $c^2 + 10c + 25$ **ç)** $e^2 + 18e + 81$

Çözüm

a) $a^2 - 4a + 4$

a · (–2) ve a · (–2)

$-2a - 2a = -4a$

a^2 ifadesini a · a olarak ve 4 sayısını (–2) · (–2) olarak çarpanlara ayırdık.

$a^2 - 4a + 4 = (a-2)\cdot(a-2) = (a-2)^2$

b) $x^2 - 16x + 64$

x · (–8) ve x · (–8)

$-8x - 8x = -16x$

x^2 ifadesini x · x olarak ve 64 sayısını (–8) · (–8) olarak çarpanlara ayırdık.

$x^2 - 16x + 64 = (x-8)\cdot(x-8) = (x-8)^2$

c) $c^2 + 10c + 25$

$c \cdot c$; $2 \cdot (c \cdot 5) = 10c$; $5 \cdot 5$

$c^2 + 10c + 25 = (c + 5) \cdot (c + 5) = (c + 5)^2$

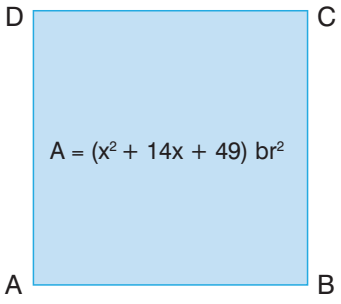
ç) $e^2 + 18e + 81$

$e \cdot e$; $2 \cdot (e \cdot 9) = 18e$; $9 \cdot 9$

$e^2 + 18e + 81 = (e + 9) \cdot (e + 9) = (e + 9)^2$

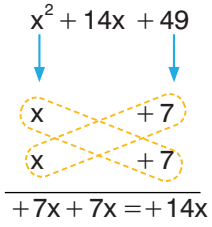
Örnek

Yandaki ABCD karesinin alanı $(x^2 + 14x + 49)\,br^2$ dir. x, bir pozitif sayı olmak üzere ABCD karesinin kenar uzunluğunu belirten cebirsel ifadeyi yazınız.



Çözüm

ABCD karesinin alanını belirten cebirsel ifadeyi çarpanlara ayıralım. Bunun için x^2 ifadesini $x \cdot x$ olarak ve 49 sayısını $(+7) \cdot (+7)$ olarak çarpanlara ayıralım.



$x^2 + 14x + 49 = (x+7)\cdot(x+7) = (x+7)^2$

Çözümde turuncu çerçevelerle belirtilen çarpımların toplamı ifadenin ikinci terimi olan +14x ifadesine eşit oldu. Buna göre çarpanlara ayırma işlemini doğru yaptık.

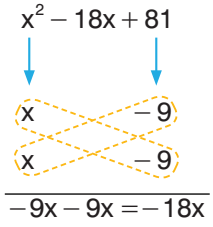
Karenin alanı, bir kenar uzunluğunun karesi olduğuna göre ABCD karesinin kenar uzunluğu $(x + 7)$ br'dir.

Örnek

$x^2 - 18x + 81 = (x + \triangle)^2$ olduğuna göre $\triangle$ yerine yazılması gereken sayıyı bulunuz.

Çözüm

$x^2 - 18x + 81$ cebirsel ifadesini çarpanlara ayıralım. Bunun için x^2 ifadesini $x \cdot x$ olarak ve 81 sayısını $(-9) \cdot (-9)$ olarak çarpanlara ayıralım.



$x^2 - 18x + 81 = (x-9)\cdot(x-9) = (x-9)^2$

Çözümde turuncu çerçevelerle belirtilen çarpımların toplamı ifadenin ikinci terimi olan –18x ifadesine eşit oldu. Buna göre çarpanlara ayırma işlemini doğru yaptık.

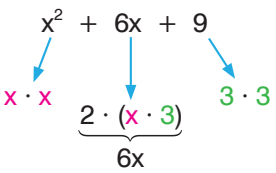
$(x + \triangle)^2 = (x - 9)^2$ olduğuna göre $\triangle$ yerine -9 yazılmalıdır.

Örnek

$x = \sqrt{5} - 3$ olduğuna göre $x^2 + 6x + 9$ cebirsel ifadesinin değerini bulunuz.

Çözüm

$x^2 + 6x + 9$ cebirsel ifadesini çarpanlara ayıralım. Bunun için x^2 ifadesini $x \cdot x$ olarak ve 9 sayısını $3 \cdot 3$ olarak çarpanlara ayıralım.



$x^2 + 6x + 9 = (x+3)\cdot(x+3)$
$= (x+3)^2$

$x^2 + 6x + 9$ ifadesinde birinci ve üçüncü terimlerin kareköklerinin çarpımının 2 katı, ortadaki terime eşit olmaktadır. Bu nedenle $x^2 + 6x + 9$ tam kare bir ifadedir.

$(x+3)^2$ ifadesindeki x yerine $\sqrt{5} - 3$ yazarak $x^2 + 6x + 9$ cebirsel ifadesinin değerini bulalım.

$(x+3)^2 \rightarrow (\sqrt{5} - 3 + 3)^2 = (\sqrt{5})^2 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5 \cdot 5} = \sqrt{25} = 5$

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırınız.

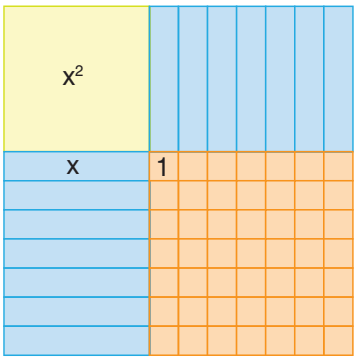
a) $7x^2 + 28x + 28$ **b)** $128 - 16a^2$ **c)** $9c^2 + 18c + 9$

ç) $16e^2 - 361$ **d)** $196 - 25x^2$ **e)** $121a^2 - 49b^2$

f) $900x^2 - 1$ **g)** $d^2 + 40d + 400$ **ğ)** $a^2 - 2a + 1$

h) $y^2 + 26y + 169$ **ı)** $c^2 - 30c + 225$ **i)** $x^2 + 12x + 36$

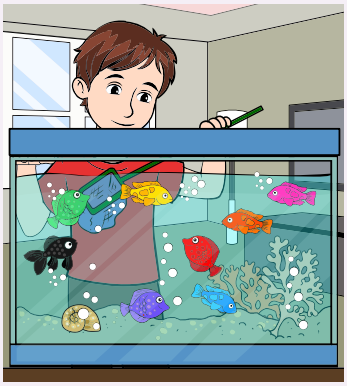
2. Cebir karolarıyla yanda modellenen çarpanlara ayırma işlemini yazınız.



3. $x^2 - 25$ ile $x^2 - \triangle x + 25$ cebirsel ifadelerinin birer çarpanları ortaktır. Buna göre $\triangle$ yerine hangi pozitif tam sayı yazılmalıdır?

4. $a = \sqrt{7} + 12$ olduğuna göre $a^2 - 24a + 144$ cebirsel ifadesinin değerini bulunuz.

1. Görselde görüldüğü gibi Serhat'ın akvaryumunda birer adet kırmızı, turuncu, sarı, mavi, yeşil, siyah, mor ve pembe balık vardır. Serhat, akvaryumunu temizlerken akvaryumdan rastgele bir balık alıyor. Serhat'ın akvaryumdan rastgele aldığı balığın rengi ile ilgili olası durum sayısı kaçtır?



A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9

2. Bir derin dondurucudaki eş paketlerin içinde birer adet dondurma bulunmaktadır. Dondurmalardan 5'i kakaolu, 4'ü çilekli, 3'ü sade ve 4'ü limonludur. Derin dondurucudan rastgele alınan bir paketteki dondurmanın kakaolu, çilekli, sade ve limonlu olma olasılıklarını birbirleriyle karşılaştırınız.

3. Marketteki bir rafta birer adet badem, fıstık, leblebi ve fındık paketi bulunmaktadır. Paketler eş büyüklükte olduğuna göre raftan rastgele seçilen bir paketin içindeki kuru yemiş ile ilgili her bir çıktının olasılık değerinin eşit olup olmadığını belirleyiniz. Rastgele seçilen bir paketin içinde fındık olma olasılığını hesaplayınız.

4. $\frac{\square - 1}{9}$ ifadesi, basit bir olayın olma olasılığının değeri olduğuna göre $\square$ yerine aşağıdaki sayılardan hangisi yazılamaz?

A) 2 **B)** 7 **C)** 10 **D)** 12

5. Eş kartlar arasından rastgele seçilen bir kartın beyaz olma olasılığı $\frac{2}{5}$ ise beyaz olmama olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{5}$ **B)** $\frac{3}{5}$ **C)** $\frac{4}{5}$ **D)** $\frac{5}{5}$

6. Bir top havuzunda 120 sarı, 240 kırmızı, 240 mavi, 100 mor, 200 yeşil, 50 turuncu ve 50 beyaz eş top vardır. Top havuzundan rastgele seçilen bir topun

a) Kırmızı olma olasılığını,

b) Yeşil olma olasılığını,

c) Sarı olmama olasılığını,

ç) Beyaz olmama olasılığını,

d) Siyah olma olasılığını,

e) Pembe olmama olasılığını bulunuz.

7. Aşağıdakilerden hangisi, $36cd^2$ cebirsel ifadesinin farklı biçimde yazılışı değildir?

A) $16c \cdot 2d^2$ **B)** $(-4c) \cdot (-9d^2)$ **C)** $2cd \cdot 18d$ **D)** $9d \cdot 4cd$

8. Cebirsel ifadeler ile cebirsel ifadelerde bulunan terim sayıları eşleştirildiğinde hangi sayı açıkta kalır?

$x - y$	1
$a + b + a^2 - b^2 + 3c$	2
$28x^2yz^3a$	3
$13 + 2x - 2x^2 + y$	4
$x^2 + 2x + 1$	5
	6

Yandaki kutucuklarda verilen cebirsel ifadelere göre 9, 10, 11 ve 12. soruları cevaplayınız.

A $2x$	B $x + 6$
C $2x + 4$	D $3y$
E $2x - 5$	F $y - 1$

9. E ile F kutucuklarındaki cebirsel ifadelerin çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x + y - 6$ **B)** $2xy + 5$ **C)** $10x - 2xy + 5$ **D)** $2xy - 2x - 5y + 5$

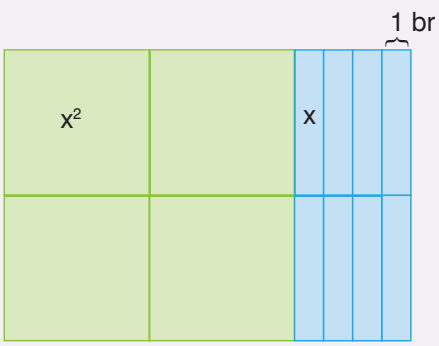
10. B kutucuğundaki cebirsel ifade ile $(x - 6)$ ifadesi çarpıldığında kaç terimli bir cebirsel ifade elde edilir?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

11. A ile D kutucuklarındaki cebirsel ifadelerin çarpımı ile $-5xy$ cebirsel ifadesinin farkı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $11xy$ **B)** xy **C)** $-xy$ **D)** $-11xy$

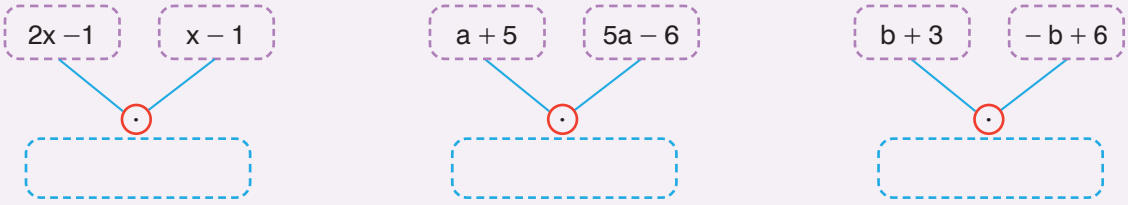
12. Cebir karoları kullanılarak hangi kutucuklardaki cebirsel ifadelerin çarpımı yanda modellenmiştir?



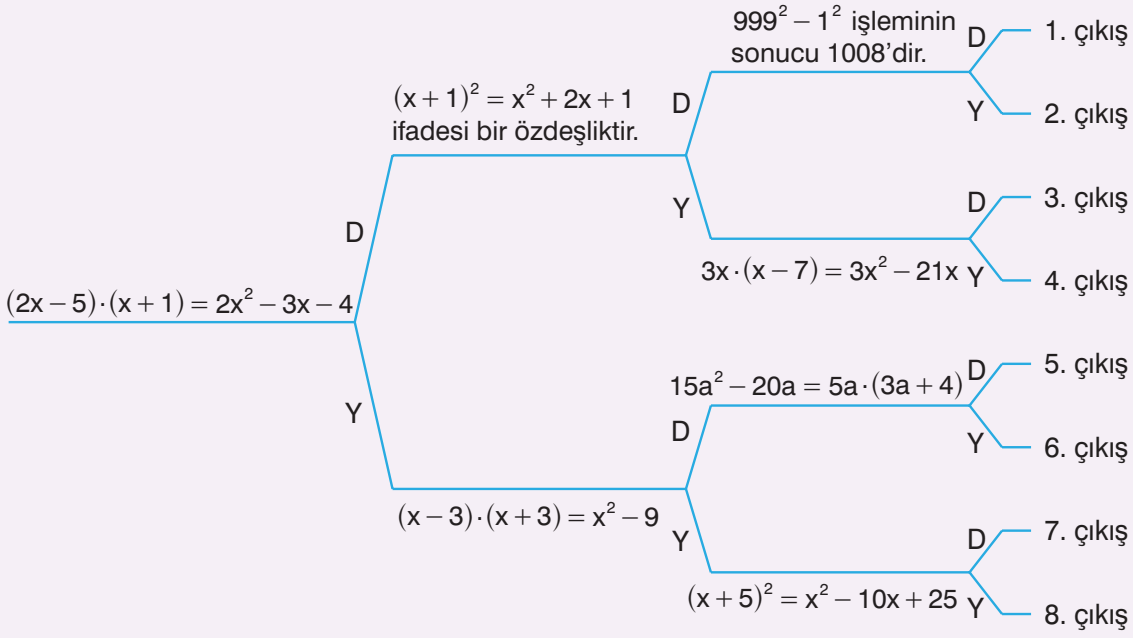
A) A ile B **B)** C ile D

C) A ile C **D)** D ile F

13. Aşağıdaki şemalarda belirtilen çarpma işlemlerini yaparak boş kutulara uygun cebirsel ifadeleri yazınız.



14.



Yukarıda verilen şemadaki ifadeleri en soldan başlayarak inceleyiniz. İfadeler doğru ise "D", yanlış ise "Y" yolunu takip ediniz. Kaçıncı çıkışa ulaştınız? Yazınız.

15. $(3y-4x)^2=\triangle y^2+\square yx+\Diamond x^2$ özdeşliğine göre $\triangle+\square+\Diamond$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 **B)** 3 **C)** 6 **D)** 8

16. $(2x-5y)^2=$ .....

Yukarıda verilen kutucuktaki özdeşliğe göre noktalı yere hangi cebirsel ifade yazılmalıdır?

A) $4x^2-25y^2$ **B)** $4x^2-20xy+25y^2$ **C)** $4x^2+25y^2$ **D)** $4x^2-10xy+25y^2$

Yandaki tabloda, bazı cebirsel ifadeler veya cebirsel ifadelerin çarpanlara ayrılmış hâlleri verilmiştir. Tabloya göre 17, 18 ve 19. soruları cevaplayınız.

Cebirsel İfade	İfadenin Çarpanlara Ayrılmış Hâli
$13a^2b + 52b$	
	$(x - 12)\cdot(x + 12)$
$x^2 - 18x + 81$	

17. Tablodaki pembe bölgeye hangi çarpma işlemi yazılmalıdır?

A) $13\cdot(ab + 4a)$ **B)** $13ab\cdot(a + 4)$ **C)** $13a\cdot(ab + 4)$ **D)** $13b\cdot(a^2 + 4)$

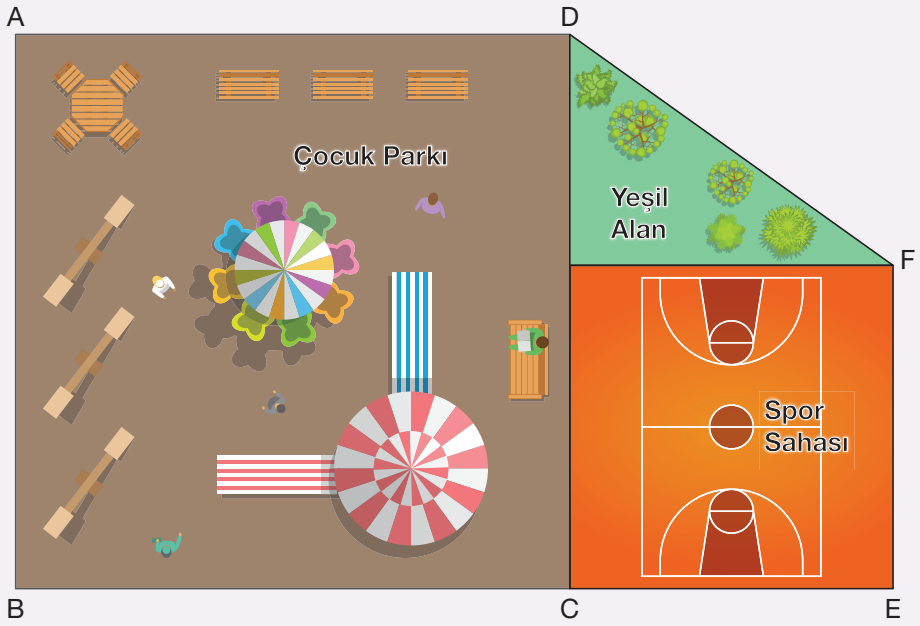
18. Tablodaki mavi bölgeye hangi cebirsel ifade yazılmalıdır?

A) $x^2 - 144$ **B)** $x^2 - 24x + 144$ **C)** $x^2 + 144$ **D)** $x^2 + 24x + 144$

19. Tablodaki turuncu bölgeye hangi çarpma işlemi yazılmalıdır?

A) $(x + 9)\cdot(x + 9)$ **B)** $(x - 18)\cdot(x + 18)$ **C)** $(x - 9)\cdot(x - 9)$ **D)** $(x - 9)\cdot(x + 9)$

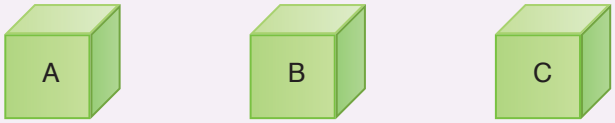
20. Aşağıdaki görselde bir bölgenin krokisi verilmiştir.



Kare şeklindeki çocuk parkının alanı $(4x^2)$ m^2, kare şeklindeki spor sahasının alanı $(x^2 + 2x + 1)$ m^2 ve dik üçgen şeklindeki yeşil alanda $|DF| = 10$ m, olduğuna göre görseldeki bölgenin çevre uzunluğu metre biriminde aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $4x + 6$ **B)** $8x + 12$ **C)** $8x + 14$ **D)** $16x + 24$

21.



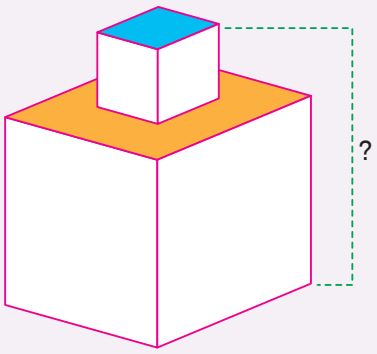
Görseldeki A, B ve C kutularında renkleri dışında özdeş olan sarı ve mavi toplar bulunmaktadır.

- Toplam sarı top sayısı 6'dır.
- Toplam mavi top sayısı 24'tür.
- Her bir kutudaki sarı top sayısı birbirinden farklıdır.
- Her bir kutudan seçilen bir topun sarı olma olasılığı birbirine eşittir.

Buna göre kutulardan herhangi birinde bulunan mavi top sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 4 **B)** 8 **C)** 12 **D)** 16

22. Ayrıt uzunlukları farklı iki küp aşağıdaki gibi üst üste yerleştirilmiştir.



Sonra üst yüzler görseldeki gibi boyanmıştır.

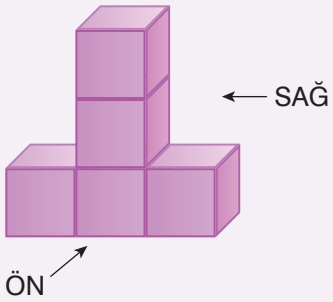
Mavi boyalı alan $(4x^2 + 12x + 9)$ birimkare,

Turuncu boyalı alan $(5x^2 - 6x - 8)$ birimkaredir.

Buna göre yapının yüksekliğinin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x + 5$ **B)** $5x + 4$ **C)** $7x + 5$ **D)** $8x + 3$

23. Aşağıda verilen yapı, 5 özdeş küp kullanılarak oluşturulmuştur.

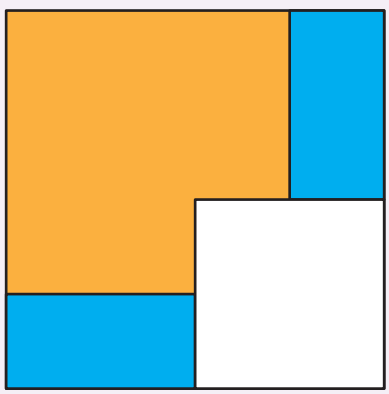


Bu yapıya sağ taraftan bakan birinin gördüğü alan $3x^2 + 30x + 75$ cm^2 dir.

Buna göre bu yapıya önden bakıldığında görünen şeklin çevre uzunluğu cm cinsinden aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

A) $6x + 30$ **B)** $6x + 60$ **C)** $12x + 60$ **D)** $12x + 90$

24. Aşağıda mavi, turuncu ve beyaz renkli kare biçimindeki üç karton üst üste yerleştirilmiştir.

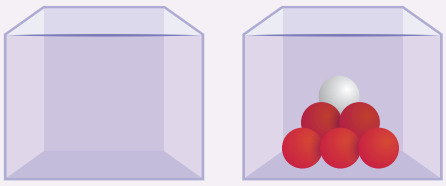


- En alttaki mavi kartonun bir kenar uzunluğu, turuncu kartonun bir kenar uzunluğundan 3 cm fazladır.
- En üstteki beyaz kartonun bir kenar uzunluğu, turuncu kartonun bir kenar uzunluğundan x cm eksiktir.

Mavi kartonun alanı $(9x^2 + 12x + 4)$ cm^2 olduğuna göre son durumda mavi kartonun görünen kısmının alanı kaç santimetrekaredir?

A) $4x + 16$ **B)** $4x + 18$ **C)** $6x + 18$ **D)** $6x + 24$

25. 1 ve 2. kutularda özdeş kırmızı ve beyaz renkli toplar vardır. 1. kutunun içinde kaç top olduğu bilinmezken 2. kutuda 5 adet kırmızı 1 adet beyaz top vardır.



1. kutu 2. kutu

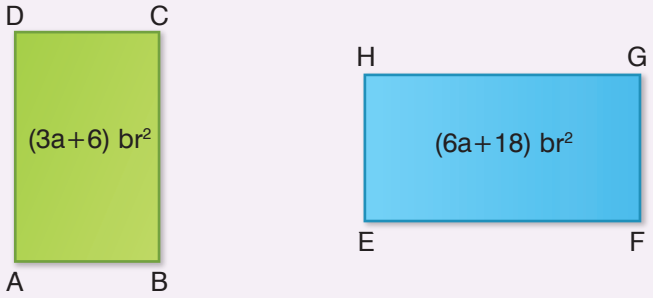
1. kutunun içinden rastgele bir top alındığında alınan bu topun renginin kırmızı olma olasılığının $\frac{2}{3}$ olduğu bilinmektedir.

1. kutuda bulunan tüm toplar 2. kutuya konulduktan sonra 2. kutudan rastgele alınan bir topun beyaz renkli olma olasılığı $\frac{1}{4}$ olmaktadır.

Buna göre iki kutuda toplam kaç adet top vardır?

A) 10 **B)** 12 **C)** 14 **D)** 16

26. Kısa kenar uzunlukları 3 birim olan ABCD dikdörtgeni ile EFGH dikdörtgeninin alanları sırası ile $(3a + 6)$ br^2 ve $(6a + 18)$ br^2 dir.



Bu iki dikdörtgen eş kenarlarından uç uca birleştirilerek yeni bir dikdörtgen elde ediliyor. Buna göre elde edilen dikdörtgenin çevre uzunluğu kaç birim olur?

A) 6a + 22 **B)** 9a + 20 **C)** 6a + 11 **D)** 9a + 22

27. Mete, aşağıdaki şekilde verilen harf ve rakamlarla ilk hanesi harf, diğer iki hanesi rakam olacak biçimde üç haneli şifreler oluşturacaktır.

M	E	T
1	2	3
4	5	6

Oluşturulacak şifrelerdeki 2. rakam 1. rakamın bulunduğu kareye ortak kenarı olmayan karelerin birinden seçilecektir.

Örneğin ilk hane M harfi, 2. hane 2 seçilirse 3. hanedeki rakam 2'nin yazılı olduğu kareye ortak kenarı olmayan karelerdeki 4 veya 6 rakamından biri olabilir.

Mete verilen kurala göre oluşturduğu her bir şifreyi ayrı kartlara yazıp bir torbaya atıyor.

Bu torbadan rastgele bir kart seçildiğinde kartın üzerindeki şifrenin son iki rakamının bir tam kare sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{24}$ **B)** $\frac{1}{12}$ **C)** $\frac{1}{8}$ **D)** $\frac{1}{6}$

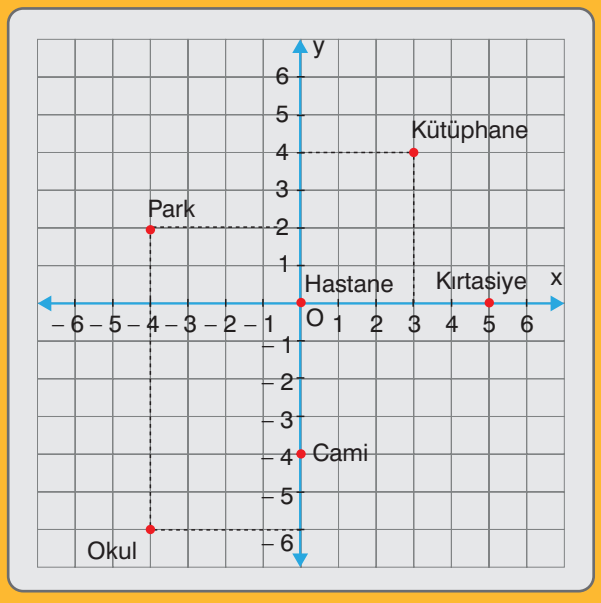
28. Ahmet, Ali'ye okuduğu kitabın kaç sayfalık bir kitap olduğunu sorduğunda Ali, Ahmet'e "Benim okuduğum kitaptan rastgele bir sayfa açtığında bu sayfa numarasının 3'ün pozitif tam sayı kuvveti olma olasılığı ile 4'ün pozitif tam sayı kuvveti olma olasılıkları eşittir. Aynı zamanda benim okuduğum kitap 100 sayfadan az, olabilecek en fazla sayfaya sahiptir." demiştir.

Buna göre Ali'nin kitabı kaç sayfadır?

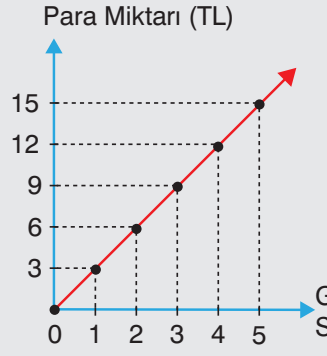
A) 28 **B)** 65 **C)** 80 **D)** 98

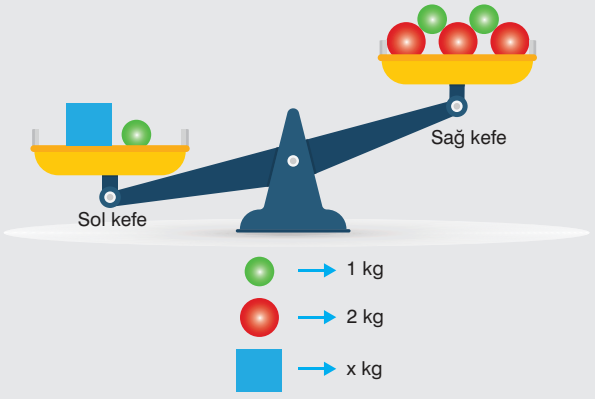
Ek Sorular

4. ÜNİTE



Grafik: Geçen Süre ile Para Miktarı Arasındaki Doğrusal İlişki





EBA İçeriği

- **Doğrusal Denklemler**
- **Eşitsizlikler**

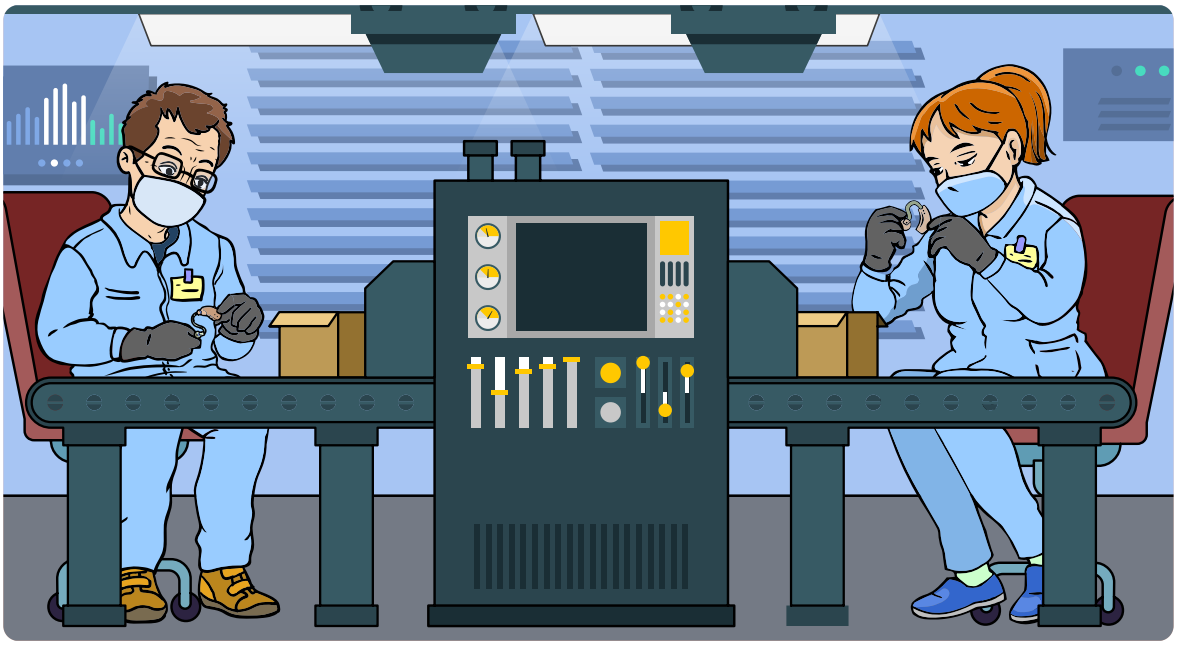
4. Ünite Tanıtımı

Terimler veya Kavramlar

bağımlı değişken, bağımsız değişken, doğrusal denklem, eğim, büyük veya eşit, küçük veya eşit, eşitsizlik

DOĞRUSAL DENKLEMLER

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler



Furkan Bey ile Esin Hanım görseldeki atölyede birlikte çalışmaktadır. Furkan Bey, Esin Hanım'ın ürettiği işitme cihazı sayısının 2 katının 20 eksiği kadar işitme cihazı üretmiştir. Furkan Bey, atölyede 24 adet işitme cihazı ürettiğine göre Esin Hanım'ın atölyede ürettiği işitme cihazı sayısı bulunurken nasıl bir yol izlenmelidir? Açıklayınız.

Hatırlatma

Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler çözülürken denklemdeki değişken (bilinmeyen), eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılır.

Örnek

$7x - 5 = 16$ denklemini çözerek x değerini bulunuz.

Çözüm

$$7x - 5 = 16$$

$7x - 5 + 5 = 16 + 5$ Eşitliğin her iki tarafına 5 ekleyelim.

$$7x = 21$$

$\frac{7x}{7} = \frac{21}{7}$ Eşitliğin her iki tarafını 7'ye bölelim.

$$x = 3$$

Örnek

$\frac{3}{2}x + 4 = 25$ denklemini çözerek x değerini bulunuz.

Çözüm

$$\frac{3}{2}x + 4 = 25$$

$\frac{3}{2}x + 4 - 4 = 25 - 4$ Eşitliğin her iki tarafından 4 çıkaralım.

$$\frac{3x}{2} = 21$$

$2 \cdot \frac{3x}{2} = 21 \cdot 2$ Eşitliğin her iki tarafını 2 ile çarpalım.

$$3x = 42$$

$\frac{3x}{3} = \frac{42}{3}$ Eşitliğin her iki tarafını 3'e bölelim.

$$x = 14$$

Örnek

Ayşe'nin yaşının 3 fazlasının $\frac{1}{5}$'i, yarısının 3 eksiğine eşittir. Buna göre Ayşe'nin yaşını bulunuz.

Çözüm

Ayşe'nin yaşı a olsun. Ayşe'nin yaşının 3 fazlasının $\frac{1}{5}$'i, $\frac{a+3}{5}$ olur.

Ayşe'nin yaşının yarısının 3 eksiği, $\frac{a}{2} - 3$ olur.

$\frac{a+3}{5}$ ile $\frac{a}{2} - 3$ cebirsel ifadelerini birbirine eşitleyerek birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem oluşturalım. Oluşturduğumuz denklemi çözelim.

$$\frac{a+3}{5} = \frac{a}{2} - 3$$

$\frac{a+3}{5} - \frac{a}{2} = \frac{a}{2} - 3 - \frac{a}{2}$ Eşitliğin her iki tarafından $\frac{a}{2}$ ifadesini çıkaralım.

$\frac{a+3}{5} - \frac{a}{2} = -3$ Eşitliğin sol tarafındaki ifadelerin paydalarını 10'da eşitleyelim.

(2) (5)

$$\frac{2 \cdot (a+3)}{10} - \frac{5a}{10} = -3$$

$$\frac{2a + 6 - 5a}{10} = -3$$

$$\frac{-3a + 6}{10} = -3$$

$10 \cdot \frac{(-3a+6)}{10} = -3 \cdot 10$ Eşitliğin her iki tarafını 10 ile çarpalım.

$-3a+6=-30$

$-3a+6-6=-30-6$ Eşitliğin her iki tarafından 6 çıkaralım.

$-3a=-36$

$\frac{-3a}{-3}=\frac{-36}{-3}$ Eşitliğin her iki tarafını – 3'e bölelim.

$a=12$

Ayşe 12 yaşındadır.

Örnek

$\frac{4}{5}\cdot(c-11)=8$ denklemini çözerek c değerini bulunuz.

Çözüm

$\frac{4}{5}\cdot(c-11)=8$

$\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot(c-11)=8\cdot\frac{5}{4}$ Eşitliğin her iki tarafını $\frac{5}{4}$ ile çarpalım.

$c-11=\frac{40}{4}$

$c-11=10$

$c-11+11=10+11$

$c=21$

Örnek

$\frac{x}{2}+8=\frac{x}{3}-5$ denklemini çözerek x değerini bulunuz.

Çözüm

$\frac{x}{2}+8=\frac{x}{3}-5$

$\frac{x}{2}+8-8=\frac{x}{3}-5-8$ Eşitliğin her iki tarafından 8 çıkaralım.

$\frac{x}{2}=\frac{x}{3}-13$

$\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=\frac{x}{3}-13-\frac{x}{3}$ Eşitliğin her iki tarafından $\frac{x}{3}$ ifadesini çıkaralım.

$\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=-13$ Eşitliğin sol tarafındaki ifadelerin paydalarını 6'da eşitleyelim.

(3) (2)

$\frac{3x}{6}-\frac{2x}{6}=-13$

$\frac{x}{6}=-13$

$6\cdot\frac{x}{6}=-13\cdot6$ Eşitliğin her iki tarafını 6 ile çarpalım.

$x=-78$

Örnek

$x - 4 = \frac{x}{6} + 21$ denklemini çözerek x değerini bulunuz.

Çözüm

$$x - 4 = \frac{x}{6} + 21$$

$x - 4 + 4 = \frac{x}{6} + 21 + 4$ Eşitliğin her iki tarafına 4 ekleyelim.

$$x = \frac{x}{6} + 25$$

$x - \frac{x}{6} = \frac{x}{6} + 25 - \frac{x}{6}$ Eşitliğin her iki tarafından $\frac{x}{6}$ ifadesini çıkaralım.

$$x - \frac{x}{6} = 25$$

$\frac{x}{\underset{(6)}{1}} - \frac{x}{\underset{(1)}{6}} = 25$ Eşitliğin sol tarafındaki x'in paydasına 1 yazalım ve ifadelerin paydalarını 6'da eşitleyelim.

$$\frac{6x}{6} - \frac{1x}{6} = 25$$

$$\frac{5x}{6} = 25$$

$\frac{6}{5} \cdot \frac{5x}{6} = 25 \cdot \frac{6}{5}$ Eşitliğin her iki tarafını $\frac{6}{5}$ ile çarpalım.

$$x = \frac{150}{5}$$

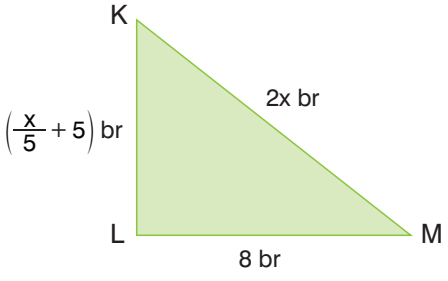
$$x = 30$$

Örnek

Yandaki KLM üçgeninde $|KL| = \left(\frac{x}{5} + 5\right)$ br,

$|KM| = 2x$ br ve $|LM| = 8$ br'dir.

KLM üçgeninin çevre uzunluğu 24 br olduğuna göre x değerini bulunuz.



Çözüm

KLM üçgeninin çevre uzunluğu, kenar uzunluklarının toplamına eşittir. Buna göre KLM üçgeninin kenar uzunluklarının toplamını 24'e eşitleyelim.

$\frac{x}{5}+5+2x+8=24$

$\frac{x}{5}+2x+13=24$

$\frac{x}{5}+2x+13-13=24-13$ Eşitliğin her iki tarafından 13 çıkaralım.

$\frac{x}{5}+\frac{2x}{1}=11$ Eşitliğin sol tarafındaki 2x in paydasına 1 yazalım ve ifadelerin paydalarını 5'te eşitleyelim.

(1) (5)

$\frac{1x}{5}+\frac{10x}{5}=11$

$\frac{11x}{5}=11$

$\frac{5}{11}\cdot\frac{11x}{5}=11\cdot\frac{5}{11}$ Eşitliğin her iki tarafını $\frac{5}{11}$ ile çarpalım.

$x=\frac{55}{11}=5$

Örnek

Mert

Melis

Melis'in bir hafta boyunca çözdüğü soru sayısının 5 fazlasının yarısının 3 eksiği kadar soru çözmüştür. Bir hafta boyunca Mert 50 soru çözdüğüne göre Melis'in çözdüğü soru sayısını bulunuz.

Çözüm

1 hafta boyunca Melis'in çözdüğü soru sayısı x olsun. x'in 5 fazlasının yarısının 3 eksiği, $\frac{x+5}{2}-3$ olur. $\frac{x+5}{2}-3$ ifadesini Mert'in çözdüğü soru sayısı olan 50'ye eşitleyerek birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem oluşturalım. Oluşturduğumuz denklemi çözelim.

$\frac{x+5}{2}-3=50$

$\frac{x+5}{2}-3+3=50+3$ Eşitliğin her iki tarafına 3 ekleyelim.

$\frac{x+5}{2}=53$

$2\cdot\left(\frac{x+5}{2}\right)=53\cdot 2$ Eşitliğin her iki tarafını 2 ile çarpalım.

$x+5=106$

$x+5-5=106-5$ Eşitliğin her iki tarafından 5 çıkaralım.

$x=101$

Melis bir hafta boyunca 101 soru çözmüştür.

Alıştırmalar

1. Aşağıdaki birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözerek denklemlerdeki x değerlerini bulunuz.

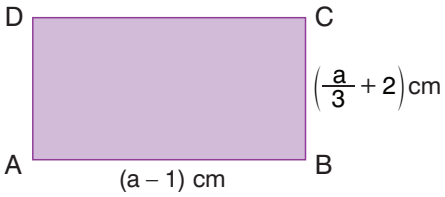
a) $\frac{2x}{3}+\frac{x}{5}=39$ **b)** $\frac{x-3}{2}+7=47$ **c)** $\frac{3x-7}{2}=\frac{x}{3}$

ç) $\frac{11x}{4}=88$ **d)** $2\cdot(x-7)=x+6$ **e)** $\frac{9x-6}{5}=6$

2. Yandaki tabloda, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler verilmiştir. Denklemleri çözerek tablodaki renkli bölgelere x değerini yazınız.

Denklemler	Denklemlerdeki x Değeri
$\frac{x}{7}+3=\frac{x}{14}+8$	
$\frac{x-5}{3}=17$	
$x-1=\frac{2x}{3}+6$	
$3x-7=x+4$	

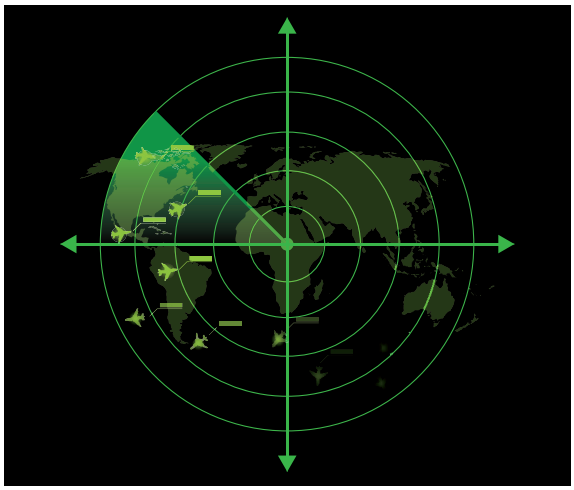
3. Yandaki ABCD dikdörtgeninde $|AB|=(a-1)$ cm ve $|BC|=\left(\frac{a}{3}+2\right)$ cm'dir. ABCD dikdörtgeninin çevre uzunluğu 26 cm olduğuna göre $|CD|$ kaç cm'dir?



4. Avukat Esma Hanım'ın aldığı dava için çalıştığı sürenin çeyreğinin 13 dakika fazlası 113 dakikadır. Buna göre Esma Hanım aldığı dava için kaç dakika çalışmıştır?

Koordinat Sistemi

Dünyadaki tüm uçuşlar ve uçuş hareketleri, günümüzde uçak radarı ile takip edilebilir. Radar dalgaları; hava aracılığı ile güzergâhlarında uçak, helikopter ya da gökyüzündeki diğer benzeri nesnelere çarpar ve bu nesnelerden geri seker. Bu durumda dalga verici ile çarpılan nesne arasındaki mesafe ölçülebilir ve nesnelerin konumları belirlenebilir. Sizce bir nesnenin konumu uçak radarı ile nasıl belirlenebilir? Açıklayınız.



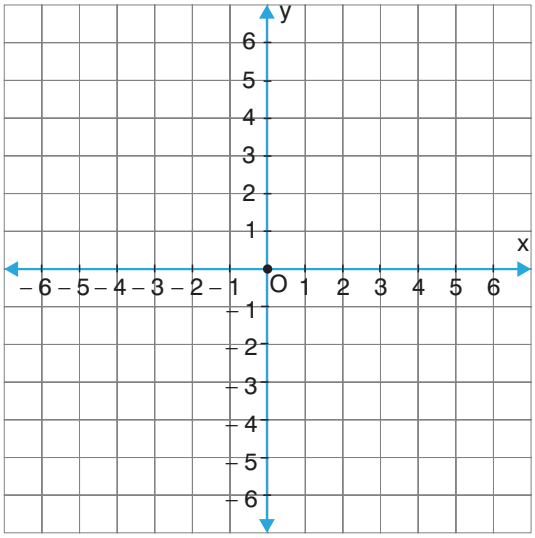
Bilgi Kutusu

Koordinat sistemi, bir yatay ve bir dikey sayı doğrusunun 0 (sıfır) noktasında yandaki gibi kesişmesiyle oluşan bir sistemdir.

Sayı doğrularının kesiştiği yandaki 0 noktasına **başlangıç noktası** ya da **orijin** adı verilir. Orijin O(0, 0) ile gösterilir.

Koordinat sistemindeki yatay eksene **x ekseni**, dikey eksene **y ekseni** adı verilir.

Koordinat sistemindeki noktalar büyük harfle ve sıralı ikililer biçiminde gösterilir. (x, y) sıralı ikilisindeki x'e **birinci bileşen**, y'ye ise **ikinci bileşen** adı verilir.

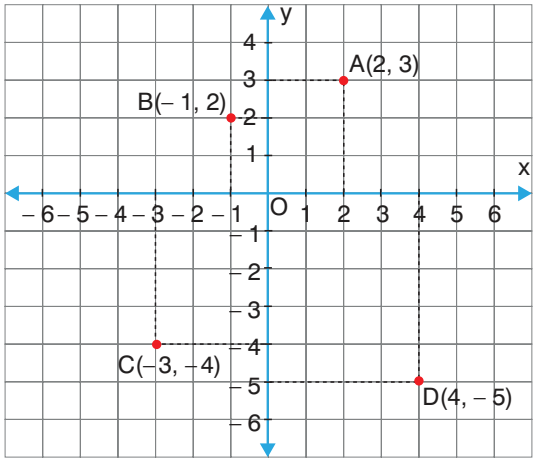


Örnek

A(2, 3), B(−1, 2), C(−3, −4) ve D(4, −5) noktalarını koordinat sisteminde gösteriniz.

Çözüm

A(2, 3), B(−1, 2), C(−3, −4) ve D(4, −5) noktaları, koordinat sisteminde yandaki gibi gösterilebilir.

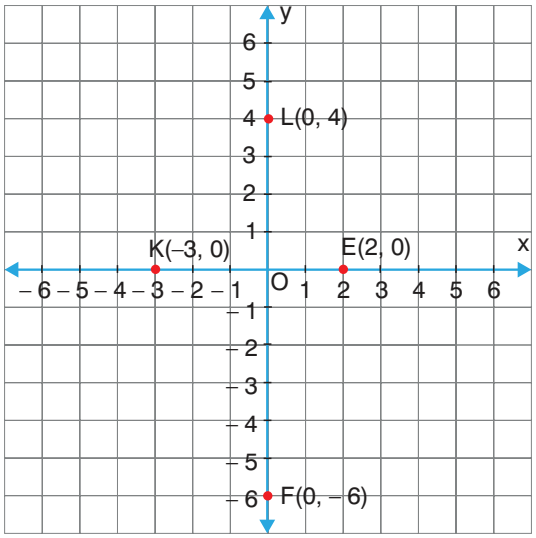


Örnek

E(2, 0), F(0, −6), K(−3, 0) ve L(0, 4) noktalarını koordinat sisteminde gösteriniz.

Çözüm

E(2, 0), F(0, −6), K(−3, 0) ve L(0, 4) noktaları, koordinat sisteminde yandaki gibi gösterilebilir.

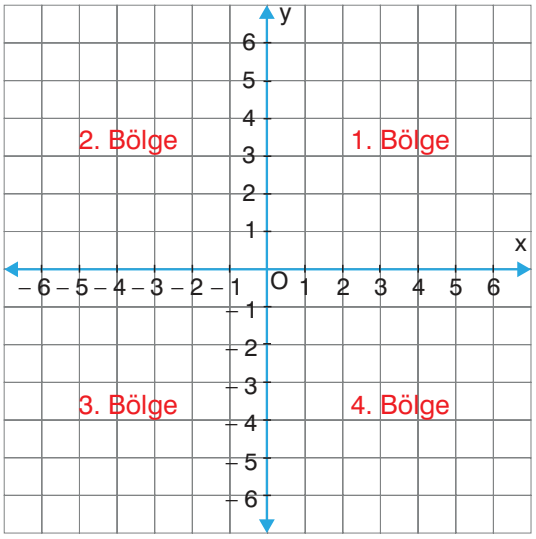


Bilgi Kutusu

Koordinat sistemi, içinde bulunduğu düzlemi dört bölgeye ayırır. Koordinat sisteminin düzlemde ayırdığı bölgeler yanda verilmiştir.

Bir nokta

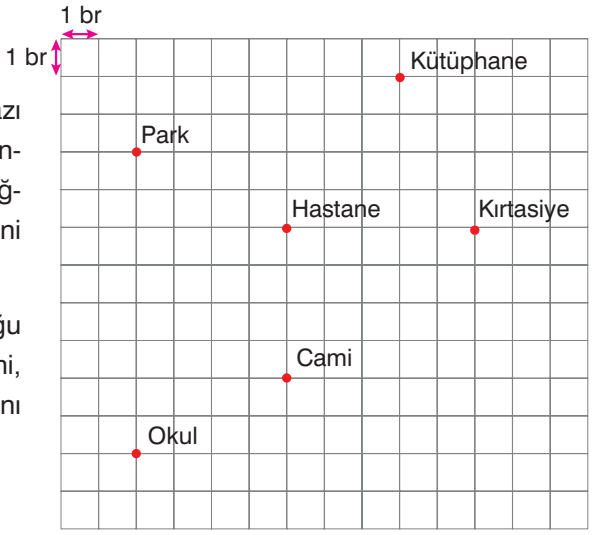
- 1. bölgede ise noktanın x ve y koordinatları pozitif,
- 2. bölgede ise noktanın x koordinatı negatif, y koordinatı pozitif,
- 3. bölgede ise noktanın x ve y koordinatları negatif,
- 4. bölgede ise noktanın x koordinatı pozitif, y koordinatı negatiftir.
- x koordinatı 0 olan ve y koordinatı 0 olmayan nokta y ekseni üzerindedir.
- y koordinatı 0 olan ve x koordinatı 0 olmayan nokta x ekseni üzerindedir.



Örnek

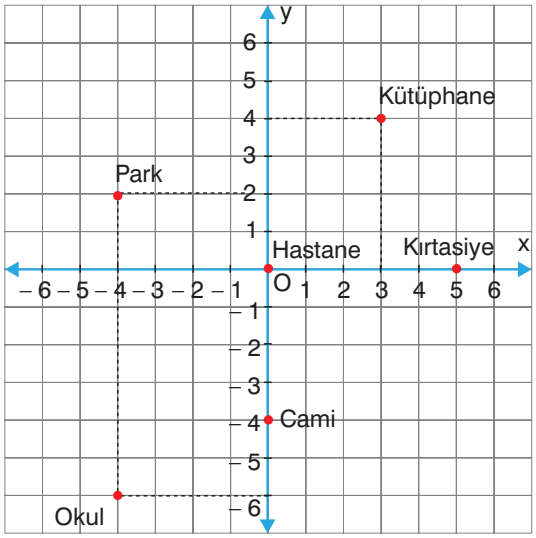
Yandaki kareli kâğıtta bir yerleşim bölgesindeki bazı yerlerin konumları belirtilmiştir. Kareli kâğıtta orijinde hastane olmak üzere yatay ve dikey sayı doğrularının kesişmesi ile oluşan koordinat sistemini çiziniz.

Kareli kâğıttaki her bir birim karenin kenar uzunluğu 1 birim olmak üzere koordinat sistemindeki cami, kütüphane, park, okul ve kırtasiyenin koordinatlarını belirtiniz.

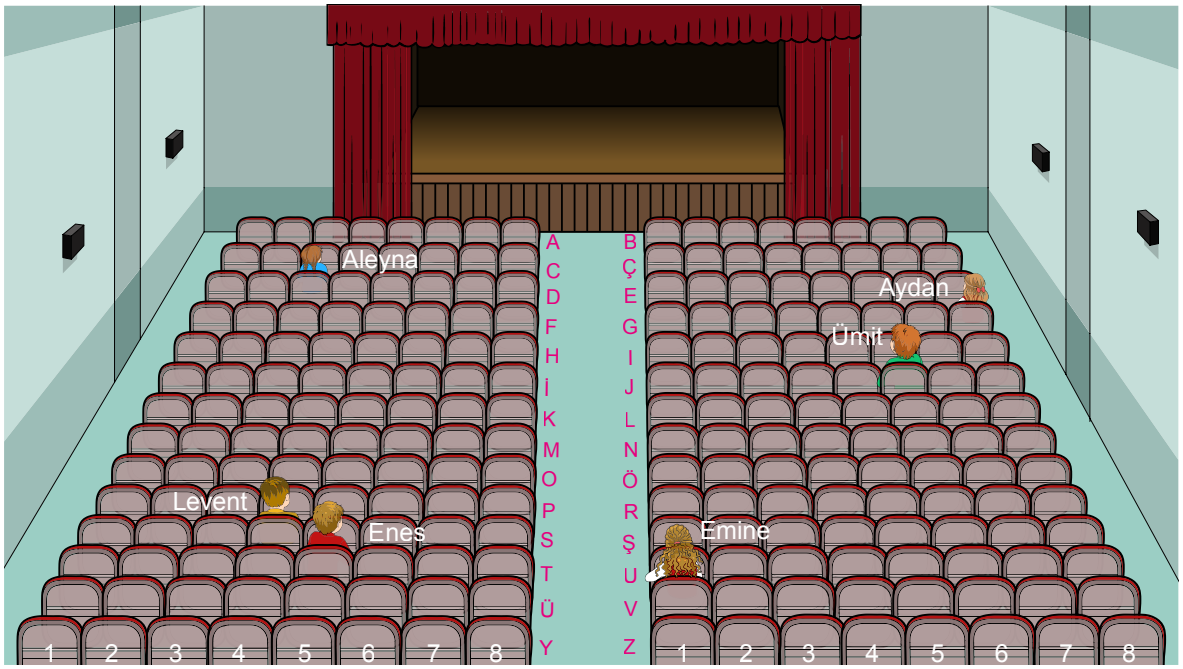


Çözüm

Kareli kâğıttaki hastanenin konumu O(0, 0) yani orijin olmak üzere yandaki gibi bir koordinat sistemi çizilebilir. Çizdiğimiz koordinat sistemine göre hastanenin koordinatları (0, 0), caminin koordinatları (0, −4), kütüphanenin koordinatları (3, 4), parkın koordinatları (−4, 2), okulun koordinatları (−4, −6) ve kırtasiyenin koordinatları (5, 0) olur.



Örnek



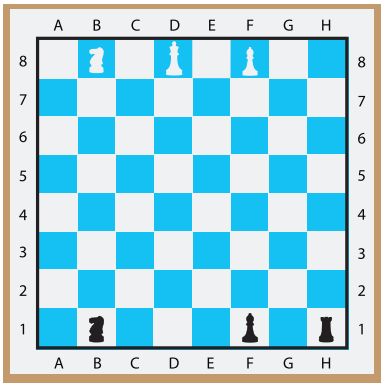
Yukarıda bir tiyatro salonunun harf ve rakamlar kullanılarak oluşturulan koltuk düzeni verilmiştir. Görselden hareketle Aleyna, Aydan, Emine, Enes, Levent ve Ümit'in oturduğu koltukları belirten numaraları yazınız.

Çözüm

Görseldeki tiyatro salonuna göre Aleyna D3, Aydan G8, Emine V1, Enes T5, Levent S4 ve Ümit J6 numaralı koltukta oturmaktadır.

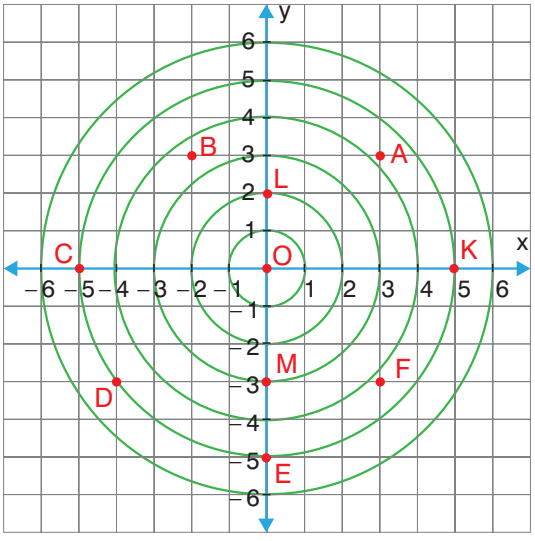
Alıştırmalar

1. Yandaki satranç tahtası görselinde bulunan beyaz at, şah ve fil ile siyah at, fil ve kalenin konumlarını belirtiniz.



2. Kareli alana bir koordinat sistemi çiziniz. Çizdiğiniz koordinat sisteminde A(−2, 5), B(−4, −1), C(2, 3), D(1, −6), E(6, 0), F(−3, 0), K(0, 5) ve L(0, −2) noktalarını gösteriniz. A, B, C ve D noktalarının koordinat sisteminde bulundukları bölgeleri belirleyiniz.

3. Bir radarda tespit edilen araçlar, yandaki koordinat sisteminde kırmızı renkli harflerle gösterilmiştir. Buna göre radarda tespit edilen araçların koordinatlarını belirtiniz.



Aralarında Doğrusal İlişki Bulunan Değişkenler

Jale Hanım, çalıştığı hastanede bir gün boyunca 20 hastayı, iki gün boyunca toplam 40 hastayı, üç gün boyunca 60 hastayı, dört gün boyunca 80 hastayı, beş gün boyunca 100 hastayı muayene ediyor. Buna göre geçen gün sayısı ile Jale Hanım'ın muayene ettiği hasta sayısı arasındaki ilişki nasıl belirlenir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Bir cebirsel ifadedeki a değişkeninin değeri, b değişkeninin değerine göre değişiyorsa

- b değişkenine **bağımsız değişken**,
- a değişkenine **bağımlı değişken** adı verilir.

Örnek

x ile y değişkenlerinin arasında doğrusal ilişki bulunmaktadır. y değişkeni, x değişkeninin 2 katından 5 fazladır. Buna göre y değişkeninin x değişkenine göre değişimini tablo ve denklem ile ifade ediniz. Denklemdeki bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirleyiniz.

Çözüm

x değişkenine bazı değerler vererek y değişkeninin değerlerini bulalım.

$x = 0$ için $y = 2 \cdot 0 + 5 = 5$ olur.

$x = 1$ için $y = 2 \cdot 1 + 5 = 7$ olur.

$x = 2$ için $y = 2 \cdot 2 + 5 = 9$ olur.

$x = 3$ için $y = 2 \cdot 3 + 5 = 11$ olur.

⋮ ⋮

$x = x$ için $y = 2x + 5$ olur.

Tablo: Aralarında Doğrusal İlişki Bulunan x ile y Değerleri

x Değeri	x ile y Değerlerinin Arasındaki Doğrusal İlişki	y Değeri
0	$2 \cdot 0 + 5$	5
1	$2 \cdot 1 + 5$	7
2	$2 \cdot 2 + 5$	9
3	$2 \cdot 3 + 5$	11
⋮	⋮	⋮
x	$2 \cdot x + 5$	$y = 2x + 5$

x değişkenine verdiğimiz değerleri kullanarak oluşturduğumuz tabloya göre y ile x arasındaki doğrusal ilişki, $y = 2x + 5$ denklemi ile ifade edilir. Denklemdeki y değişkeninin değeri, x değişkeninin aldığı değere göre değişmektedir. Buna göre y bağımlı değişken, x bağımsız değişkendir.

Örnek

Seçil, her gün 50 sayfa kitap okumaktadır. Seçil'in geçen günlere göre okuduğu toplam sayfa sayılarını tablo ve denklem ile ifade ediniz. Denklemdeki bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirleyiniz.

Çözüm

Seçil,

Birinci gün : 50 sayfa,

İkinci gün toplam : $2 \cdot 50 = 100$ sayfa,

Üçüncü gün toplam : $3 \cdot 50 = 150$ sayfa,

Dördüncü gün toplam : $4 \cdot 50 = 200$ sayfa,

Beşinci gün toplam : $5 \cdot 50 = 250$ sayfa kitap okur.

Geçen gün sayısı ile Seçil'in okuduğu toplam sayfa sayısı arasındaki doğrusal ilişki, yandaki gibi bir tabloda gösterilebilir.

Tabloya göre geçen gün sayısı (x) ile Seçil'in okuduğu toplam sayfa sayısı (y) arasındaki doğrusal ilişki, $y = 50x$ denklemi ile ifade edilir. Seçil'in okuduğu toplam sayfa sayısı, geçen gün sayısına göre değiştiğinden geçen gün sayısı (x) bağımsız değişken, Seçil'in okuduğu toplam sayfa sayısı (y) bağımlı değişkendir.

Tablo: Geçen Gün Sayısı ile Seçil'in Okuduğu Toplam Sayfa Sayısı Arasındaki Doğrusal İlişki

Geçen Gün Sayısı	Geçen Gün Sayısı ile Okunan Toplam Sayfa Sayısı Arasındaki Doğrusal İlişki	Okunan Toplam Sayfa Sayısı
0	$0 \cdot 50$	0
1	$1 \cdot 50$	50
2	$2 \cdot 50$	100
3	$3 \cdot 50$	150
4	$4 \cdot 50$	200
5	$5 \cdot 50$	250
⋮	⋮	⋮
x	$x \cdot 50$	$y = 50x$

Örnek

a değişkeni, b değişkeninin 10 fazlasının 3 katıdır. Buna göre b ile a değişkenlerinin arasındaki doğrusal ilişkiyi tablo ve denklem ile ifade ediniz. b ile a değişkenlerini sıralı ikili biçiminde yazınız. Bağımlı ve bağımsız değişkenleri belirleyiniz.

Çözüm

b değişkenine bazı değerler vererek a değişkeninin değerlerini bulalım.

$b = 0$ için $a = (0 + 10) \cdot 3 = 30$ olur.

$b = 1$ için $a = (1 + 10) \cdot 3 = 33$ olur.

$b = 2$ için $a = (2 + 10) \cdot 3 = 36$ olur.

$b = 3$ için $a = (3 + 10) \cdot 3 = 39$ olur.

$b = 4$ için $a = (4 + 10) \cdot 3 = 42$ olur.

$b = 5$ için $a = (5 + 10) \cdot 3 = 45$ olur.

$b = 6$ için $a = (6 + 10) \cdot 3 = 48$ olur.

$b = 7$ için $a = (7 + 10) \cdot 3 = 51$ olur.

Tablo: b ile a Değişkenlerinin Arasındaki Doğrusal İlişki

b Değişkeni	b ile a Değişkenleri Arasındaki İlişki	a Değişkeni	(b, a) Sıralı İkilisi
0	$(0 + 10) \cdot 3$	30	(0, 30)
1	$(1 + 10) \cdot 3$	33	(1, 33)
2	$(2 + 10) \cdot 3$	36	(2, 36)
3	$(3 + 10) \cdot 3$	39	(3, 39)
4	$(4 + 10) \cdot 3$	42	(4, 42)
5	$(5 + 10) \cdot 3$	45	(5, 45)
6	$(6 + 10) \cdot 3$	48	(6, 48)
7	$(7 + 10) \cdot 3$	51	(7, 51)
⋮	⋮	⋮	⋮
b	$(b + 10) \cdot 3$	a	$(b, (b + 10) \cdot 3)$

b ile a değişkenlerinin arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten tabloyu yukarıdaki gibi oluşturalım. Tabloya göre b ile a değişkenlerinin arasındaki doğrusal ilişki, $a = (b + 10) \cdot 3$ denklemi ile ifade edilir. a değişkeninin değeri, b değişkeninin aldığı değere göre değiştiği için b bağımsız değişken, a bağımlı değişkendir.

Örnek

Tablo: x ile y Değişkenlerinin Arasındaki Doğrusal İlişki

x Değişkeni	x ile y Değişkenlerinin Arasındaki Doğrusal İlişki	y Değişkeni	(x, y) Sıralı İkilisi
5	$-3 \cdot 5$	-15	$(5, -15)$
7	$-3 \cdot 7$	-21	$(7, -21)$
8	$-3 \cdot 8$	-24	$(8, -24)$
10	$-3 \cdot 10$	-30	$(10, -30)$
12	$-3 \cdot 12$	-36	$(12, -36)$
15	$-3 \cdot 15$	-45	$(15, -45)$

Yukarıdaki tabloda x ile y değişkenlerinin arasındaki doğrusal ilişki gösterilmiştir. Tabloya göre x ile y değişkenlerinin arasındaki doğrusal ilişkiyi denklem ile ifade ediniz. Bağımsız ve bağımlı değişkenleri belirleyiniz.

Çözüm

Tabloya göre x değişkenine verilen değer -3 ile çarpılarak y değişkeninin değeri bulunuyor. Buna göre x ile y değişkenlerinin arasındaki doğrusal ilişki, $y = -3x$ denklemi ile ifade edilir. Denklemdeki x bağımsız değişken, y bağımlı değişkendir.

Alıştırmalar

1. Aralarında doğrusal ilişki bulunan c değişkeni, d değişkeninin – 5 katının 12 fazlasıdır. Buna göre c ile d değişkenlerinin arasındaki doğrusal ilişkiyi tablo ve denklem ile ifade ediniz. Bağımsız değişkeni ve bağımlı değişkeni belirleyiniz.

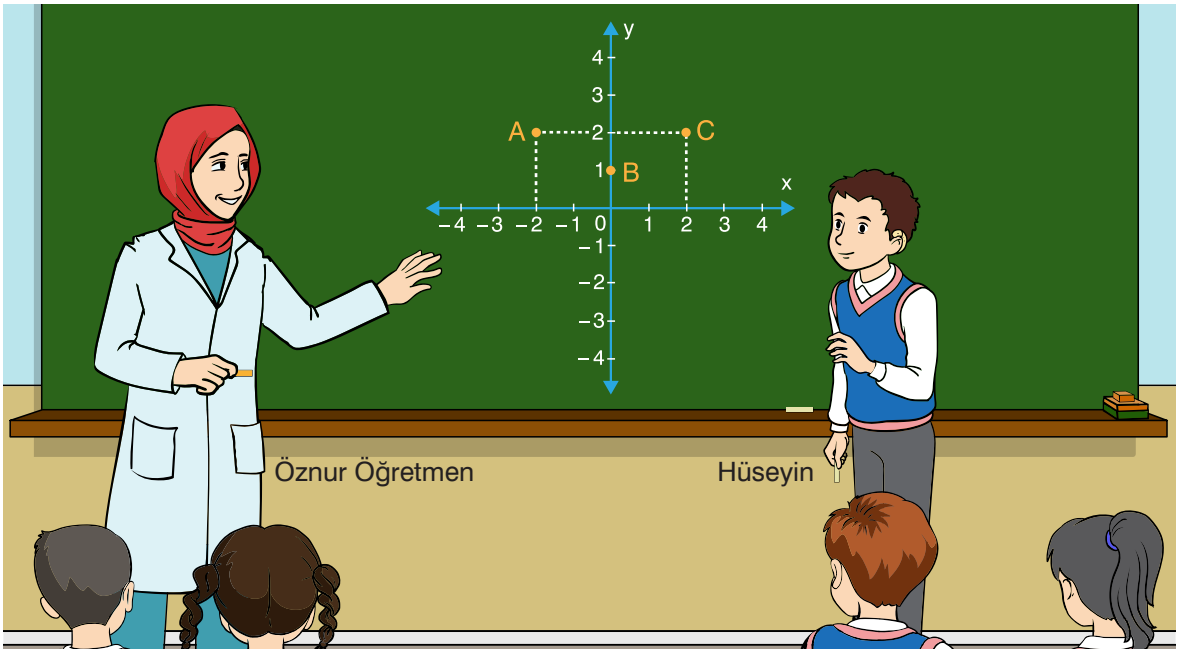
2. Bir araç, sabit hızla saatte 90 km yol gidiyor. Geçen süre (saat) ile aracın sabit hızla gittiği yolun uzunluğu (km) arasındaki doğrusal ilişkiyi tablo ve denklem ile ifade ediniz. Bağımsız değişkeni ve bağımlı değişkeni belirleyiniz.

3. Yandaki tabloda aralarında doğrusal ilişki bulunan x ile y değişkenleri verilmiştir. Tabloya göre x ile y değişkenlerinin arasındaki doğrusal ilişkiyi denklem ile ifade ediniz. Bağımsız ve bağımlı değişkeni belirtiniz.

Tablo: Aralarında Doğrusal İlişki Bulunan x ile y Değişkenleri

x Değişkeni	y Değişkeni	(x, y) Sıralı İkilisi
0	1	(0, 1)
1	4	(1, 4)
2	7	(2, 7)
3	10	(3, 10)
4	13	(4, 13)
5	16	(5, 16)

Doğrusal Denklemlerin Grafiği



Öznur Öğretmen, tahtaya bir koordinat sistemi çizmiş ve koordinat sisteminde A, B ve C noktalarını görseldeki gibi göstermiştir. Öznur Öğretmen, Hüseyin'e "Koordinat sistemindeki A, B ve C noktalarını birleştirerek bir doğru elde edebilir misin? Elde edemezsen B noktasında nasıl bir değişiklik yapman gerekir?" sorusunu sormuştur.

Hüseyin, Öznur Öğretmen'e nasıl bir cevap vermelidir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

x bağımsız değişken ve y bağımlı değişken olmak üzere bu değişkenler ile oluşturulan doğrusal denklemin belirttiği doğrunun grafiği çizilirken

- Önce denklemdeki x veya y değişkenlerine bazı değerler verilerek buna karşılık y veya x değişkenlerinin değerleri belirlenir ve en az iki tane sıralı ikili yazılır.
- Sonra yazılan sıralı ikililer, koordinat sisteminde işaretlenir.
- Son olarak işaretlenen noktalardan geçen bir doğru çizilir.

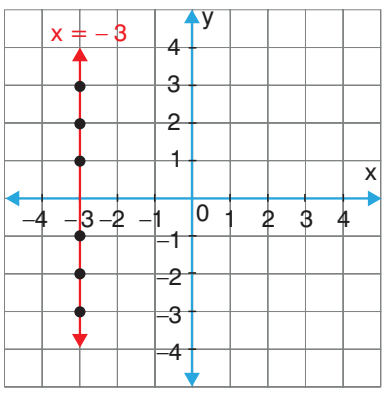
Örnek

Doğrusal denklemleri $x = -3$ ve $y = 2$ olan doğruların grafiğini koordinat sisteminde çiziniz.

Çözüm

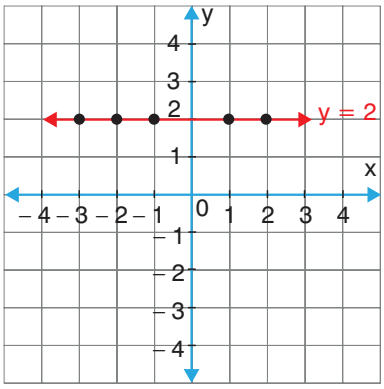
x koordinatı –3 olan noktalar birleştirilerek yandaki gibi $x = -3$ doğrusunun grafiği çizilebilir.

$x = -3$ doğrusunun grafiği y eksenine paraleldir.



y koordinatı 2 olan noktalar birleştirilerek yandaki gibi $y = 2$ doğrusunun grafiği çizilebilir.

$y = 2$ doğrusunun grafiği x eksenine paraleldir.



Bilgi Kutusu

a ve b sıfırdan farklı gerçek sayılar olmak üzere

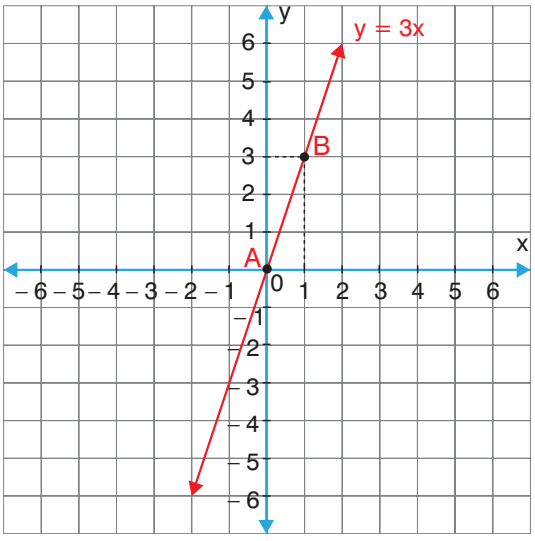
- Denklemi $x = a$ olan doğru, x eksenini a noktasında keser ve y eksenine paraleldir.
- Denklemi $y = b$ olan doğru, y eksenini b noktasında keser ve x eksenine paraleldir.

Örnek

Doğrusal denklemleri $y = 3x$ ve $y = -\frac{1}{2}x$ olan doğruların grafiğini koordinat sisteminde çiziniz.

Çözüm

- Denklemi $y = 3x$ olan doğrunun grafiği çizilirken önce x'e en az iki farklı değer verilerek bu değerlere karşılık gelen y değerleri bulunur. Bulunan değerlere göre en az iki adet sıralı ikili oluşturulur. Sonra oluşturulan sıralı ikililer koordinat sisteminde işaretlenir. Son olarak işaretlenen noktalardan geçen bir doğru çizilir.



$y = 3x$ denkleminde x yerine 0 ve 1 değerlerini ayrı ayrı yazalım.

$x = 0$ için $y = 3 \cdot 0 = 0 = 0$ bulunur.

A(0, 0)

$x = 1$ için $y = 3 \cdot 1 = 3$ bulunur.

B(1, 3)

Belirlenen sıralı ikililere ve A ile B noktalarına göre $y = 3x$ doğrusunun grafiği yukarıdaki gibi çizilir. $y = 3x$ doğrusunun grafiği orijinden geçer.

- Denklemi $y = -\frac{1}{2}x$ olan doğrunun grafiğini çizelim.

  $x = 0$ için $y = -\frac{1}{2} \cdot 0 = 0$ bulunur.

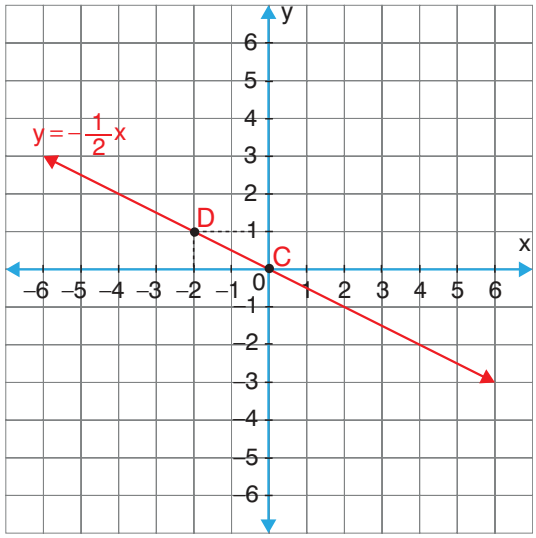
  C(0, 0)

  $x = -2$ için $y = -\frac{1}{2} \cdot (-2) = 1$ bulunur.

  D(−2, 1)

  Belirlenen sıralı ikililere ve C ile D noktalarına göre $y = -\frac{1}{2}x$ doğrusunun grafiği yandaki gibi çizilir.

  $y = -\frac{1}{2}x$ doğrusunun grafiği orijinden geçer.



Bilgi Kutusu

a bir gerçek sayı olmak üzere denklemi $y = ax$ olan bir doğru orijinden geçer.

Örnek

Doğrusal denklemleri $y = 2x - 6$ ve $y = -3x + 3$ olan doğruların grafiğini koordinat sisteminde çiziniz.

Çözüm

- Denklemi $y = 2x - 6$ olan doğrunun grafiği çizilirken önce x e, 0 değerini verelim ve bu değere karşılık gelen y değerini bulalım. Sonra y ye 0 değerini verelim ve bu değere karşılık gelen x değerini bulalım. Bulduğumuz değerlere göre iki farklı sıralı ikili oluşturalım. Oluşturduğumuz sıralı ikilileri koordinat sisteminde işaretleyelim. İşaretlediğimiz noktalardan geçen doğruyu çizelim.

  $y = 2x - 6$ denkleminde x yerine 0 yazalım.

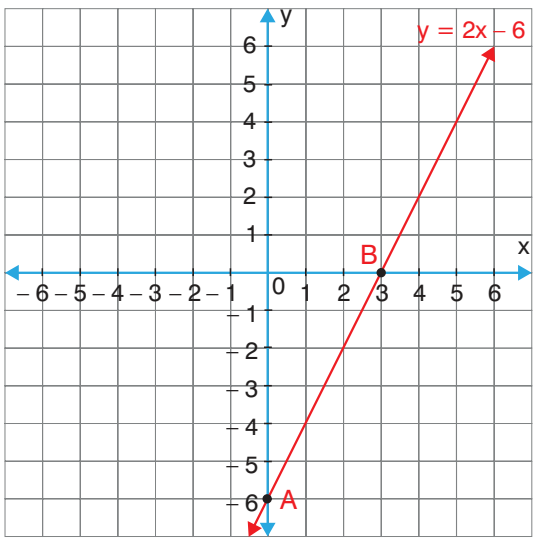
  $x = 0$ için; $y = 2 \cdot 0 - 6 = -6$ olur.

  A(0, − 6)

  $y = 2x - 6$ denkleminde y yerine 0 yazalım.

  $0 = 2x - 6 \rightarrow 6 = 2x \rightarrow 3 = x$

  B(3, 0)



Denklemi $y = 2x - 6$ olan doğrunun grafiği yukarıdaki gibi çizilir. $y = 2x - 6$ doğrusunun grafiği; x eksenini B(3, 0), y eksenini A(0, − 6) noktasında keser.

- Denklemi $y = -3x + 3$ olan doğrunun grafiğini çizelim.

  $x = 0$ için $y = -3 \cdot 0 + 3 = 3$ olur.

  $C(0, 3)$

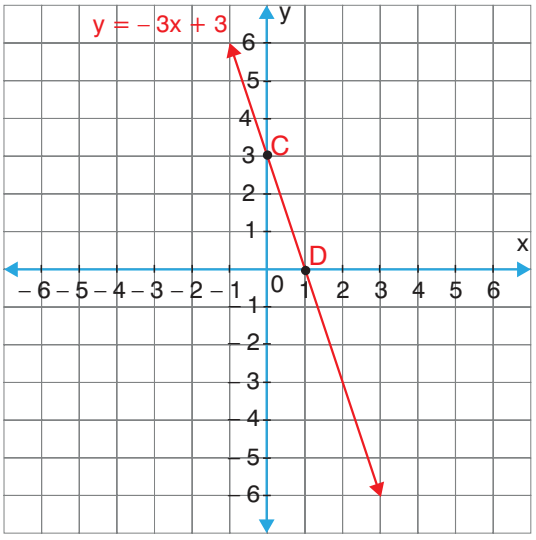
  $y = 0$ için $0 = -3x + 3$

  $+3x + 0 = -3x + 3 + 3x$

  $3x = 3$

  $\frac{3x}{3} = \frac{3}{3} \rightarrow x = 1$ olur. $D(1, 0)$

  Denklemi $y = -3x + 3$ olan doğrunun grafiği yandaki gibi çizilir. $y = -3x + 3$ doğrusunun grafiği; x eksenini D(1, 0), y eksenini C(0, 3) noktasında keser.



Bilgi Kutusu

a ve b, sıfırdan farklı gerçek sayılar olmak üzere denklemi $y = ax + b$ biçiminde olan doğrunun grafiği orijinden geçmez. Denklemi $y = ax + b$ biçiminde olan doğrunun grafiği; x eksenini $A\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$, y eksenini $B(0, b)$ noktasında keser.

Örnek

Doğrusal denklemi $2x - 5y = 10$ olan doğrunun grafiğini koordinat sisteminde çiziniz.

Etkileşimli içerik

Çözüm

Önce denklemdeki x e 0 değerini vererek bu değere karşılık gelen y değerini, sonra y ye 0 değerini vererek bu değere karşılık gelen x değerini bulalım ve sıralı ikililer oluşturalım.

$x = 0$ için $2 \cdot 0 - 5y = 10 \rightarrow -\frac{10}{5} = \frac{5y}{5} \rightarrow -2 = y$ olur.

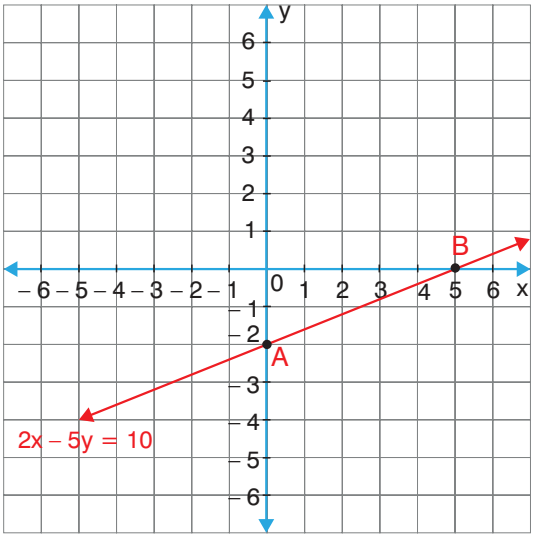
$A(0, -2)$

$y = 0$ için $2x - 5 \cdot 0 = 10 \rightarrow 2x = 10$

$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$

$x = 5$ olur.

$B(5, 0)$



Şimdi, $A(0, -2)$ ve $B(5, 0)$ noktalarını koordinat sisteminde işaretleyelim. İşaretlediğimiz noktalardan geçen doğruyu yandaki gibi çizelim.

$2x - 5y = 10$ doğrusunun grafiği orijinden geçmez. x eksenini $B(5, 0)$, y eksenini $A(0, -2)$ noktasında keser.

Alıştırmalar

1. Aşağıda denklemleri verilen doğruların grafiklerini koordinat sisteminde çiziniz. Doğru grafiklerinin eksenlere paralel olup olmadığını belirleyiniz.

a) $x = -1$ **b)** $x = 3$ **c)** $y = -2$ **ç)** $y = 4$

2. Aşağıda denklemleri verilen doğruların grafiklerini koordinat sisteminde çiziniz. Doğru grafiklerinin orijinden geçip geçmediğini belirleyiniz.

a) $y = -2x$ **b)** $y = \frac{-x}{5}$ **c)** $y = \frac{x}{3}$ **ç)** $y = x$

3. Aşağıda denklemleri verilen doğruların grafiklerini koordinat sisteminde çiziniz. Doğru grafiklerinin eksenleri kestiği noktaları belirleyiniz.

a) $y = -2x + 4$ **b)** $y = 5x + 5$ **c)** $3x + 4y = 12$ **ç)** $2x - y = 4$

Doğrusal İlişki İçeren Gerçek Hayat Durumları

Yukarıdaki fener görselinde olduğu gibi ışık, çevremizdeki nesnelerden daha hızlı hareket eder. Işığın bir saniyede gittiği mesafe 300 000 km'dir. Buna göre geçen süre ile ışığın gittiği mesafe arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

Örnek

Bahar'ın üye olduğu yayınevinin çıkardığı derginin yıllık üyelik ücreti 50 TL'dir. Bahar, üye olduğu yayınevinin çıkardığı herhangi bir dergiyi yıl içinde almak istediğinde üyelik ücreti dışında bir ücret ödememektedir. Buna göre bir yıl boyunca Bahar'ın üye olduğu yayınevinden aldığı dergi sayısı ile yayınevine ödediği ücret arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten bir tablo ile grafik oluşturunuz ve denklemi yazınız. Oluşturduğunuz tablo ile grafiği yorumlayınız.

Çözüm

Bahar, yayınevinden bir yıl boyunca kaç tane dergi alırsa alsın üyelik ücreti olan 50 TL dışında bir ücret ödememektedir. Buna göre Bahar'ın yayınevinden aldığı dergi sayısı ile yayınevine ödediği ücret arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten aşağıdaki tablo oluşturulabilir.

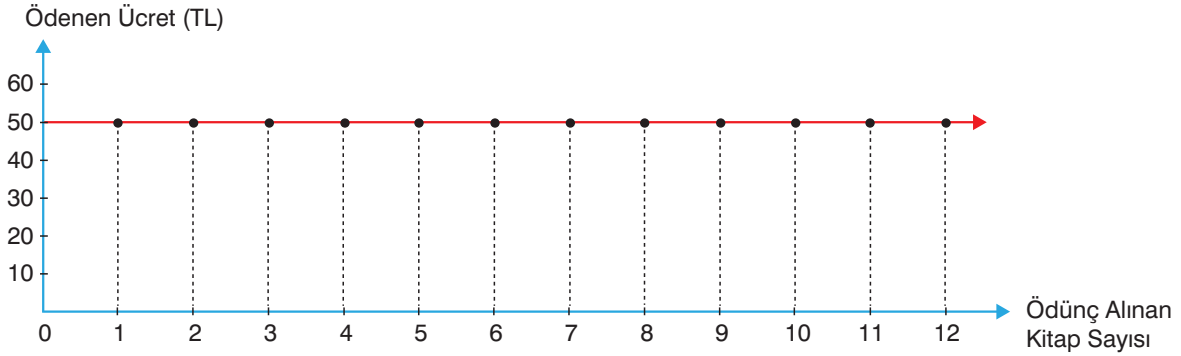
Tablo: Bahar'ın Yayınevinden Aldığı Dergi Sayısı ile Yayınevine Ödediği Ücret Arasındaki Doğrusal İlişki

Alınan Dergi Sayısı	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ödenen Ücret (TL)	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50

Tabloya göre Bahar'ın yayınevinden aldığı dergi sayısı değişmesine rağmen yayınevine ödediği ücret değişmemektedir. Öyleyse Bahar'ın yayınevinden aldığı dergi sayısı ile yayınevine ödediği ücret arasında doğrusal ilişki vardır. Aldığı dergi sayısı x, ödenen ücret (TL) y olmak üzere doğrusal ilişkiyi belirten denklem $y = 50$ olur.

Tablodaki veriler kullanılarak aşağıdaki grafik oluşturulabilir.

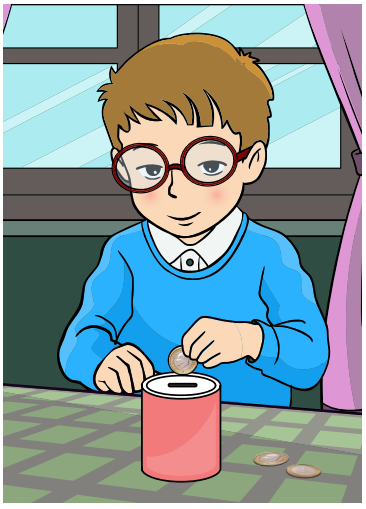
Grafik: Bahar'ın Kütüphaneden Ödünç Aldığı Kitap Sayısı ile Kütüphaneye Ödediği Ücret Arasındaki Doğrusal İlişki



Grafikteki yatay eksen ödünç alınan kitap sayısını, dikey eksen ödenen ücreti (TL) belirtmektedir. Bahar'ın kütüphaneye ödediği ücret hiç değişmemiş ve 50 TL olmuştur. Bundan dolayı grafikteki kırmızı çizgi, yatay eksene paraleldir ve dikey ekseni (0, 50) noktasında kesmiştir.

Örnek

Çınar, başlangıçta içinde hiç para bulunmayan kumbarasına her gün 3 TL para atmaktadır. Buna göre geçen süre (gün) ile Çınar'ın kumbarasında biriken para miktarı (TL) arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten bir tablo ile grafik oluşturunuz ve denklemi yazınız. Oluşturduğunuz tablo ile grafiği yorumlayınız.



Çözüm

Çınar, boş olan kumbarasına her gün 3 TL para atıyor. Çınar'ın kumbarasında 1 gün sonra 3 TL, 2 gün sonra $2 \cdot 3 = 6$ TL, 3 gün sonra $3 \cdot 3 = 9$ TL, 4 gün sonra $4 \cdot 3 = 12$ TL, 5 gün sonra $5 \cdot 3 = 15$ TL para birikir. Buna göre geçen süre (gün) ile Çınar'ın kumbarasında biriken para miktarı (TL) arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten tablo aşağıdaki gibidir.

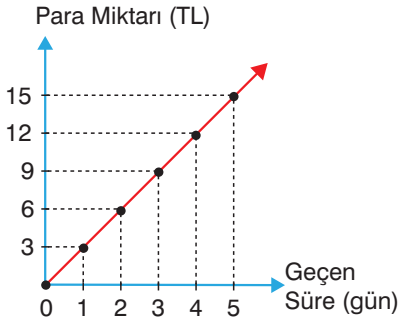
Tablo: Geçen Süre ile Çınar'ın Kumbarasında Biriken Para Miktarı Arasındaki Doğrusal İlişki

Geçen Süre (Gün)	Geçen Süre ile Kumbarada Biriken Para Miktarı Arasındaki Doğrusal İlişki	Kumbarada Biriken Para Miktarı (TL)
0	$0 \cdot 3$	0
1	$1 \cdot 3$	3
2	$2 \cdot 3$	6
3	$3 \cdot 3$	9
4	$4 \cdot 3$	12
5	$5 \cdot 3$	15
⋮	⋮	⋮
x	$x \cdot 3$	y

Çınar, başlangıçta içinde para bulunmayan kumbarasına her gün 3 TL attığı için her günün sonunda Çınar'ın kumbarasında biriken para miktarı bulunurken geçen gün sayısı 3 ile çarpılır. Öyleyse tabloya göre geçen süre (gün) x, her günün sonunda Çınar'ın kumbarasında biriken para miktarı (TL) y olmak üzere geçen süre ile kumbarada biriken para miktarı arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denklem, $y = 3x$ olur. Tablodaki verilerle yandaki grafik oluşturulabilir.

Grafikte yatay eksen geçen süreyi (gün), dikey eksen para miktarını (TL) belirtmektedir. Çınar, boş olan kumbarasına para atmaya başladığı için grafik O(0, 0) noktasından yani orijinden geçer.

Grafik: Geçen Süre ile Çınar'ın Kumbarasında Biriken Para Miktarı Arasındaki Doğrusal İlişki



Örnek

Yahya, her gün bahçesindeki tavuklara 1 kg buğday veriyor. Yahya'nın 5 kg buğdayı olduğuna göre geçen süre (gün) ile Yahya'da kalan buğday miktarı (kg) arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten bir tablo ile grafik oluşturunuz ve denklemi yazınız. Oluşturduğunuz tablo ile grafiği yorumlayınız.

Çözüm

Yahya'nın başlangıçta 5 kg buğdayı vardır. Yahya, tavuklarına her gün 1 kg buğday verdiğine göre Yahya'nın 1 gün sonra $5 - 1 = 4$ kg, 2 gün sonra $5 - 2 = 3$ kg, 3 gün sonra $5 - 3 = 2$ kg, 4 gün sonra $5 - 4 = 1$ kg buğdayı kalır. 5 gün sonra ise hiç buğdayı kalmaz. Buna göre geçen süre (gün) ile Yahya'da kalan buğday miktarı (kg) arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten aşağıdaki tablo oluşturulabilir.

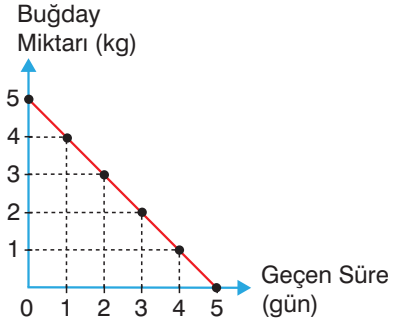
Tablo: Geçen Süre ile Yahya'da Kalan Buğday Miktarı Arasındaki Doğrusal İlişki

Geçen Süre (Gün)	Geçen Süre ile Kalan Buğday Miktarının İlişkisi	Kalan Buğday Miktarı (kg)
0	$5 - 0 \cdot 1$	5
1	$5 - 1 \cdot 1$	4
2	$5 - 2 \cdot 1$	3
3	$5 - 3 \cdot 1$	2
4	$5 - 4 \cdot 1$	1
5	$5 - 5 \cdot 1$	0

Yahya, bahçesindeki tavuklara her gün 1 kg buğday verdiğine göre geçen süre (gün) x, Yahya'da kalan buğday miktarı (kg) y olmak üzere geçen süre ile Yahya'da kalan buğday miktarı arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denklem $y = 5 - x$ olur.

Grafikteki yatay eksen, geçen süreyi (gün); dikey eksen, Yahya'da kalan buğday miktarını (kg) belirtmektedir. Yahya'nın başlangıçta 5 kg buğdayı olduğu için grafikteki kırmızı çizgi, dikey ekseni (0, 5) noktasında keser. Yahya'nın 5 gün sonra hiç buğdayı kalmadığına göre grafikteki kırmızı çizgi, yatay ekseni (5, 0) noktasında keser. Grafik, orijinden geçmez.

Grafik: Geçen Süre ile Yahya'da Kalan Buğday Miktarı Arasındaki Doğrusal İlişki

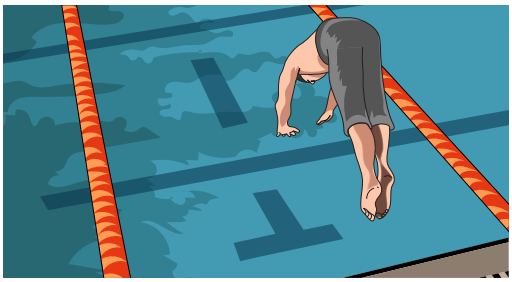


Alıştırmalar

1. Önceden içerisinde 50 fidan bulunan bir bölgeye öğrenciler her ay 50 fidan daha dikmiştir. Buna göre geçen süre (ay) ile bölgedeki toplam fidan sayısı arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten bir tablo ile grafik oluşturunuz ve denklemi yazınız. Oluşturduğunuz tablo ile grafiği yorumlayınız.

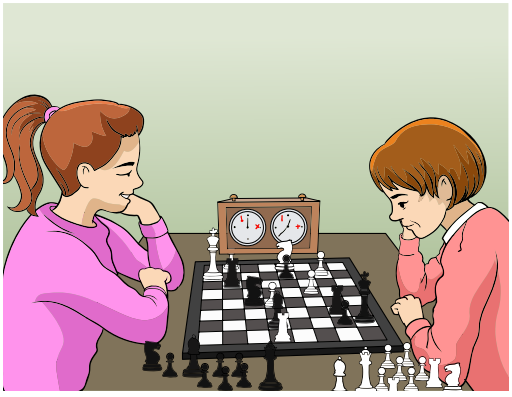
2. Yüzme yarışlarına hazırlanan Kerem, yaptığı her başarılı atlayış için hocasından 10 puan almaktadır.

Kerem'in yaptığı başarılı atlayış sayısı ile aldığı toplam puan arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten bir tablo ile grafik oluşturunuz ve denklemi yazınız. Oluşturduğunuz tablo ile grafiği yorumlayınız.



3. Satranç turnuvalarına katılan Sedef Hanım, bu turnuvalarda ilkokuldayken 15 madalya kazanmıştır. Ortaokulda katıldığı 9 satranç turnuvasında ise madalya kazanamamıştır.

Sedef Hanım'ın ilkokul ve ortaokulda katıldığı turnuvalarda kazandığı toplam madalya sayısı ile katıldığı turnuva sayısı arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten bir tablo ile grafik oluşturunuz ve denklemi yazınız. Oluşturduğunuz tablo ile grafiği yorumlayınız.



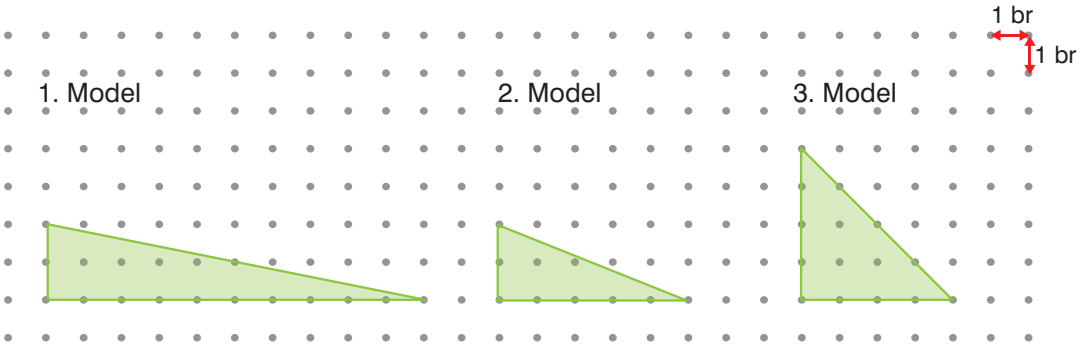
Eğim

İtfaiyecilik; bilgi, tecrübe, cesaret ve fedakârlık isteyen en riskli ve stresli mesleklerden biridir. İnsanların yangına karşı can ve mal güvenliğini sağlama görevini üstlenen itfaiyeciler, her koşulda hiçbir menfaat gözetmeden canları ve malları kurtarmayı hedeflemektedir.

Görselde yangının ortasında kalan insanların canlarını kurtarmak için yangın merdivenini belirli bir eğimle evin balkonuna yaslayan itfaiyeciler görülmektedir. Eğimin itfaiyecilikte olduğu gibi başka alanlarda da hayati önemi olabilir mi? Açıklayınız.

Etkinlik

- Bir belediye, tekerlekli sandalye kullanan kişiler için belirlediği bazı yerlere rampa koymayı hedefliyor ve aşağıdaki rampa modellerini oluşturuyor.



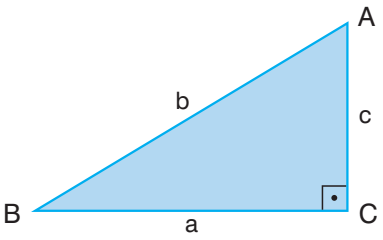
- Rampaları belirten dik üçgenlerin dik kenar uzunluklarını belirleyiniz.
- Her bir rampada dikey kenar uzunluğunun yatay kenar uzunluğuna oranını belirleyiniz.
- Her bir rampa için belirlediğiniz oranları sıralayınız.
- Tekerlekli sandalyeli bir vatandaşın hangi rampayı çıkması daha kolaydır? Nedenini açıklayınız.
- Yaptığınız sıralama ile açıklama arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- Belirlediğiniz ilişkiye göre tekerlekli sandalye kullanan kişilerin gidecekleri yere zorlanmadan ulaşabilmeleri için belediyenin yaptığı hangi rampayı tercih etmeleri gerektiğini açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Bir doğru üzerinde bulunan iki nokta arasındaki dikey değişimin yatay değişime oranına **eğim** adı verilir.

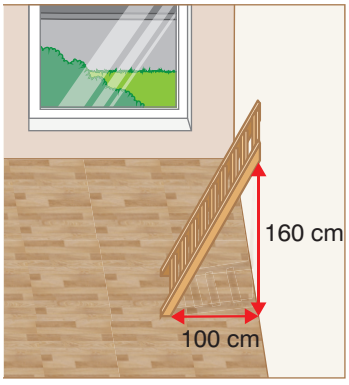
Yanda verilen ABC dik üçgenindeki AB kenarının eğimi

$$\text{Eğim} = \frac{|AC|}{|BC|} = \frac{c}{a}$$ ile bulunur.



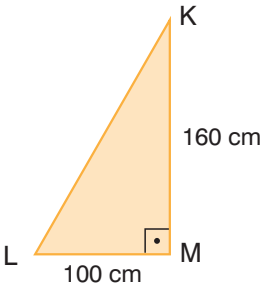
Örnek

Yandaki görselde bir duvara merdiven yaslanmıştır. Görselde belirtilen ölçülere göre merdivenin eğimini bulunuz.



Çözüm

Görsele göre merdivenin konumu, yandaki KLM dik üçgeni ile modellenebilir.



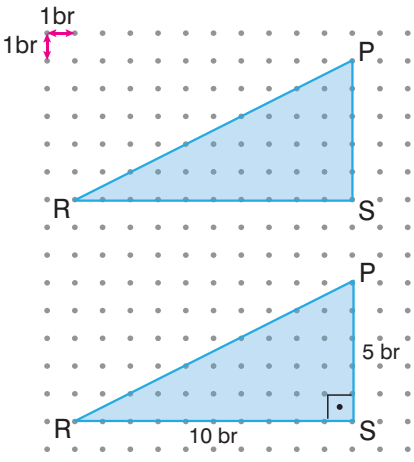
Merdivenin eğimi, modeldeki dikey uzunluğun yatay uzunluğa oranına eşittir.

$$\text{Eğim} = \frac{|KM|}{|LM|} = \frac{160}{100} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

$$\text{Eğim} = \frac{8}{5} = 1{,}6 = \frac{160}{100} = \%160$$

Örnek

Noktalı kâğıtta verilen PRS dik üçgenindeki PS kenarının eğimini bulunuz.



Çözüm

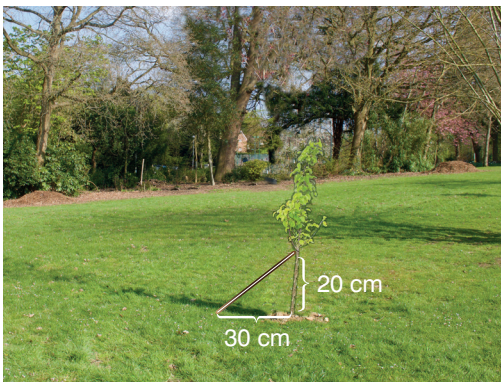
PRS dik üçgenindeki PR kenarının eğimi, dikey uzunluğun yatay uzunluğa oranı hesaplanarak bulunur.

$$\text{Eğim} = \frac{|PS|}{|RS|} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Eğim} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = \frac{50}{100} = \%50$$

Örnek

Bahçesine ağaç diken Ayhan, diktiği ağacın dik durması için görseldeki gibi bir çubukla ağacı destekledi. Görselde verilen ölçülere göre Ayhan'ın yerleştirdiği çubuğun eğimini bulunuz.



Çözüm

Çubuğun eğimi, görselde verilen dikey uzunluğun yatay uzunluğa oranına eşittir.

Eğim $= \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ 'tür.

Örnek

Sirkteki cambazlar, zemine paralel olan yatay bir telin üzerinde yürüyerek gösteri yapıyor. Cambazların üzerinde gösteri yaptığı yatay telin eğimini bulunuz.

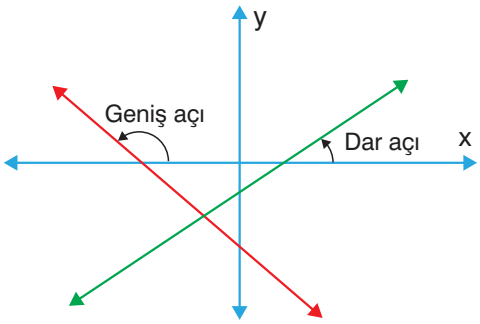
Çözüm

Sirkteki cambazların üzerinde gösteri yaptığı tel, zemine paraleldir yani yataydır. Yatay doğru parçalarında dikey uzunluk yoktur. Bundan dolayı dikey uzunluk 0'dır. Öyleyse cambazların üzerinde gösteri yaptığı yatay telin eğimi 0'dır.

Bilgi Kutusu

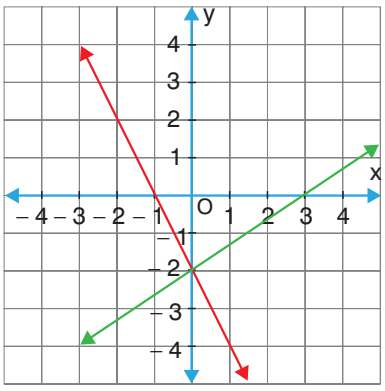
Bir doğrunun yatay eksen (x ekseni) ile saat yönünün tersi yönde yaptığı açı dar açı ise doğrunun eğimi pozitif, geniş açı ise doğrunun eğimi negatiftir.

Yandaki koordinat sisteminde verilen yeşil doğrunun eğimi pozitif, kırmızı doğrunun eğimi negatiftir.



Örnek

Yandaki koordinat sisteminde verilen kırmızı ve yeşil doğruların eğimlerini bulunuz.

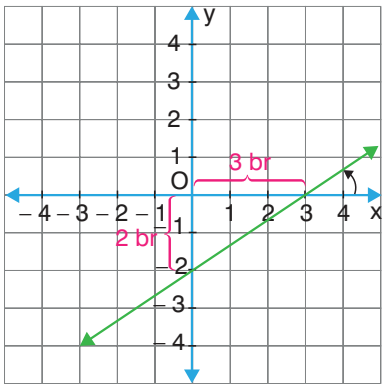


Çözüm

Koordinat sisteminde verilen yeşil doğrunun x ekseni ile saat yönünün tersi yönde yaptığı açı dar açıdır. Buna göre yeşil doğrunun eğimi pozitiftir.

Yeşil doğrunun eğimini bulalım.

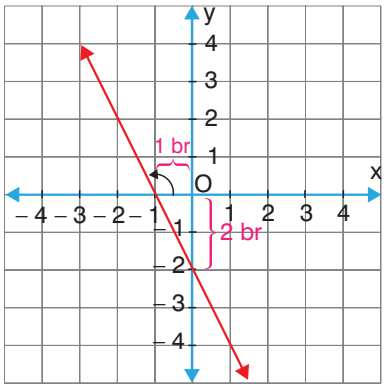
Eğim $= +\frac{2}{3}$



Koordinat sisteminde verilen kırmızı doğrunun x ekseni ile saat yönünün tersi yönde yaptığı açı geniş açıdır. Buna göre kırmızı doğrunun eğimi negatiftir.

Kırmızı doğrunun eğimini bulalım.

Eğim $= -\frac{2}{1} = -2$



Bilgi Kutusu

a ve b gerçek sayılar ve a sıfırdan farklı olmak üzere $y = ax + b$ biçimindeki doğrusal denklemlerin grafiğinin eğimi, x'in katsayısı olan a gerçek sayısına eşittir.

Örnek

Denklemi $y = 2x - 3$ olan doğrunun eğimini iki farklı yolla bulunuz.

Çözüm

I. Yol

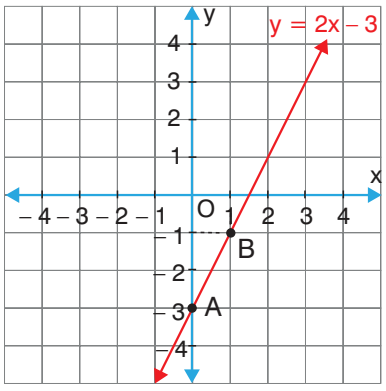
Önce denklemi $y = 2x - 3$ olan doğrunun grafiğini koordinat sisteminde çizelim.

$x = 0$ için $y = 2 \cdot 0 - 3 = -3$ olur.

$A(0, -3)$

$x = 1$ için $y = 2 \cdot 1 - 3 = 2 - 3 = -1$ olur.

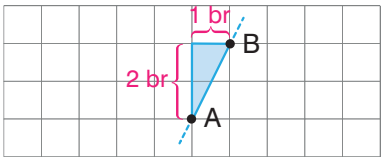
$B(1, -1)$



A ve B noktalarını koordinat sisteminde işaretleyelim. İşaretlediğimiz noktalardan geçen doğruyu, koordinat sisteminde yandaki gibi çizelim.

Etkileşimli içerik

Çizdiğimiz doğrunun eğimini bulalım.



$\text{Eğim} = \frac{2}{1} = 2$

II. Yol

Denklemi $y = 2x - 3$ olan doğrunun eğimi, denklemdeki x'in katsayısı olan 2'ye eşittir.

Örnek

Aşağıda denklemleri verilen doğruların eğimlerini bulunuz.

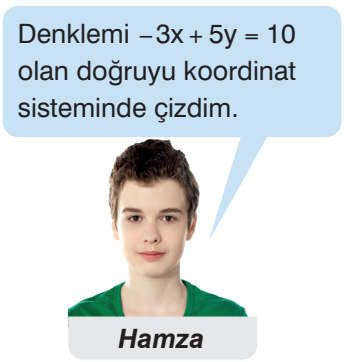
a) $y = 3x$ **b)** $y = -x + 4$ **c)** $y = -5x + 1$ **ç)** $y = 2x + 10$

Çözüm

a) Denklemi $y = 3x$ olan doğrunun eğimi 3'tür.
b) Denklemi $y = -1x + 4$ olan doğrunun eğimi -1'dir.
c) Denklemi $y = -5x + 1$ olan doğrunun eğimi -5'tir.
ç) Denklemi $y = 2x + 10$ olan doğrunun eğimi 2'dir.

Örnek

Hamza'nın koordinat sisteminde çizdiği doğrunun eğimini bulunuz.



Çözüm

$-3x + 5y = 10$ denklemini, $y = ax + b$ biçiminde yazalım.

Bunun için denklemdeki y değişkenini eşitliğin sol tarafında yalnız bırakalım.

$$-3x + 5y = 10$$
$$+3x \quad -3x + 5y = 10 + 3x$$
$$5y = 10 + 3x$$
$$\frac{\cancel{5}y}{\cancel{5}} = \frac{10 + 3x}{5}$$
$$y = \frac{10 + 3x}{5} \rightarrow y = \frac{10}{5} + \frac{3x}{5} \rightarrow y = 2 + \frac{3}{5} \cdot x$$

Denklemi $y = 2 + \frac{3}{5} \cdot x$ olan doğrunun eğimi $\frac{3}{5}$'tir.

Örnek

Denklemi $5y = \square x + 2$ olan doğrunun eğimi -2 ise $\square$ yerine yazılması gereken sayıyı bulunuz.

Çözüm

$5y = \square x + 2 \rightarrow y = \frac{\square x + 2}{5} = \frac{\square}{5} \cdot x + \frac{2}{5}$

Denklemi $y = \frac{\square}{5} \cdot x + \frac{2}{5}$ olan doğrunun eğimi, x in katsayısı yani $\frac{\square}{5}$ olur.

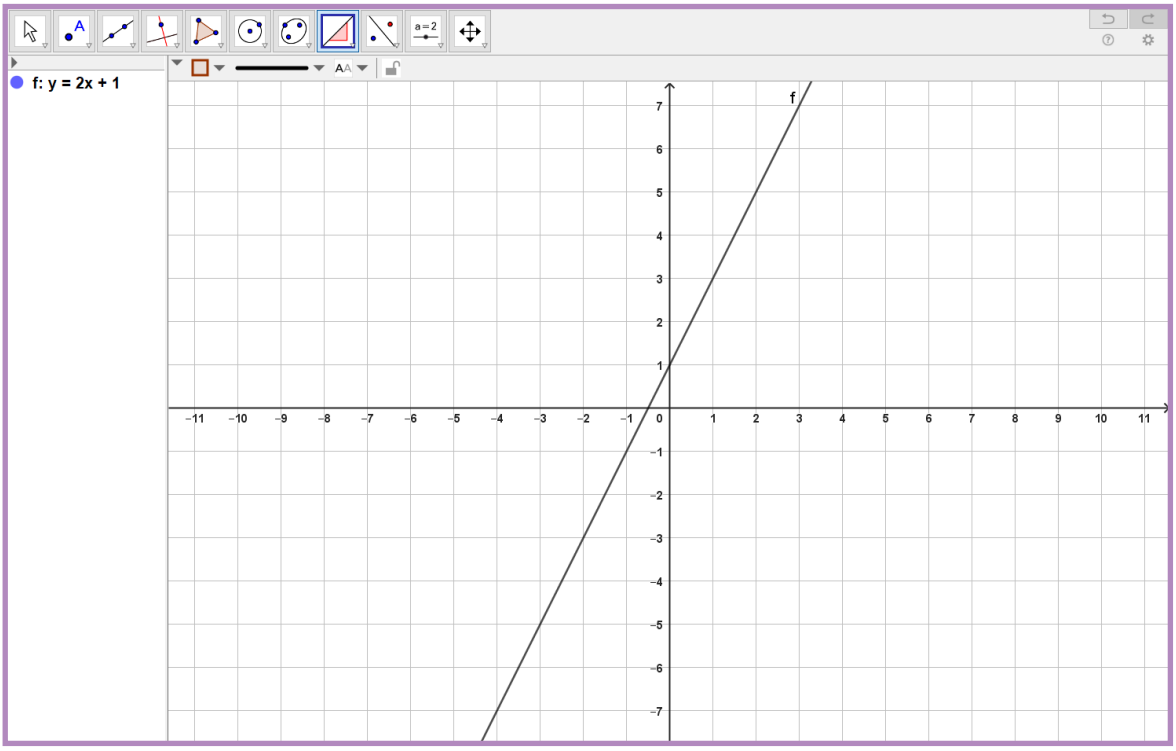
$\frac{\square}{5} = -2 \rightarrow \square = -2 \cdot 5 = -10$

Denklemdeki $\square$ yerine -10 yazılmalıdır.

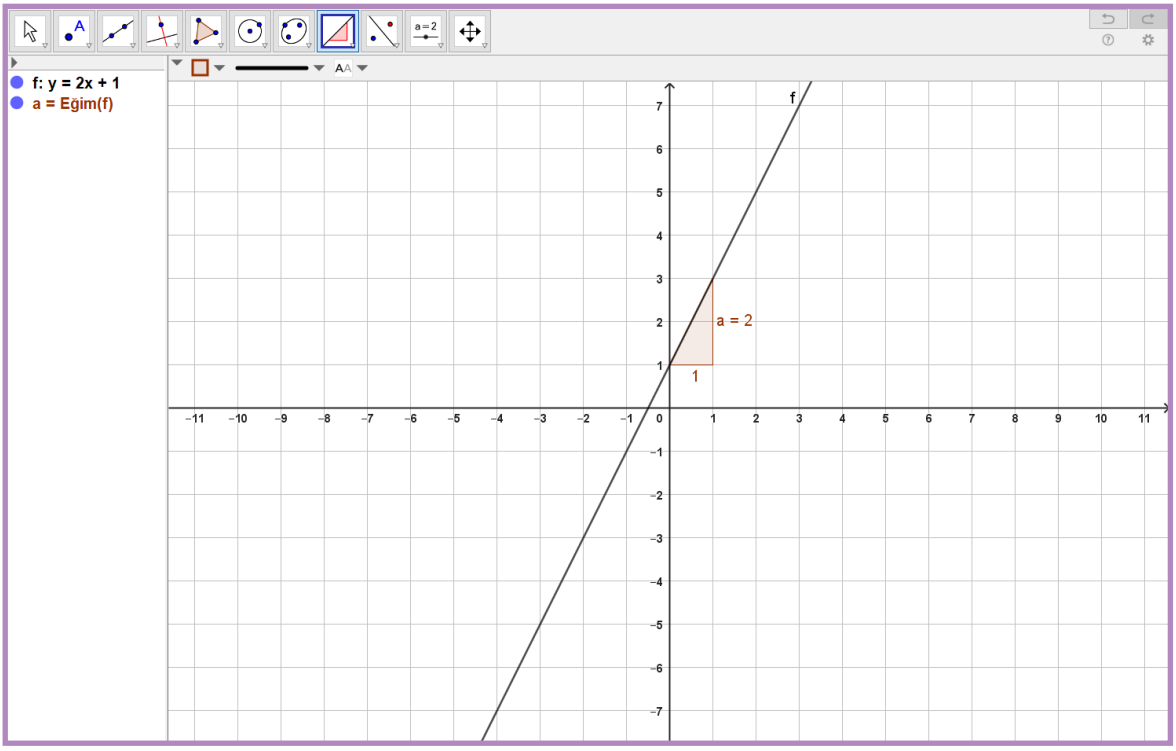
Bilgi Teknolojileri

Dinamik matematik ve geometri yazılımında bir doğrusal denkleme ait grafiğin eğimini bulalım.

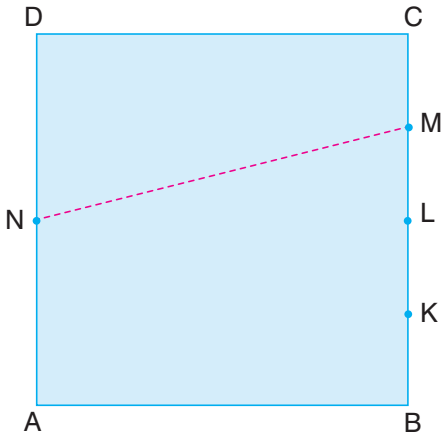
“Giriş” bölümüne y = 2x + 1 doğrusal denklemini yazalım. “Enter” tuşuna basarak doğruyu ekrana yansıtalım.



“Eğim” sekmesine tıklayalım ve görseldeki gibi eğimi belirleyelim. Programda y = 2x + 1 doğrusal denklemine ait grafiğin eğiminin 2 olduğu belirtilmiştir.



Örnek



Selen, projesi için mavi kartondan, bir kenar uzunluğu 2^4 cm olan bir kare kesmiştir. Selen, kareyi görseldeki gibi isimlendirmiştir ve BC kenarını 4, AD kenarını 2 eş parçaya ayırmıştır.

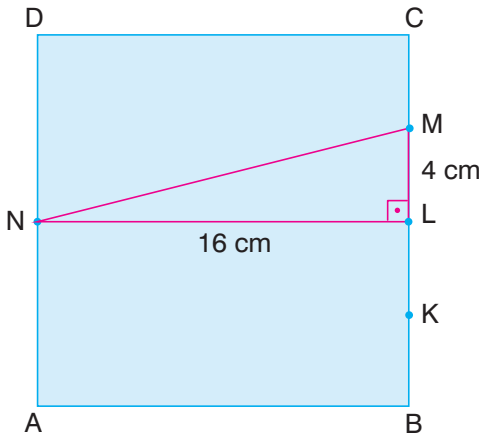
Selen, M ile N noktalarını kesik çizgilerin belirttiği yerden cetvel yardımıyla çizerek bir [MN]'nı oluşturmuştur. Buna göre Selen'in oluşturduğu [MN]'nın eğimini bulunuz.

Çözüm

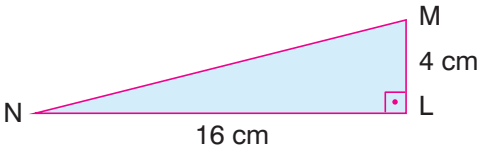
Selen'in kestiği ABCD karesinin bir kenar uzunluğu, $2^4 = 16$ cm'dir.

$|BK| = |KL| = |LM| = |MC| = \frac{16}{4} = 4$ cm

$|LN| = |AB| = |CD| = 16$ cm



Kartondan elde edilen NLM dik üçgeni, yandaki gibi modellenebilir. NLM dik üçgenindeki [MN]'nın eğimini bulalım.

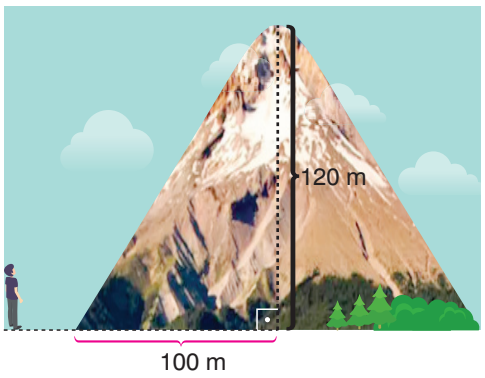


$$\text{Eğim} = \frac{|LN|}{|LM|} = \frac{16}{4} = 4$$

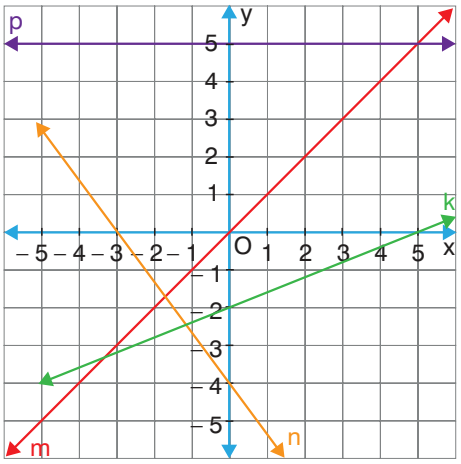
Selen'in oluşturduğu [MN]'nın eğimi 4'tür.

Alıştırmalar

1. Görselde verilen dağın zirvesine çıkmayı planlayan Cem Bey, dağın eğimini merak etmektedir. Görselde belirtilen uzunluklara göre dağın eğimini bularak Cem Bey'e yardımcı olunuz.



2. Koordinat sisteminde verilen k, m, n ve p doğrularının eğimlerinden negatif ve pozitif olanları belirleyiniz.



3. Aşağıdaki doğrusal denklemler ile denklemlerin belirttiği doğruların eğimleri eşleştirildiğinde hangi sayı açıkta kalır?

$y = 3x - 7$ $\quad 3y = 6x + 5$ $\quad y = -3x + 5$ $\quad \frac{y}{2} + x = 5$

-3 $\quad -2$ $\quad 2$ $\quad 3$ $\quad 5$

4. Denklemi $\triangle y - 12x = 6$ olan doğrunun eğimi -3 ise $\triangle$ yerine kaç yazılmalıdır?

EŞİTSİZLİKLER

Çocukların zihinsel, duygusal, sosyal, bedensel gelişiminin bir kısmı okul öncesi eğitim döneminde tamamlanmaktadır. Bu dönem; çocuğun öğrenmesinin en yoğun olduğu, temel alışkanlıklarının ve zihinsel yeteneklerinin en hızlı geliştiği dönemdir. Okul öncesi eğitimin çocuğun ileri yaşlardaki öğrenme yeteneği ve gelecekteki başarısı üzerinde önemli etkileri vardır. Okul öncesi eğitim dönemindeki çocuklar 6 yaşından küçüktür. Bu durumu belirten matematik cümlesi yazılırken kullanılması gereken karşılaştırma sembolü nasıl belirlenmelidir? Açıklayınız.

Hatırlatma

"$<$", "$>$" ve "$=$" sembolleri, karşılaştırma veya sıralama yapılırken kullanılır.

Bilgi Kutusu

İçinde değişken ve "$<$", "$>$", "$\leqslant$", "$\geqslant$"sembollerinden birinin bulunduğu matematiksel ifadelere **eşitsizlik** adı verilir.

$<$: küçüktür $\qquad$ $\leqslant$: küçüktür veya eşittir

$>$: büyüktür $\qquad$ $\geqslant$: büyüktür veya eşittir

İçinde bir değişken (bilinmeyen) bulunan ve değişkenin kuvveti (üssü) 1 olan eşitsizliklere **birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik** adı verilir.

Örnek

Aşağıdaki birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik içeren günlük hayat durumlarına ait matematik cümlelerini yazınız.

a) 5 katının 8 eksiği, 32'den küçük olan sayılar.

b) 7 eksiğinin 3 katı, 21'den büyük olan sayılar.

c) 10 fazlasının $\frac{1}{3}$'i, 20'den küçük olmayan sayılar.

ç) Yarısının 6 fazlası, 13'ten büyük olmayan sayılar.

Çözüm

a) Sayı x olsun.

Sayının 5 katı, 5x olur.

Sayının 5 katının 8 eksiği, $5x - 8$ olur.

5 katının 8 eksiği, 32'den küçük olan sayılar $5x - 8 < 32$ eşitsizliği ile belirtilir.

b) Sayı a olsun.

Sayının 7 eksiği, $a - 7$ olur.

Sayının 7 eksiğinin 3 katı, $3 \cdot (a - 7)$ olur.

7 eksiğinin 3 katı, 21'den büyük olan sayılar $3 \cdot (a - 7) > 21$ eşitsizliği ile belirtilir.

c) Sayı b olsun.

Sayının 10 fazlası, $b + 10$ olur.

Sayının 10 fazlasının $\frac{1}{3}$'i, $\frac{1}{3} \cdot (b + 10)$ olur.

10 fazlasının $\frac{1}{3}$'i, 20'den küçük olmayan sayılar 20'ye eşit de olabilir, 20'den büyük de olabilir. Öyleyse bu durum, $\frac{1}{3} \cdot (b + 10) \geq 20$ eşitsizliği ile belirtilir.

ç) Sayı y olsun.

Sayının yarısı, $\frac{y}{2}$ olur.

Sayının yarısının 6 fazlası, $\frac{y}{2} + 6$ olur.

Yarısının 6 fazlası, 13'ten büyük olmayan sayılar 13'e eşit de olabilir, 13'ten küçük de olabilir. Öyleyse bu durum, $\frac{y}{2} + 6 \leq 13$ eşitsizliği ile belirtilir.

Örnek

"Barış'ın kitabından okuduğu sayfa sayısının 10 katının 20 eksiği, 700'den küçüktür." ifadesine uygun matematik cümlesini yazınız.

Çözüm

Barış'ın kitabından okuduğu sayfa sayısı s olsun.

Sayfa sayısının 10 katı, 10s olur.

Sayfa sayısının 10 katının 20 eksiği, $10s - 20$ olur.

Barış'ın kitabından okuduğu sayfa sayısının 10 katının 20 eksiğinin 700'den küçük olması, $10s - 20 < 700$ eşitsizliği ile belirtilir.

Örnek

"Ceren Hanım'ın pazartesi günü telefonla görüştüğü sürenin (dakika) çeyreğinin 7 dakika eksiği 10 dakikadan fazladır." ifadesine uygun matematik cümlesini yazınız.

Çözüm

Ceren Hanım'ın pazartesi günü telefonla görüştüğü süre c dakika olsun.

Sürenin çeyreği, $\frac{1}{4}\cdot c = \frac{c}{4}$ olur.

Sürenin çeyreğinin 7 dakika eksiği, $\frac{c}{4} - 7$ olur.

Ceren Hanım'ın pazartesi günü telefonla görüştüğü sürenin çeyreğinin 7 dakika eksiğinin 10 dakikadan fazla olması, $\frac{c}{4} - 7 > 10$ eşitsizliği ile belirtilir.

Örnek

"8/A sınıfındaki öğrenci sayısının 3 fazlasının $\frac{2}{11}$'si, 6'dan büyük değildir." ifadesine uygun matematik cümlesini yazınız.

Çözüm

8/A sınıfındaki öğrenci sayısı e olsun.

Öğrenci sayısının 3 fazlası, $e + 3$ olur.

Öğrenci sayısının 3 fazlasının $\frac{2}{11}$'si, $\frac{2}{11}\cdot(e+3)$ olur.

8/A sınıfındaki öğrenci sayısının 3 fazlasının $\frac{2}{11}$'sinin 6'dan büyük olmaması, $\frac{2}{11}\cdot(e+3) \leqslant 6$ eşitsizliği ile belirtilir.

Örnek

"Bir kırtasiyedeki boya kalemlerinin sayısının 7 eksiğinin 3 katı, 300'den küçük değildir." ifadesine uygun matematik cümlesini yazınız.

Çözüm

Kırtasiyedeki boya kalemlerinin sayısı k olsun.

Boya kalemlerinin sayısının 7 eksiği, $k - 7$ olur.

Boya kalemlerinin sayısının 7 eksiğinin 3 katı, $3 \cdot (k - 7)$ olur.

Kırtasiyedeki boya kalemlerinin sayısının 7 eksiğinin 3 katının 300'den küçük olmaması, $3 \cdot (k - 7) \geq 300$ eşitsizliği ile belirtilir.

Bilgi Kutusu

Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler sayı doğrusunda gösterilirken a ve b gerçek sayılar olmak üzere aşağıda belirtilenlere dikkat edilmelidir:

- $x < a$, $x > b$ ve $b < x < a$ eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterilirken a ve b sayıları, eşitsizliği belirten kısma dâhil edilmez.
- $b < x \leq a$ eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterilirken a sayısı, eşitsizliği belirten kısma dâhil edilir, b sayısı dâhil edilmez.
- $b \leq x < a$ eşitsizliği sayı doğrusunda gösterilirken b sayısı, eşitsizliği belirten kısma dâhil edilir, a sayısı dâhil edilmez.
- $x \leq a$, $x \geq b$ ve $b \leq x \leq a$ eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösterilirken a ve b sayıları, eşitsizliği belirten kısma dâhil edilir.

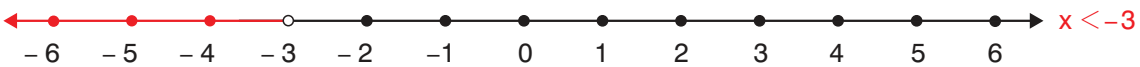
Örnek

Aşağıdaki birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösteriniz.

a) $x < -3$ **b)** $x \leq 0$ **c)** $x \geq -1$ **ç)** $x > 4$

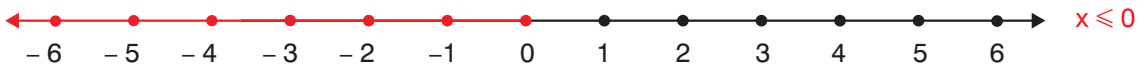
Çözüm

a) $x < -3$ eşitsizliği, -3'ten küçük olan sayıları belirtmektedir. Bu sayılara -3 dâhil değildir. $x < -3$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.



–3 sayısı eşitsizliğe dâhil olmadığından –3'ü belirten yuvarlağın içi boş oldu.

b) $x \leq 0$ eşitsizliği, 0'a eşit veya 0'dan küçük olan sayıları belirtmektedir. Bu sayılara 0 dâhildir. $x \leq 0$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.

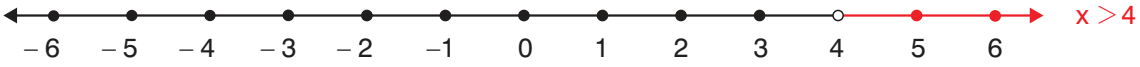


0 sayısı eşitsizliğe dâhil olduğundan 0'ı belirten yuvarlağın içi dolu oldu.

c) $x \geq -1$ eşitsizliği, -1'e eşit veya -1'den büyük olan sayıları belirtmektedir. Bu sayılara -1 dâhildir. $x \geq -1$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.

–1 sayısı eşitsizliğe dâhil olduğundan –1'i belirten yuvarlağın içi dolu oldu.

ç) $x > 4$ eşitsizliği, 4'ten büyük olan sayıları belirtmektedir. Bu sayılara 4 dâhil değildir. $x > 4$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.



4 sayısı eşitsizliğe dâhil olmadığından 4'ü belirten yuvarlağın içi boş oldu.

Örnek

$-3 < a < 2$ $\quad$ $1 \leqslant a < 5$ $\quad$ $0 < a \leqslant 4$ $\quad$ $-5 \leqslant a \leqslant -1$

Kutucuklardaki birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri sayı doğrusunda gösteriniz.

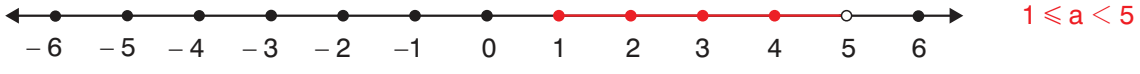
Çözüm

- $-3 < a < 2$ eşitsizliği, -3 ile 2 sayılarının arasındaki sayıları belirtmektedir. Bu sayılara -3 ve 2 dâhil değildir.

  $-3 < a < 2$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.

- $1 \leqslant a < 5$ eşitsizliği, 1'e eşit ve 1 ile 5 sayılarının arasındaki sayıları belirtmektedir. Bu sayılara 1 dâhildir, 5 dâhil değildir.

  $1 \leqslant a < 5$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.

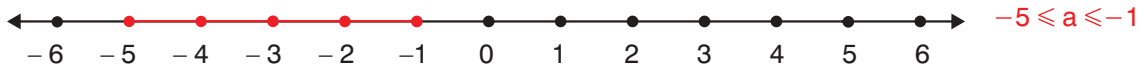


- $0 < a \leqslant 4$ eşitsizliği, 4'e eşit ve 0 ile 4 sayılarının arasındaki sayıları belirtmektedir. Bu sayılara 0 dâhil değildir, 4 dâhildir.

  $0 < a \leqslant 4$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.

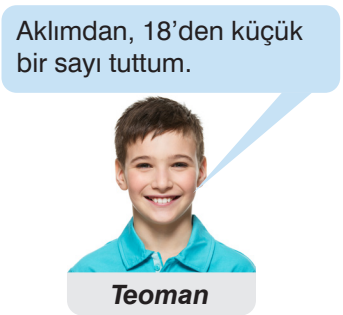
- $-5 \leqslant a \leqslant -1$ eşitsizliği, -5 ile -1 sayılarının arasındaki sayıları, -5'i ve -1'i belirtmektedir. Bu sayılara -5 ile -1 dâhildir.

  $-5 \leqslant a \leqslant -1$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.



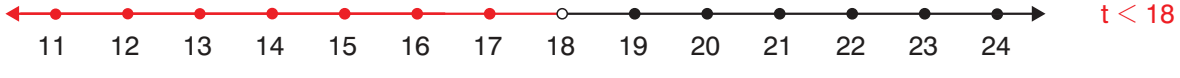
Örnek

Teoman'ın ifadesinde belirttiği birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliği yazınız ve sayı doğrusunda gösteriniz.



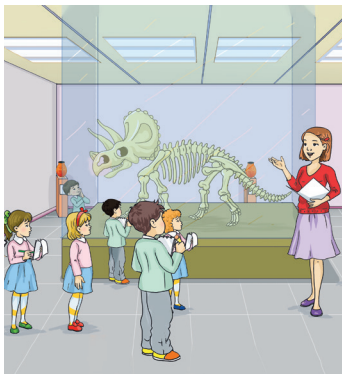
Çözüm

Teoman'ın aklından tuttuğu sayı t olsun. Buna göre Teoman'ın ifadesinde belirttiği eşitsizlik $t < 18$ olur. $t < 18$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.



Örnek

“Bir müzeyi çarşamba günü ziyaret eden ziyaretçi sayısı 175 ile 181 sayılarının arasındadır.” ifadesinin belirttiği birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliği yazınız ve sayı doğrusunda gösteriniz.



Çözüm

Müzeyi çarşamba günü ziyaret eden ziyaretçi sayısı m olsun.

Buna göre ifadede belirtilen eşitsizlik $175 < m < 181$ olur.

$175 < m < 181$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.

Örnek

“Bir bölgedeki ağaçların sayısı en az 1501’dir.” ifadesinin belirttiği birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliği yazınız ve sayı doğrusunda gösteriniz.

Çözüm

Bölgedeki ağaçların sayısı x olsun. En az 1501 ifadesi, 1501’e eşit ve 1501’den büyük sayıları belirtir. Buna göre ifadede belirtilen eşitsizlik $x \geqslant 1501$ olur. $x \geqslant 1501$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.

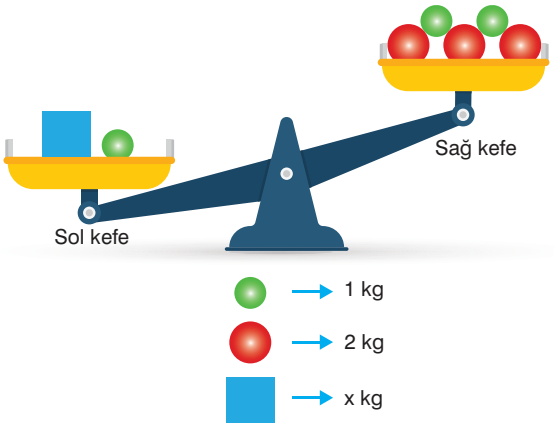
Bilgi Kutusu

Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliğin

- Her iki tarafına aynı sayı eklenirse eşitsizlik yön değiştirmez.
- Her iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitsizlik yön değiştirmez.
- Her iki tarafı aynı pozitif sayı ile çarpılırsa eşitsizlik yön değiştirmez.
- Her iki tarafı aynı negatif sayı ile çarpılırsa eşitsizlik yön değiştirir.
- Her iki tarafı aynı pozitif sayıya bölünürse eşitsizlik yön değiştirmez.
- Her iki tarafı aynı negatif sayıya bölünürse eşitsizlik yön değiştirir.

Örnek

Yandaki terazide modellenen birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliği yazınız, yazdığınız eşitsizliği çözünüz ve sayı doğrusunda gösteriniz.



Çözüm

Terazinin sol kefesinde x kg'lık mavi cisim ve 1 kg'lık yeşil cisim vardır. Sağ kefesinde ise 3 adet 2 kg'lık kırmızı cisim, 2 adet 1 kg'lık yeşil cisim vardır ve sol kefe, sağ kefeden daha aşağıdadır.

Buna göre terazide modellenen eşitsizliği yazalım.

$x + 1 > 2 + 2 + 2 + 1 + 1$

$x + 1 > 8$

$x + 1 > 8$ eşitsizliğini çözelim.

$x + 1 - 1 > 8 - 1$ Eşitsizliğin her iki tarafından 1 çıkaralım.

$x > 7$

$x > 7$ eşitsizliğini sayı doğrusunda kırmızı renk ile gösterelim.

Örnek

Aşağıdaki birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözünüz.

a) $a - 2 \leqslant 7$ **b)** $-2b + 5 \geqslant -17$ **c)** $\frac{-c}{3} < 12$ **ç)** $5 \cdot (d + 1) \leqslant 20$ **d)** $3e - 10 > 23$

Çözüm

a) $a - 2 \leqslant 7$

$a - 2 + 2 \leqslant 7 + 2$ Eşitsizliğin her iki tarafına 2 ekleyelim.

$a \leqslant 9$

b) $-2b + 5 \geqslant -17$

$-2b + 5 - 5 \geqslant -17 - 5$ Eşitsizliğin her iki tarafından 5 çıkaralım.

$-2b \geqslant -22$

$\frac{-2b}{-2} \leqslant \frac{-22}{-2}$ Eşitsizliğin her iki tarafını -2'ye bölelim. Eşitsizliğin yönünü değiştirelim.

$b \leqslant 11$

c) $\frac{-c}{3} < 12$

$\frac{-c}{3} \cdot 3 < 12 \cdot 3$ Eşitsizliğin her iki tarafını 3 ile çarpalım.

$-c < 36$

$-c \cdot (-1) > 36 \cdot (-1)$ Eşitsizliğin her iki tarafını -1 ile çarpalım. Eşitsizliğin yönünü değiştirelim.

$c > -36$

ç) $5 \cdot (d+1) \leqslant 20$

$\frac{5 \cdot (d+1)}{5} \leqslant \frac{20}{5}$ Eşitsizliğin her iki tarafını 5'e bölelim.

$d + 1 \leqslant 4$

$d + 1 - 1 \leqslant 4 - 1$ Eşitsizliğin her iki tarafından 1 çıkaralım.

$d \leqslant 3$

d) $3e - 10 > 23$

$3e - 10 + 10 > 23 + 10$ Eşitsizliğin her iki tarafına 10 ekleyelim.

$3e > 33$

$\frac{3e}{3} > \frac{33}{3}$ Eşitsizliğin her iki tarafını 3'e bölelim.

$e > 11$

Örnek

$-13 < 2x - 7 < 3$ eşitsizliğini çözerek x in alabileceği en büyük ve en küçük tam sayı değerlerini bulunuz.

Çözüm

$-13 < 2x - 7 < 3$ eşitsizliğini çözelim.

$-13 < 2x - 7 < 3$

$-13 + 7 < 2x - 7 + 7 < 3 + 7$

$-6 < 2x < 10$

$\frac{-6}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{10}{2}$

$-3 < x < 5$

$-3 < x < 5$ eşitsizliğine göre x in alabileceği en büyük tam sayı değeri 4, en küçük tam sayı değeri -2'dir.

Örnek

Bir berberin yandaki görselde olduğu gibi tıraş ettiği çocuk sayısının 3 katının 7 eksiği 23'ten küçük değildir. Buna göre berberin tıraş ettiği çocuk sayısının en az kaç olabileceğini bulunuz.

Çözüm

Berberin tıraş ettiği çocuk sayısı b olsun. Berberin tıraş ettiği çocuk sayısının 3 katının 7 eksiğinin 23'ten küçük olmaması, $3b - 7 \geqslant 23$ eşitsizliği ile belirtilir.

$3b - 7 \geqslant 23$ eşitsizliğini çözelim.

$$3b - 7 \geqslant 23$$

$3b - 7 + 7 \geqslant 23 + 7$ Eşitsizliğin her iki tarafına 7 ekleyelim.

$$3b \geqslant 30$$

$\frac{3b}{3} \geqslant \frac{30}{3}$ Eşitsizliğin her iki tarafını 3'e bölelim.

$$b \geqslant 10$$

$b \geqslant 10$ eşitsizliğine göre b, 10'a eşit veya 10'dan büyük sayılar olabilir. Buna göre berberin tıraş ettiği çocuk sayısı (b) en az 10 olabilir.

Örnek

Bir parkta oynayan çocuk sayısının yarısının 2 fazlası 20'den küçüktür. Buna göre parkta oynayan çocuk sayısının en fazla kaç olabileceğini bulunuz.

Çözüm

Parkta oynayan çocuk sayısı ç olsun. Parkta oynayan çocuk sayısının yarısının 2 fazlasının 20'den küçük olması,

$\frac{ç}{2} + 2 < 20$ eşitsizliği ile belirtilir.

$\frac{ç}{2} + 2 < 20$ eşitsizliğini çözelim.

$$\frac{ç}{2} + 2 < 20$$

$\frac{ç}{2} + 2 - 2 < 20 - 2$ Eşitsizliğin her iki tarafından 2 çıkaralım.

$$\frac{ç}{2} < 18$$

$2 \cdot \frac{ç}{2} < 18 \cdot 2$ Eşitsizliğin her iki tarafını 2 ile çarpalım.

$$ç < 36$$

$ç < 36$ eşitsizliğine göre ç, 36'dan küçük sayılar olabilir. Buna göre parkta oynayan çocuk sayısı (ç) en fazla 35 olabilir.

Alıştırmalar

1. Aşağıda verilen günlük hayat durumları ile bu hayat durumlarına uygun matematik cümleleri eşleştirilirse hangi matematik cümlesi açıkta kalır?

Ali'nin yaşının 2 katının 4 eksiği, 22'den küçüktür.	$\frac{x}{2}-4 \leqslant 22$
Kerem'in parasının 4 TL eksiğinin 2 katı, 22'den büyük veya 22'ye eşittir.	$2\cdot\left(\frac{x}{2}-4\right) \geqslant 22$
Bir bölgede bulunan kuş sayısının yarısının 4 eksiği, 22'den küçük veya 22'ye eşittir.	$2\cdot(x-4) \geqslant 22$
Bir sınıftaki kalemlerin sayısının 4 eksiğinin yarısı, 22'den büyüktür.	$2x-4 < 22$
	$\frac{x-4}{2} > 22$

2. Aşağıdaki birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri sayı doğrularında gösteriniz.

a) $a < 5$ **b)** $a \geqslant -2$ **c)** $a > 4$

ç) $a \leqslant 6$ **d)** $-6 < a < 0$ **e)** $-7 \leqslant a < -3$

f) $1 < a \leqslant 4$ **g)** $5 \leqslant a \leqslant 8$ **ğ)** $0 > a > -4$

3. Aşağıdaki birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri çözünüz ve sayı doğrularında gösteriniz.

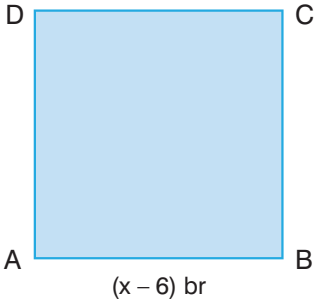
a) $5x-8 \leqslant 22$ **b)** $\frac{x}{3}-6 < -4$ **c)** $-4\cdot(x+2) \geqslant 16$

ç) $\frac{-x}{7} > -20$ **d)** $-1 < x+8 \leqslant 1$ **e)** $-9 \leqslant 2x+1 < 5$

4. Yasemin'in ifadesinde belirttiği birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliği yazınız ve sayı doğrusunda gösteriniz.

5. Bir otomobilin gittiği yolun (km) 5 km fazlasının 7 katı, 350 km'den fazla değildir. Buna göre bu durumu belirten birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliği yazınız. Yazdığınız eşitsizliği çözünüz ve sayı doğrusunda gösteriniz.

6. Yandaki ABCD karesinin kenar uzunluğu (x – 6) br'dir. Çevre uzunluğu 32 br'den küçük olduğuna göre x in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?



7. Şeref Bey'in sattığı tesbih sayısının 12 fazlasının yarısı 40'tan büyüktür. Buna göre Şeref Bey en az kaç tesbih satmıştır?

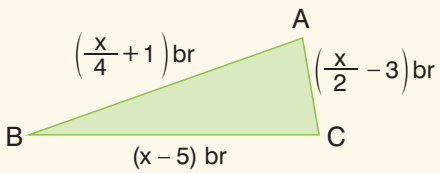
1. Aşağıdaki birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözünüz ve bulduğunuz x değerleri ile eşleştiriniz. Açıkta kalan x değerini belirleyiniz.

$\frac{-5}{4}x+2=-8$	$x=2$
$\frac{7x-6}{4}=\frac{11}{2}$	$x=4$
$\frac{-3x}{2}=-9$	$x=6$
$-6+\frac{20-x}{5}=-4$	$x=8$
	$x=10$

2. Yandaki ABC üçgeninde $|AC|=\left(\frac{x}{2}-3\right)$ br,

$|AB|=\left(\frac{x}{4}+1\right)$ br ve $|BC|=(x-5)$ br'dir.

ABC üçgeninin çevre uzunluğu 7 br ise x kaçtır?



A) 5 **B)** 6 **C)** 8 **D)** 12

3. Şeyda'nın ifadesine göre Şeyda, bugün kaç dakika spor yapmıştır?

Bugün spor yaptığım sürenin (dakika) $\frac{3}{2}$'sinin yarım saat fazlası 150 dakikadır.

Şeyda

4. Aşağıdaki noktaları, yandaki koordinat sisteminde gösteriniz ve koordinat sisteminin hangi bölgesinde olduklarını belirtiniz.

a) A(2, 3)

b) B(– 2, 4)

c) C(5, – 5)

ç) Ç(–1, – 3)

d) D(1, –1)

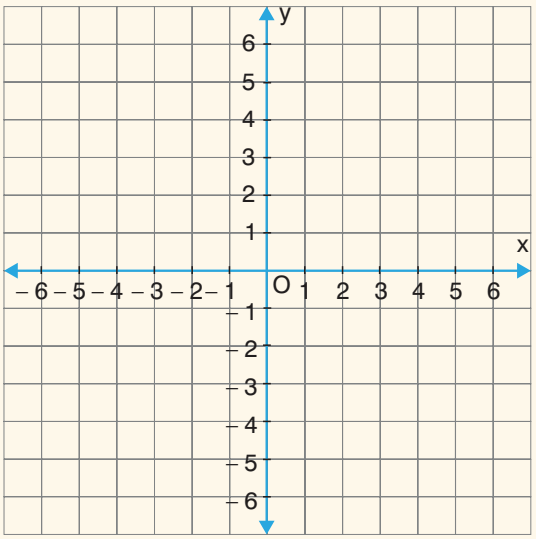
e) E(– 5, 1)

f) F(3, 4)

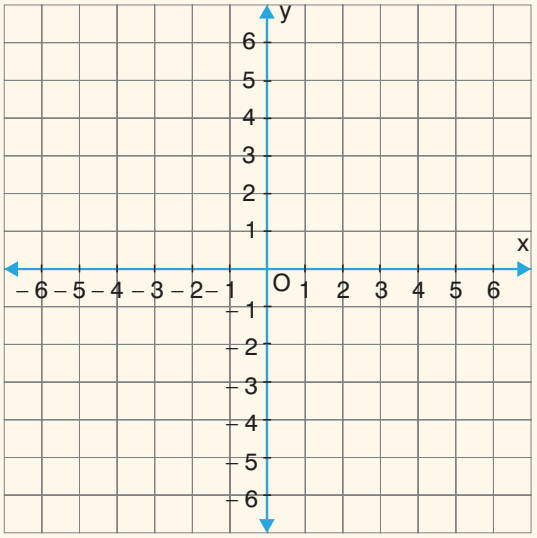
g) G(– 6, – 2)

ğ) Ğ(6, 1)

h) H(– 5, – 5)



5. K(0, 3) ve L(5, 0) noktalarını, yandaki koordinat sisteminde işaretleyiniz. K ve L noktalarından geçen KL doğrusunun eğimini bulunuz.



6. Yandaki tabloda x ile y değişkenlerinin bazı değerleri ve (x, y) sıralı ikilileri verilmiştir. x ile y değişkenlerinin arasındaki doğrusal ilişkiyi belirten denklem $y = -2x + 1$ olduğuna göre tablodaki $\triangle$, $\square$ ve $\diamondsuit$ yerine yazılması gereken sayıları bulunuz. Bağımsız ve bağımlı değişkeni belirleyiniz.

Tablo: x ile y Değişkenlerinin Arasındaki Doğrusal İlişki

x	y	(x, y)
0	1	$(0, 1)$
$\frac{1}{2}$	0	$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$
3	$\triangle$	$(3, \triangle)$
$\square$	– 9	$(\square, -9)$
– 1	$\diamondsuit$	$(-1, \diamondsuit)$

7. Aşağıda denklemleri verilen doğruların grafiklerini defterinize çiziniz. Doğruları; koordinat sistemlerinde eksenleri kestiği noktalara, eksenlere paralel olup olmama durumlarına, orijinden geçip geçmemesine göre yorumlayınız.

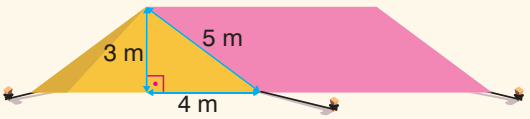
a) $x = 1$ **b)** $y = -4$ **c)** $y = -\frac{1}{3}x$ **ç)** $2y - 5x = 0$

d) $y = 3x - 4$ **e)** $2y + x = 2$ **f)** $-x + 3y = 3$ **g)** $y = \frac{x}{2} - 1$

8. Doğduğunda 3 kg olan Berk'in doğduktan sonra bir yıl boyunca kütlesi her ay 250 g arttı. Buna göre defterinize, geçen süre (ay) ile Berk'in kütlesi (kg) arasındaki doğrusal ilişkiyi gösteren tablo ve grafiği oluşturunuz, bu doğrusal ilişkiyi veren denklemi yazınız. Oluşturduğunuz tablo ile grafiği yorumlayınız.

Berk bebek

9. Burak Bey ile arkadaşları, kamp yapmaya karar verdiler. Kampta yanda görseli verilen çadırı kurdular. Görselde verilen ölçülere göre Burak Bey ile arkadaşlarının kurduğu çadırın pembe bölgesinin eğimi yüzde kaçtır?



Yandaki kutucuklarda verilen doğru denklemlerine göre 10, 11, 12 ve 13. soruları cevaplayınız.

A $y = -x + 4$	B $3y - 2x = 12$
C $x - y + 8 = 0$	D $x + \frac{3}{5}y = 6$
E $2x - 2y - 7 = 0$	F $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = \frac{1}{15}$

10. Eğimleri negatif olan doğru denklemleri hangileridir?

11. Eğimleri pozitif olan doğru denklemleri hangileridir?

12. Eğimleri 1 olan doğru denklemleri hangileridir?

13. Eğimi $\frac{-5}{3}$ olan doğru denklemi hangisidir?

14. Aşağıdaki ifadeler doğru ise başındaki kutucuğa "D", yanlış ise "Y" yazınız.

☐ **a)** "Yazar Sinan Bey'in bir günde yazdığı sayfa sayısının 3 katının 15 fazlası, en az 45'tir." ifadesinin belirttiği eşitsizlik $3x + 15 \geqslant 45$ olur.

☐ **b)** "Melih amcanın camiye giderken attığı adım sayısının çeyreğinin 2 eksiği, 20'den küçüktür." ifadesinin belirttiği eşitsizlik $\frac{a-2}{4} < 20$ olur.

☐ **c)** "Savcı Nazlı Hanım'ın günlük çalıştığı sürenin (dakika) 10 dakika eksiğinin $\frac{1}{6}$'i, 80 dakikadan büyük değildir." ifadesinin belirttiği eşitsizlik $\frac{n-10}{6} < 80$ olur.

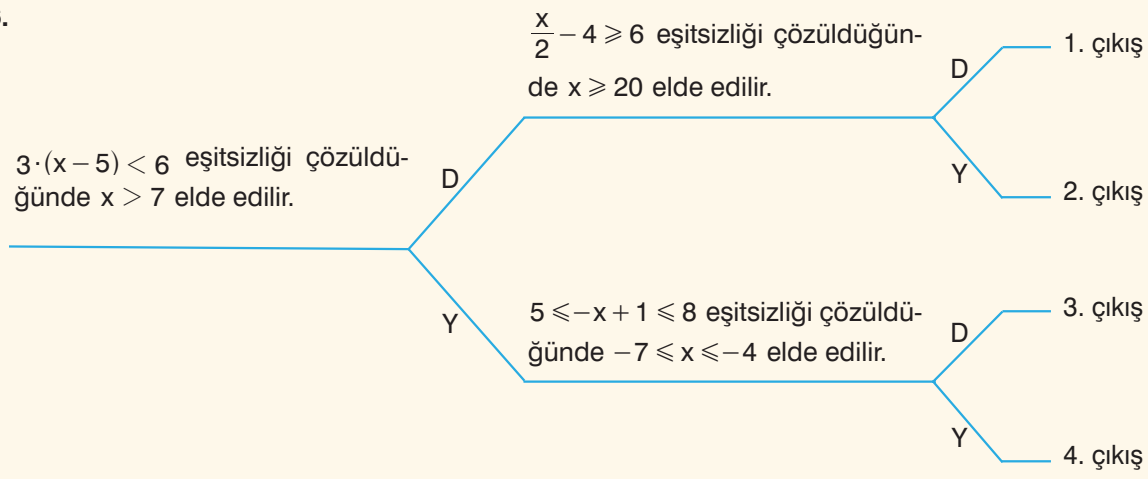
☐ **ç)** "Naz'ın bahçeden topladığı eriklerin kütleleri (kg) toplamının $\frac{3}{4}$'ü, 3 kg'dan büyüktür." ifadesinin belirttiği eşitsizlik $\frac{3y}{4} > 3$ olur.

15. Aşağıdaki birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri defterinize sayı doğrusu çizerek gösteriniz.

a) $a \leqslant 7$ **b)** $a > -3$ **c)** $a \geqslant 0$ **ç)** $a < -4$

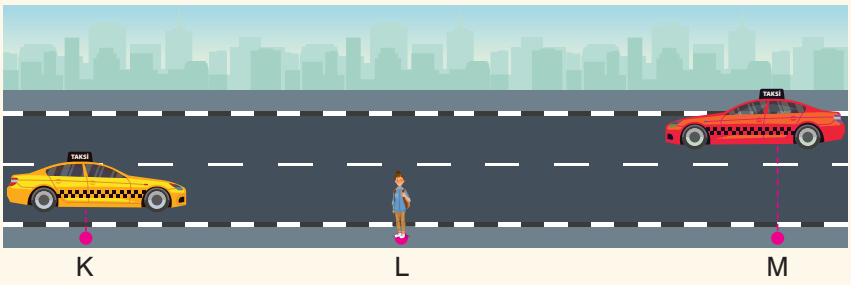
d) $-3 < a < 8$ **e)** $-8 < a \leqslant -1$ **f)** $0 \leqslant a < 9$ **g)** $-6 \leqslant a \leqslant 3$

16.



Yukarıda verilen şemadaki ifadeleri en soldan başlayarak inceleyiniz. İfadeler doğru ise "D", yanlış ise "Y" yolunu takip ediniz. Kaçıncı çıkışa ulaştınız? Yazınız.

17.



Yukarıda verilen görseldeki K noktasında bulunan Neva ile M noktasında bulunan Ayça, L noktasında bulunan Deniz ile buluşmak için taksiyle yola çıkıyorlar. Ayça, taksiyle L noktasına gelince Neva'nın L noktasına gelinceye kadar gittiği yoldan 8 km daha fazla yol gidiyor. Ayça ile Neva'nın bindikleri taksilerdeki taksimetre ücretleri birbirlerinden farklıdır.

Neva ile Ayça'nın bindikleri taksilerdeki taksimetre ücretleri, aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: Neva ile Ayça'nın Bindikleri Taksilerdeki Taksimetre Ücretleri

İsim	Açılış Ücreti (TL)	Gidilen Her Kilometre İçin Ödenecek Ücret (Kr.)
Neva	45	3400
Ayça	41	3000

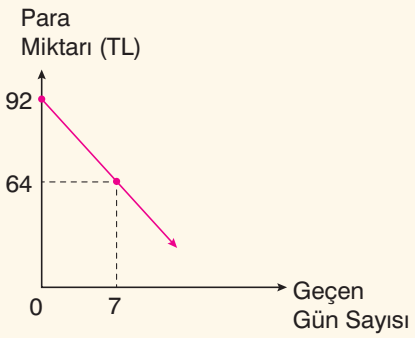
Neva ile Ayça, taksiden indiklerinde aynı ücreti ödüyorlar.

Buna göre Neva ile Deniz arasındaki mesafe başlangıçta kaç km'dir?

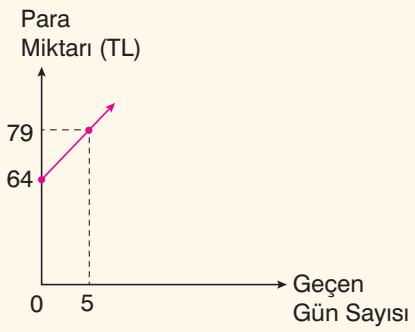
A) 56 **B)** 59 **C)** 64 **D)** 72

18. İrem ile Serdar'ın kumbaralarındaki paraların değerlerinin geçen günlere göre değişimini belirten doğrusal ilişkiler aşağıdaki grafiklerde verilmiştir.

Grafik: İrem'in Kumbarasındaki Paraların Değişimi



Grafik: Serdar'ın Kumbarasındaki Paraların Değişimi

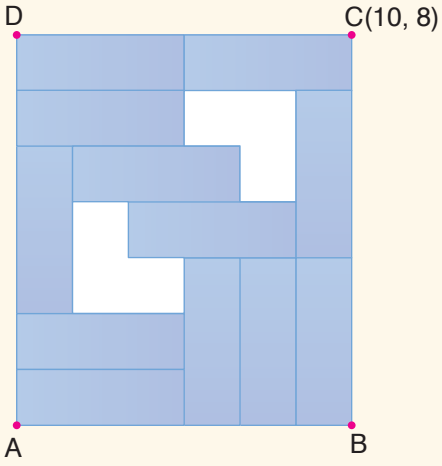


- İrem, kumbarasından her gün eşit miktarda para almaktadır.
- Serdar, kumbarasına her gün eşit miktarda para atmaktadır.

Buna göre başlangıçtan kaç gün sonra İrem ile Serdar'ın kumbaralarında eşit miktarda para bulunur?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6

19. Aşağıdaki ABCD dikdörtgeninin C köşesi dik koordinat sisteminde (10, 8) noktası üzerine gelecek şekilde 12 adet özdeş dikdörtgen kullanılarak oluşturulmuştur.

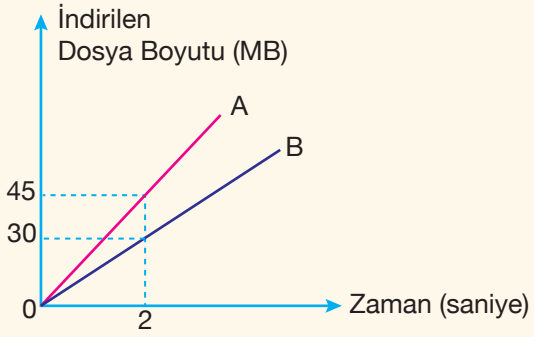


ABCD dikdörtgeninin içerisindeki beyaz bölgelerin toplam alanı 24 br^2 dir.

Buna göre ABCD dikdörtgeninin A köşesi, dik koordinat sistemi üzerinde hangi noktayı belirtir?

A) (0, –4) **B)** (–2, –6) **C)** (4, 2) **D)** (–4, –8)

20. Grafik: A ve B Bilgisayarlarına İndirilen Bir Filmin İndirilme Süreleri



A ve B bilgisayarlarına aynı filmi indirme hızları yukarıdaki doğrusal denklem grafiğinde gösterilmiştir.

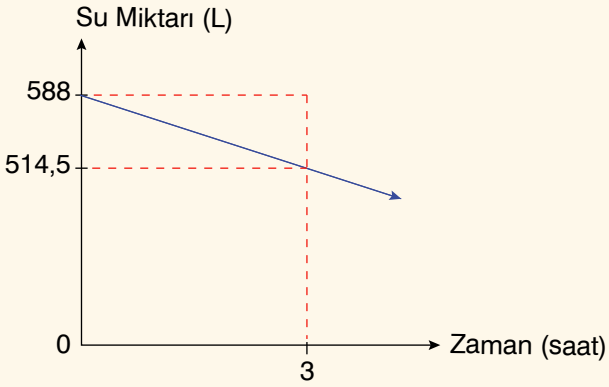
Hasan, aynı filmi B bilgisayarına indirmeye başladıktan 30 saniye sonra A bilgisayarına da indirmeye başlamıştır.

Her iki bilgisayarda da indirme işlemleri aynı anda bittiğine göre Hasan'ın indirdiği filmin boyutu kaç megabayttır? (Megabayt: MB)

A) 60 **B)** 900 **C)** 1350 **D)** 1500

21. İçinde 588 L su bulunan bir su deposunda kalan su miktarının zamana bağlı olarak değişimi aşağıdaki doğrusal grafikte verilmiştir.

Grafik: Depodaki Su Miktarının Değişimi



Buna göre kaç saat sonra depoda kalan su miktarı harcanan su miktarının 2 katı olur?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12

22. Aşağıdaki yük taşıma kapasitesi 7 ton olan kamyonete 15 kg ve 28 kg kütleli kutular yerleştirilecektir.

Bu kamyonete 125 kutu yerleştirildikten sonra, kamyonetin 4540 kg yük taşıyabilme kapasitesi kalmıştır.

Buna göre kamyonete yüklenen kutulardan kaç tanesinin kütlesi 28 kg'dır?

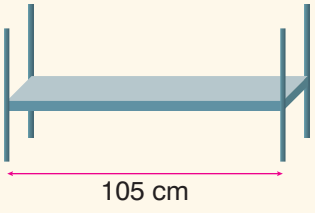
A) 30 B) 35 C) 40 D) 45

23.

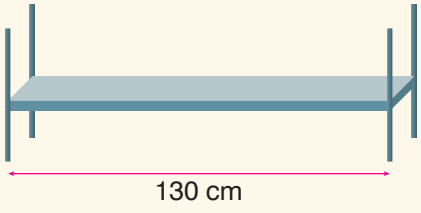
Bir market çalışanı, küp şeklindeki eş koliler ile gelen ürünleri teker yarıçapı 10 cm olan yük taşıma aracı ile en fazla 4 tane koliyi üst üste koyarak 2 metre yüksekliğindeki kapıdan geçirebilmektedir.

Buna göre aşağıda uzunlukları verilen raflardan hangisine bu kolilerden 3 tanesi aralarında boşluk kalmayacak ve rafın tamamını dolduracak şekilde yerleştirilebilir? (Yük taşıma aracının kalınlığı önemsenmeyecektir.)

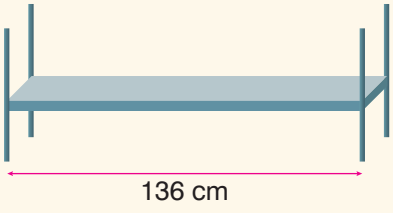
A)



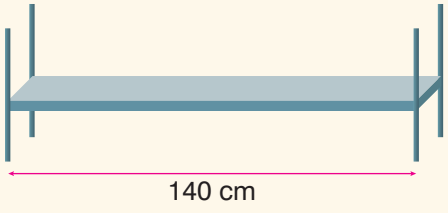
B)



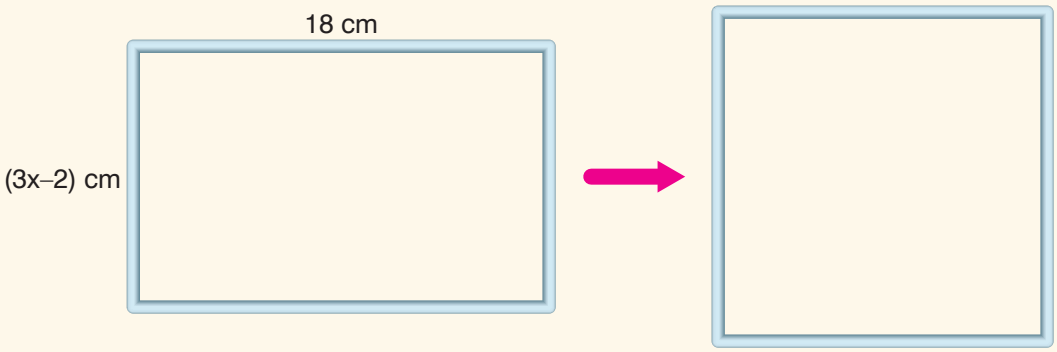
C)



D)



24. Mahir, elindeki bir teli bükerek telin tamamından uzun kenarı 18 cm, kısa kenarı (3x – 2) cm olan bir dikdörtgen elde ediyor.



Sonra aynı teli kullanarak kenar uzunlukları tam sayı olan bir kare elde ediyor.

x bir pozitif tam sayı olduğuna göre Mahir'in oluşturduğu karenin bir kenar uzunluğu aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 17 cm **B)** 14 cm **C)** 11 cm **D)** 8 cm

25. Uzun atlama sporu Türkiye şampiyonasında her sporcu 3 atlayış hakkına sahip olup bu 3 atlayışının içinde atladığı en uzak mesafe oyuncunun atlayış mesafesi kabul edilmektedir.
Atlayış mesafesi en uzak olan ilk üç sporcuya sırasıyla altın, gümüş ve bronz madalya verilmektedir.
Bu şampiyonada finale kalan beş sporcunun finalde yaptıkları atlayış sonuçları aşağıda verilmiştir.

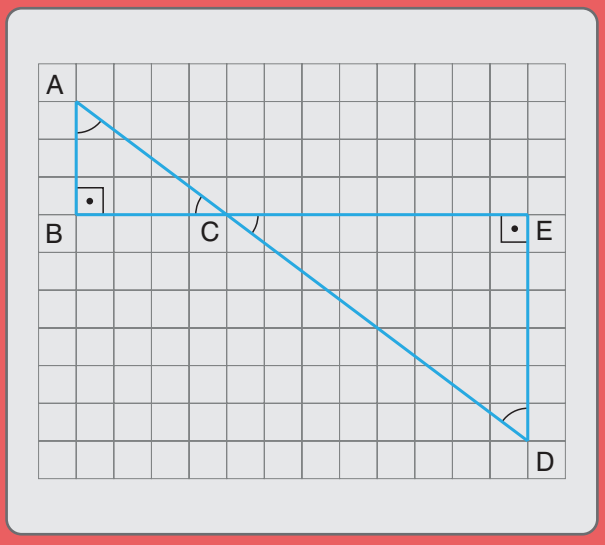
Sporcu	1. atlayış	2. atlayış	3. atlayış
Murat	7,9 m	8,01 m	8,3 m
Kerem	7,25 m	7,9 m	8,17 m
Mahir	7,95 m	?	8,1 m
Bilal	8,19 m	8,05	8,09 m
Mitat	8,1 m	8,25 m	8,2 m

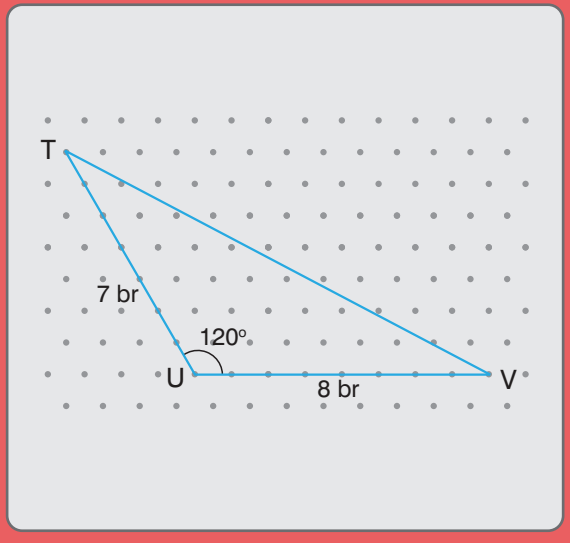
Final atlayışları sonucunda Mahir bronz madalya kazandığına göre 2. atlayışında kaç metre uzağa atlamış olabilir?

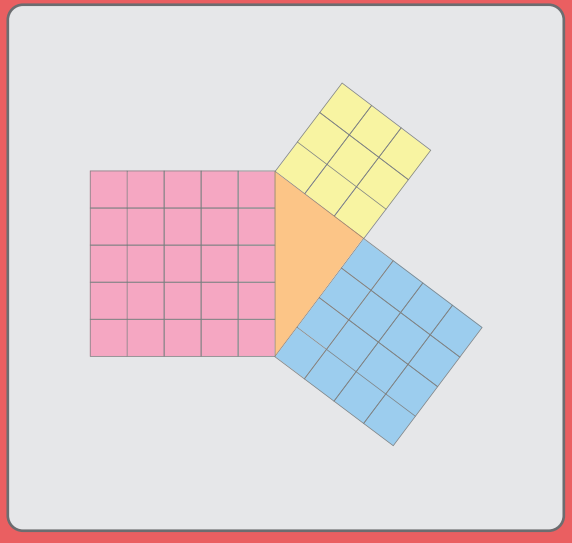
A) 8,18 **B)** 8,22 **C)** 8,29 **D)** 8,34

Ek Sorular

5. ÜNİTE







EBA İçeriği

- **Üçgenler**
- **Eşlik ve Benzerlik**

5. Ünite Tanıtımı

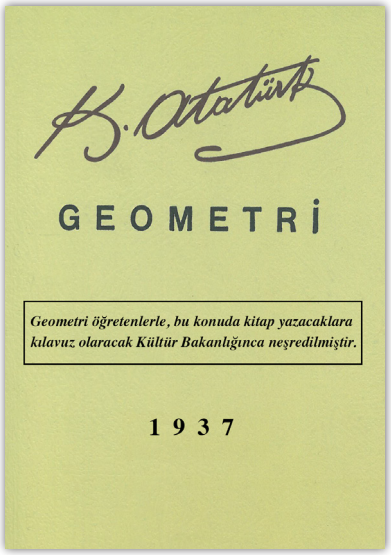
Terimler veya Kavramlar

kenarortay, açıortay, yükseklik, hipotenüs, üçgen eşitsizliği, dik kenarlar, Pisagor bağıntısı, benzerlik oranı

ÜÇGENLER

Üçgende Açıortay, Kenarortay ve Yükseklik

Bilimin önemli bir alanı olan geometri, cumhuriyetin ilk yıllarında öğrencilere Arapça ve Farsça terimlerle öğretiliyordu. Bu durum, öğrencilerin geometri konularını öğrenmelerinde büyük zorluklar yaşamasına sebep oluyordu. Bundan dolayı Mustafa Kemal Atatürk, yaptığı çalışmalar sonucunda bir geometri kitabı yazdı. Atatürk, geometri kitabında bazı geometri terimlerini Türkçeleştirdi. Atatürk hazırladığı kitapta "müselles" yerine "üçgen", "murabba" yerine "kare", "dılı" yerine "kenar", "zaviye" yerine "açı" terimlerini kullandı.



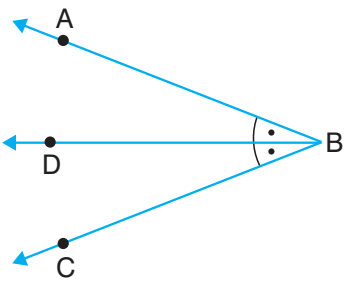
Atatürk'ün kitabında belirttiği diğer terimleri araştırınız. Araştırmanızı arkadaşlarınızla paylaşınız.

Hatırlatma

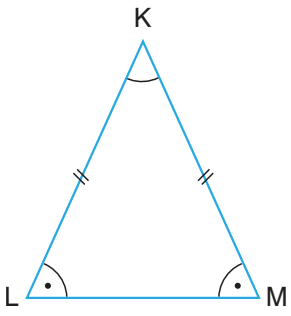
- Bir açıyı iki eş parçaya ayıran doğru, doğru parçası veya ışına **açıortay** adı verilir.

  Yandaki ABC açısının açıortayı [BD'dır.

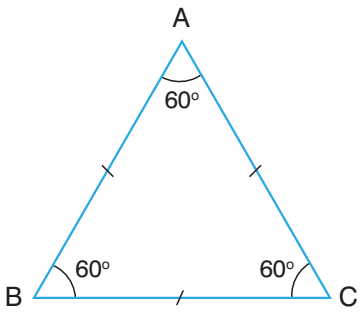
  $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD})$



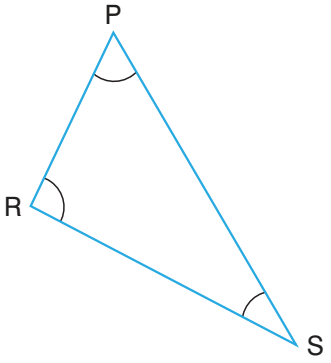
- İki kenarı eş olan üçgene **ikizkenar**, üç kenarı eş olan üçgene **eşkenar**, hiçbir kenarı eş olmayan üçgene **çeşitkenar üçgen** adı verilir.



İkizkenar üçgen



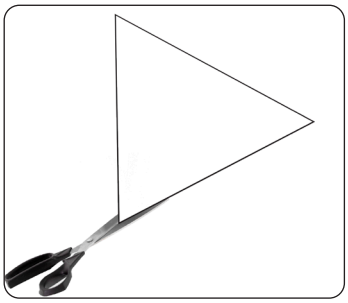
Eşkenar üçgen



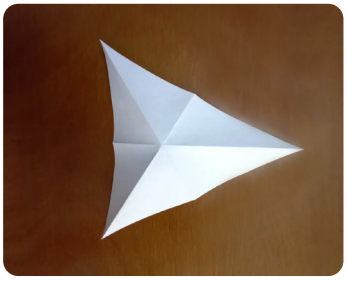
Çeşitkenar üçgen

Etkinlik

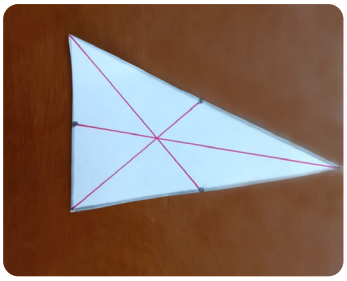
Araç Gereçler: A4 kâğıdı, mavi ve pembe boya kalemleri, makas, cetvel.



- A4 kâğıdına cetvel kullanarak dar açılı bir üçgen çiziniz.
- Çizdiğiniz üçgeni makasla yandaki gibi kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- Üçgeni her bir iç açısı iki eş parçaya ayrılacak şekilde yandaki gibi üç kez katlayınız ve açınız.
- Üçgendeki kat çizgilerinin oluşturduğu üç doğru parçasını mavi boya kalemi ile belirginleştiriniz.



- Üçgendeki mavi doğru parçaları birbirleriyle kaç noktada kesişti? Mavi doğru parçaları isimlendirilirken nasıl bir yol izlenebilir? Açıklayınız.
- A4 kâğıdına cetvel kullanarak başka bir dar açılı üçgen çiziniz.
- Çizdiğiniz üçgeni makasla kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- Üçgenin kenar uzunluklarını cetvel kullanarak bulunuz. Buna göre kenarların orta noktalarını belirleyiniz.



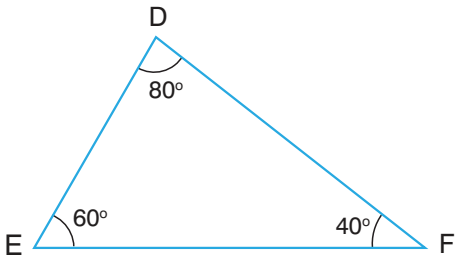
- Kenarların orta noktalarını, karşısındaki köşelerle cetvel kullanarak yandaki gibi pembe kalemle birleştiriniz.
- Pembe doğru parçaları, üçgenin hangi bölgesinde ve kaç noktada kesişti?
- Pembe doğru parçaları isimlendirilirken nasıl bir yol izlenmelidir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Bir üçgenin bir açısını iki eş parçaya ayıran ışın o açının **açıortay**ıdır.

Örnek

Yandaki DEF dar açılı üçgeninin açıortay özelliklerini belirleyiniz.

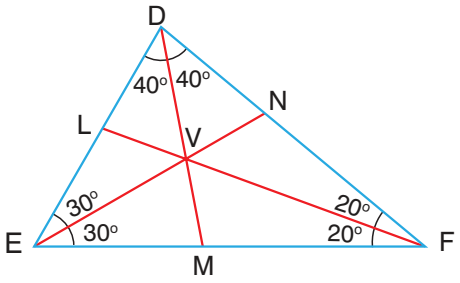


Çözüm

DEF üçgeninde;

$m(\widehat{D}) = 80^\circ$, $m(\widehat{E}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{F}) = 40^\circ$ dir.

DEF üçgenindeki $\widehat{D}$, $\widehat{E}$ ve $\widehat{F}$'na ait açıortayları yandaki gibi kırmızı renk ile çizelim.



$[DM]$, ölçüsü 80° olan $\widehat{EDF}$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı $[DM]$, $\widehat{EDF}$'na ait açıortaydır.

$$m(\widehat{FDM}) = m(\widehat{EDM}) = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

[EN], ölçüsü 60° olan $\widehat{DEF}$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [EN], $\widehat{DEF}$'na ait açıortaydır.

$m(\widehat{DEN}) = m(\widehat{FEN}) = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

[FL], ölçüsü 40° olan $\widehat{DFE}$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [FL], $\widehat{DFE}$'na ait açıortaydır.

$m(\widehat{EFL}) = m(\widehat{DFL}) = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$

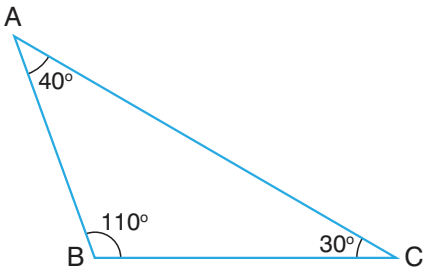
DEF dar açılı üçgenindeki [DM], [EN] ve [FL] açıortayları V noktasında kesişir.

Bilgi Kutusu

Dar açılı üçgendeki açıortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.

Örnek

Yandaki ABC geniş açılı üçgeninin açıortay özelliklerini belirleyiniz.



Çözüm

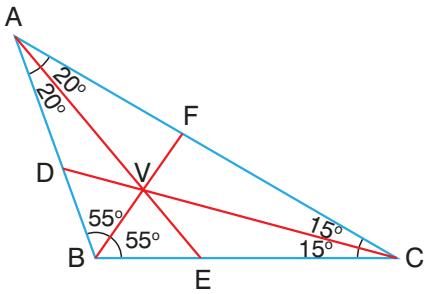
Yandaki $\widehat{ABC}$, geniş açılı bir üçgendir. $\widehat{ABC}$'ndeki $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ ve $\widehat{C}$'na ait açıortayları kırmızı renk ile çizelim.

[BF], ölçüsü 110° olan $\widehat{ABC}$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [BF], $\widehat{ABC}$'na ait açıortaydır.

$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{CBF}) = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$

[AE], ölçüsü 40° olan $\widehat{BAC}$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [AE], $\widehat{BAC}$'na ait açıortaydır.

$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{CAE}) = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$



[CD], ölçüsü 30° olan $\widehat{BCA}$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [CD], $\widehat{BCA}$'na ait açıortaydır.

$m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{BCD}) = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$

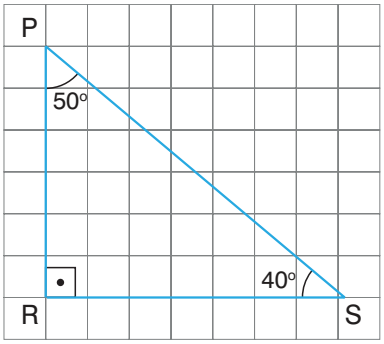
ABC geniş açılı üçgenindeki [BF], [AE] ve [CD] açıortayları V noktasında kesişir.

Bilgi Kutusu

Geniş açılı üçgendeki açıortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.

Örnek

Kareli kâğıttaki PRS dik açılı üçgeninin açıortay özelliklerini belirleyiniz.



Çözüm

$\widehat{PRS}$'nde $m(\widehat{P}) = 50^\circ$, $m(\widehat{R}) = 90^\circ$ ve $m(\widehat{S}) = 40^\circ$dir.

PRS dik üçgenindeki $\widehat{P}$, $\widehat{R}$ ve $\widehat{S}$ na ait açıortayları kırmızı renk ile çizelim.

[PA], ölçüsü 50° olan $\widehat{RPS}$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [PA], $\widehat{RPS}$'na ait açıortaydır.

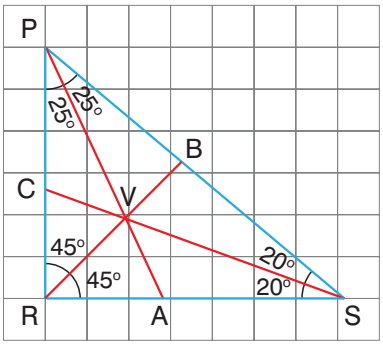
$$m(\widehat{RPA}) = m(\widehat{SPA}) = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$$

[SC], ölçüsü 40° olan $\widehat{RSP}$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [SC], $\widehat{RSP}$'na ait açıortaydır.

$$m(\widehat{RSC}) = m(\widehat{PSC}) = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

[RB], ölçüsü 90° olan $\widehat{PRS}$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [RB], $\widehat{PRS}$'na ait açıortaydır.

$$m(\widehat{PRB}) = m(\widehat{SRB}) = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$



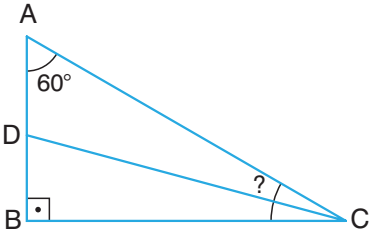
PRS dik açılı üçgenindeki [PA], [SC] ve [RB] açıortayları V noktasında kesişir.

Bilgi Kutusu

Dik açılı üçgendeki açıortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.

Örnek

Yandaki ABC dik açılı üçgeninde $m(\widehat{CAB}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$dir. [CD], $\widehat{ACB}$'na ait açıortay olduğuna göre $m(\widehat{ACD})$'nü bulunuz.

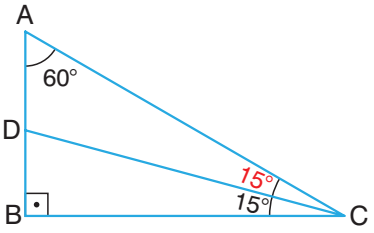


Çözüm

ABC dik açılı üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 180°dir.

$$m(\widehat{CAB}) + m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{ACB}) = 180^\circ$$
$$60^\circ + 90^\circ + m(\widehat{ACB}) = 180^\circ$$
$$150^\circ + m(\widehat{ACB}) = 180^\circ$$
$$m(\widehat{ACB}) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

[CD], $\widehat{ACB}$'na ait açıortay olduğuna göre $m(\widehat{ACD}) = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$ olur.

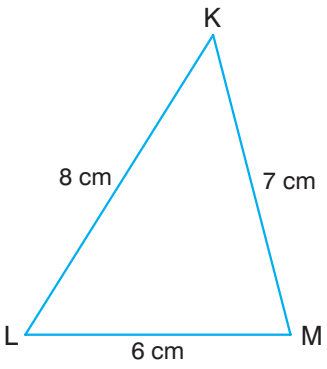


Bilgi Kutusu

Bir üçgenin bir kenarının orta noktası ile karşı köşeyi birleştiren doğru parçası o kenarın **kenarortay**ıdır.

Örnek

Yandaki KLM dar açılı üçgeninin kenarortay özelliklerini belirleyiniz.



Çözüm

$\widehat{KLM}$'nde $|KL| = 8$ cm, $|KM| = 7$ cm ve $|LM| = 6$ cm'dir.

$\widehat{KLM}$'nde $[KL]$, $[KM]$ ve $[LM]$'na ait kenarortayları kırmızıyla çizelim.

$[KC]$, $[LM]$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı $[KC]$, $[LM]$'na ait kenarortaydır.

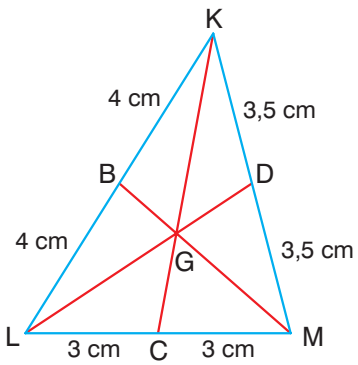
$|LC| = |CM| = \frac{6}{2} = 3$ cm

$[MB]$, $[KL]$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı $[MB]$, $[KL]$'na ait kenarortaydır.

$|KL| = |BL| = \frac{8}{2} = 4$ cm

$[LD]$, $[KM]$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı $[LD]$, $[KM]$'na ait kenarortaydır.

$|KD| = |DM| = \frac{7}{2} = 3{,}5$ cm



KLM dar açılı üçgenindeki $[KC]$, $[LD]$ ve $[MB]$ kenarortayları G noktasında kesişir.

Bilgi Kutusu

Dar açılı üçgendeki kenarortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.

Örnek

Geniş açılı bir DEF üçgeni çiziniz. Çizdiğiniz üçgenin kenarortay özelliklerini belirleyiniz.

Çözüm

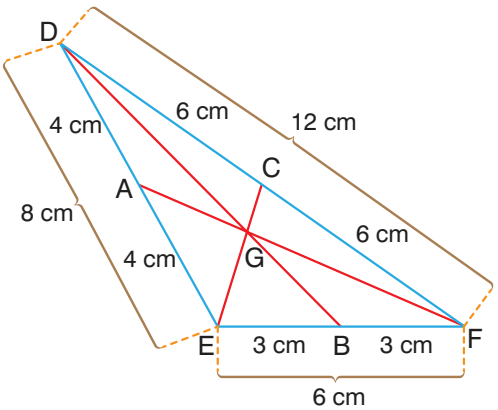
Yandaki $\widehat{DEF}$'nde $m(\widehat{E}) > 90°$dir.

$|DE| = 8$ cm, $|EF| = 6$ cm ve $|DF| = 12$ cm'dir.

DEF üçgenindeki $[DE]$, $[EF]$ ve $[DF]$'na ait kenarortaylar, yanda kırmızıyla verilmiştir.

$[DB]$, $[EF]$'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı $[DB]$, $[EF]$'na ait kenarortaydır.

$|EB| = |BF| = \frac{6}{2} = 3$ cm



[FA], [DE]'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [FA], [DE]'na ait kenarortaydır.

$|DA| = |AE| = \frac{8}{2} = 4$ cm

[EC], [DF]'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [EC], [DF]'na ait kenarortaydır.

$|DC| = |CF| = \frac{12}{2} = 6$ cm

DEF geniş açılı üçgenindeki [DB], [FA] ve [EC] kenarortayları G noktasında kesişir.

Bilgi Kutusu

Geniş açılı üçgendeki kenarortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.

Örnek

Kareli kâğıda bir PRS dik açılı üçgenini çiziniz. Çizdiğiniz PRS dik açılı üçgeninin kenarortay özelliklerini belirleyiniz.

Çözüm

Yandaki kareli kâğıda çizilen $\widehat{PRS}$, dik açılı üçgendir.

$\widehat{PRS}$'nde $|PR| = 6$ cm, $|RS| = 8$ cm ve $|PS| = 10$ cm'dir.

PRS üçgeninde [PR], [RS] ve [PS]'na ait kenarortayları kırmızıyla çizelim.

[PL], [RS]'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [PL], [RS]'na ait kenarortaydır.

$|RL| = |LS| = \frac{8}{2} = 4$ cm

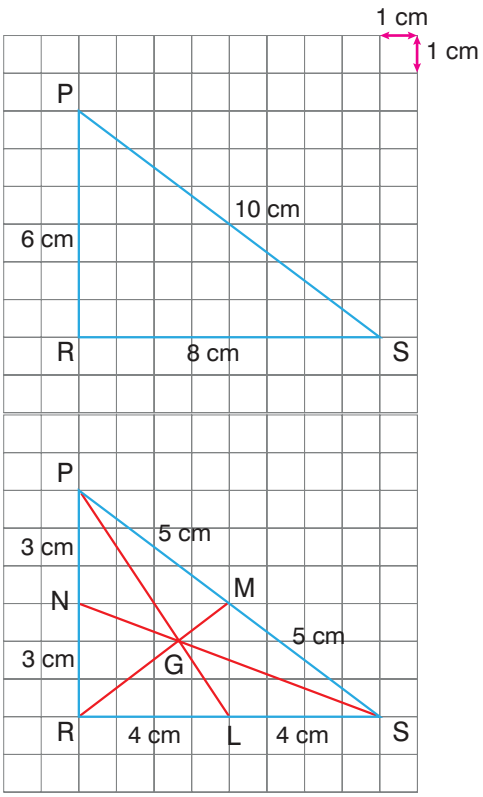
[SN], [PR]'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [SN], [PR]'na ait kenarortaydır.

$|PN| = |NR| = \frac{6}{2} = 3$ cm

[RM], [PS]'nı iki eş parçaya ayırmıştır. Bundan dolayı [RM], [PS]'na ait kenarortaydır.

$|PM| = |MS| = \frac{10}{2} = 5$ cm

PRS dik açılı üçgenindeki [PL], [SN] ve [RM] kenarortayları G noktasında kesişir.



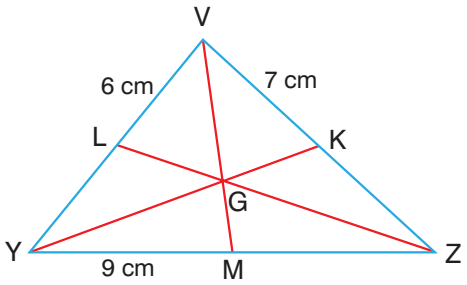
Bilgi Kutusu

Dik açılı üçgendeki kenarortaylar, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.

Örnek

Yandaki VYZ üçgeninde [YK], [VM] ve [ZL] kenarortaylardır.

$|VL| = 6\,cm$, $|VK| = 7\,cm$ ve $|YM| = 9\,cm$ olduğuna göre $\widehat{VYZ}$'nin çevre uzunluğunu bulunuz.



Çözüm

VYZ üçgeninde

$|LY| = |VL| = 6\,cm$ ise $|VY| = 6 + 6 = 12\,cm$'dir.

$|MZ| = |YM| = 9\,cm$ ise $|YZ| = 9 + 9 = 18\,cm$'dir.

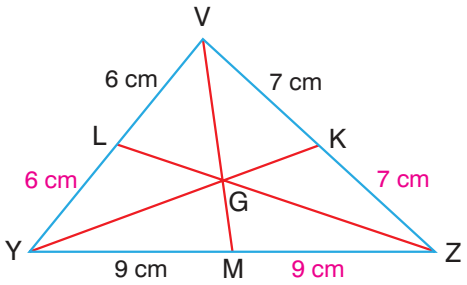
$|KZ| = |VK| = 7\,cm$ ise $|VZ| = 7 + 7 = 14\,cm$'dir.

$\widehat{VYZ}$'nin çevre uzunluğu bulunurken $|VY|$, $|YZ|$ ve $|VZ|$ toplanır.

Çevre uzunluğu $= |VY| + |YZ| + |VZ|$

$= 12 + 18 + 14$

$= 44\,cm$

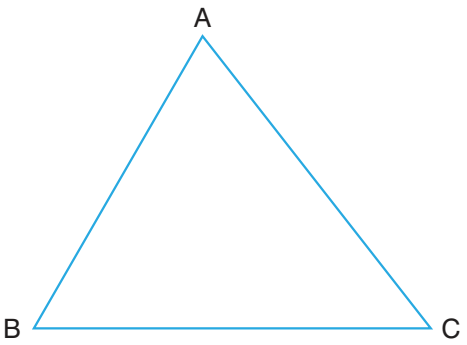


Bilgi Kutusu

Bir üçgenin bir kenarına veya kenarın uzantısına karşı köşeden indirilen dikme o kenara ait **yükseklik**tir.

Örnek

Yandaki ABC dar açılı üçgeninin yükseklik özelliklerini belirleyiniz.



Çözüm

$\widehat{ABC}$ ndeki yükseklikleri kırmızıyla çizelim.

[BE], [AC]'na ait yükseklikliktir.

$[BE] \perp [AC]$

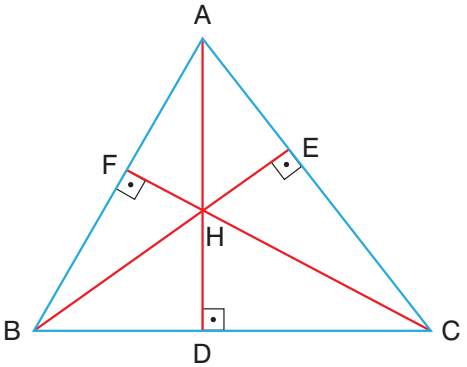
[CF], [AB]'na ait yükseklikliktir.

$[CF] \perp [AB]$

[AD], [BC]'na ait yükseklikliktir.

$[AD] \perp [BC]$

ABC dar açılı üçgenindeki [BE], [CF] ve [AD] yükseklikleri H noktasında kesişir.

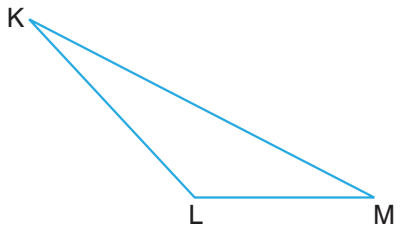


Bilgi Kutusu

Dar açılı üçgendeki yükseklikler, üçgenin iç bölgesindeki bir noktada kesişir.

Örnek

Yandaki KLM geniş açılı üçgeninin yükseklik özelliklerini belirleyiniz.



Çözüm

$\widehat{KLM}$'ndeki yükseklikleri, yandaki gibi kırmızıyla çizelim.

[LM]'nın uzantısına K köşesinden indirilen dikme olan [KC], [LM]'na ait yüksekliktir.

$[KC] \perp [LM]$

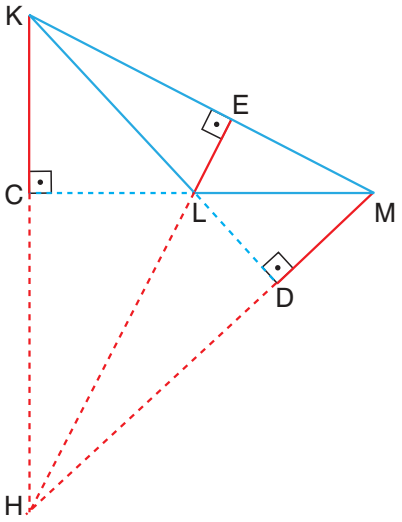
[KL]'nın uzantısına M köşesinden indirilen dikme olan [MD], [KL]'na ait yüksekliktir.

$[MD] \perp [KL]$

[LE], [KM]'na ait yüksekliktir.

$[LE] \perp [KM]$

KLM geniş açılı üçgenindeki [KC], [MD] ve [LE] yüksekliklerinin uzantıları H noktasında kesişir.

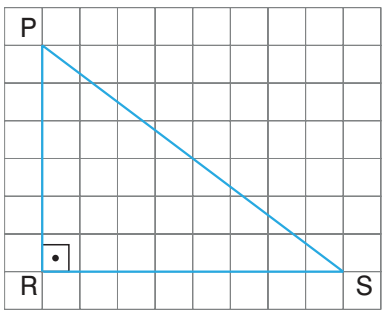


Bilgi Kutusu

Geniş açılı üçgendeki yüksekliklerin uzantıları, üçgenin dış bölgesindeki bir noktada kesişir.

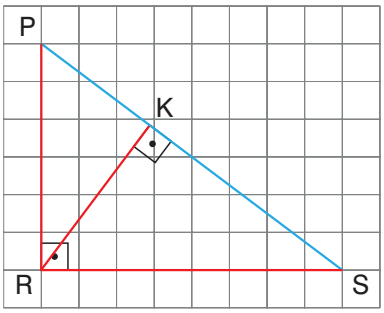
Örnek

Kareli kâğıttaki PRS dik açılı üçgeninin yükseklik özelliklerini belirleyiniz.



Çözüm

$\widehat{PRS}$'ndeki yükseklikleri, yandaki gibi kırmızıyla çizelim.



[PR], [RS]'na ait yüksekliktir.

$[PR] \perp [RS]$

[RS], [PR]'na ait yüksekliktir.

$[RS] \perp [PR]$

[RK], [PS]'na ait yüksekliktir.

$[RK] \perp [PS]$

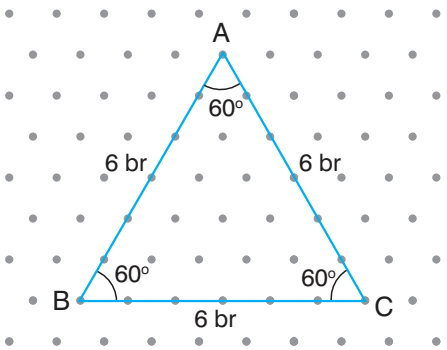
PRS dik açılı üçgenindeki [PR], [RS] ve [RK] yükseklikleri, üçgenin R köşesinde kesişir.

Bilgi Kutusu

Dik açılı üçgendeki yükseklikler, üçgenin dik açısının bulunduğu köşede kesişir.

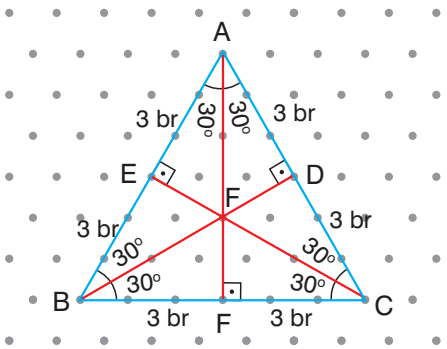
Örnek

İzometrik kâğıttaki ABC eşkenar üçgeninin açıortay, kenarortay ve yüksekliklerini çiziniz.



Çözüm

$\widehat{ABC}$'ndeki açıortayları, kenarortayları ve yükseklikleri, yandaki gibi kırmızıyla çizelim.



[BD], [AC]'na ait kenarortay ile yüksekliktir ve $\widehat{ABC}$'na ait açıortaydır.

$$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{CBD}) = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$|AD| = |DC| = \frac{6}{2} = 3\,\text{br}$$

$[BD] \perp [AC]$

[CE], [AB]'na ait kenarortay ile yüksekliktir ve $\widehat{ACB}$'na ait açıortaydır.

$m(\widehat{ACE}) = m(\widehat{BCE}) = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

$|AE| = |EB| = \frac{6}{2} = 3\,br$

$[CE] \perp [AB]$

[AF], [BC]'na ait kenarortay ile yüksekliktir ve $\widehat{BAC}$'na ait açıortaydır.

$m(\widehat{BAF}) = m(\widehat{CAF}) = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

$|BF| = |FC| = \frac{6}{2} = 3\,br$

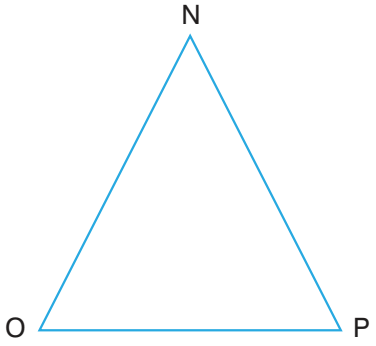
$[AF] \perp [BC]$

Bilgi Kutusu

Bir eşkenar üçgenin her bir kenarortayı, açıortayı ve yüksekliği eştir.

Örnek

Yandaki NOP ikizkenar üçgeninde $|NO| = |NP|$'dur. NOP ikizkenar üçgeninin açıortaylarını, kenarortaylarını ve yüksekliklerini çiziniz.



Çözüm

NOP ikizkenar üçgeninde,

$|NO| = |NP| = a\,br$, $|OP| = c\,br$ olsun.

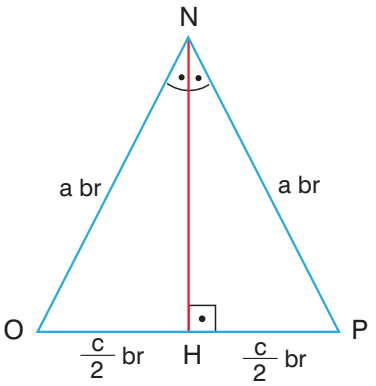
[OH], [NP]'na ait kenarortay ve yüksekliktir.

$|OH| = |HP| = \frac{c}{2}\,br$

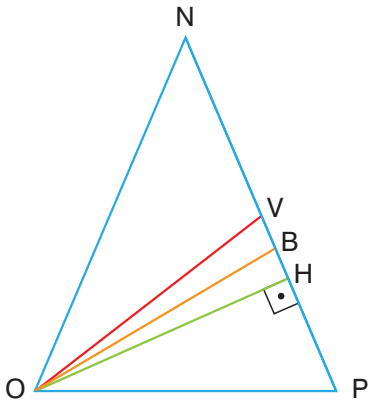
$[NH] \perp [OP]$

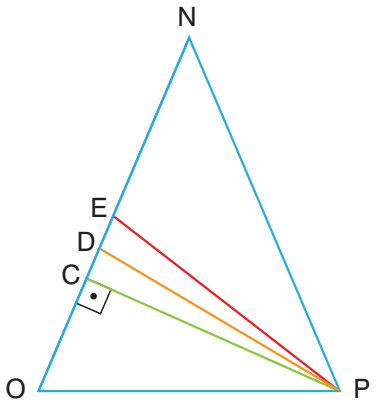
[NH], $\widehat{ONP}$'na ait açıortaydır.

$m(\widehat{ONH}) = m(\widehat{PNH}) = \frac{m(\widehat{ONP})}{2}$



NOP ikizkenar üçgeninde eş olan kenarlara ait kenarortay ve yükseklikler ile eş olan açılara ait açıortaylar aşağıda verilmiştir.





$\widehat{NOP}$'nde [OH], [NP]'na; [PC], [NO]'na ait yüksekliktir.

- $[OH] \perp [NP]$
- $[PC] \perp [NO]$
- $|OH| = |PC|$

[OB], $\widehat{NOP}$'na; [PD], $\widehat{OPN}$'na ait açıortaydır.

- $m(\widehat{NOB}) = m(\widehat{POB}) = \frac{m(\widehat{NOP})}{2}$
- $m(\widehat{NPD}) = m(\widehat{OPD}) = \frac{m(\widehat{OPN})}{2}$
- $|OB| = |PD|$

[OV], [NP]'na; [PE], [NO]'na ait kenarortaydır.

- $|NV| = |VP| = \frac{|NP|}{2}$
- $|NE| = |EO| = \frac{|NO|}{2}$
- $|OV| = |PE|$

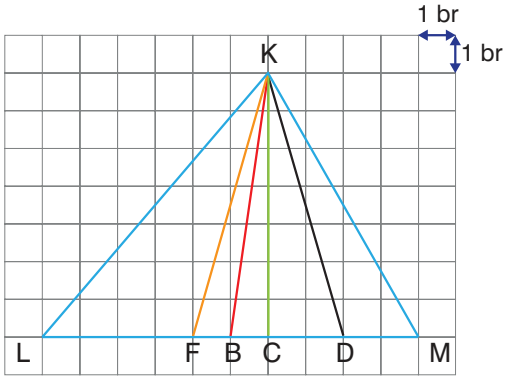
Bilgi Kutusu

Bir ikizkenar üçgende

- Eş olmayan açıya ait açıortay ile eş olmayan kenara ait kenarortay ve yükseklik eştir.
- Eş olan açılara ait açıortaylar eştir.
- Eş olan kenarlara ait kenarortaylar eştir.
- Eş olan kenarlara ait yükseklikler eştir.

Örnek

Kareli kâğıtta verilen KLM üçgenindeki [LM]'na ait kenarortayı belirleyiniz.



Etkileşimli içerik

Çözüm

$\widehat{KLM}$'ndeki [KF], [KB], [KC] ve [KD]'nın, [LM]'nda ayırdığı parçaların uzunluklarını inceleyelim.

[KF]'nı inceleyelim.

- $|LF| = 4$ br
- $|FM| = 6$ br

[KB]'nı inceleyelim.

- $|LB| = 5$ br
- $|BM| = 5$ br

[KC]'nı inceleyelim.

- $|LC| = 6$ br
- $|CM| = 4$ br

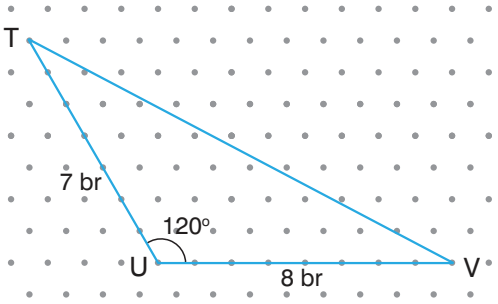
[KD]'nı inceleyelim.

- $|LD| = 8$ br
- $|DM| = 2$ br

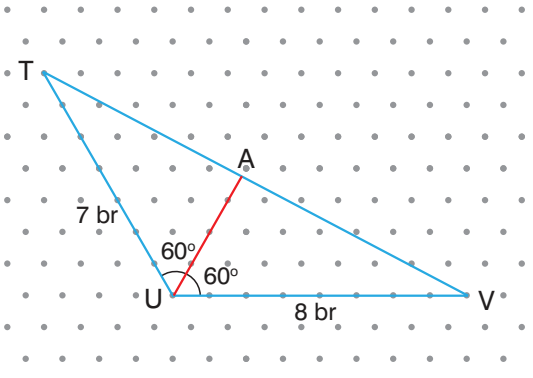
$|LB| = |BM| = 5$ br olduğundan [LM]'na ait kenarortay [KB]'dır.

Örnek

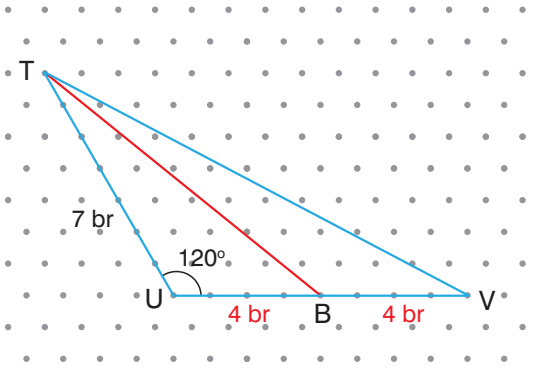
İzometrik kâğıttaki $\widehat{TUV}$'ndeki $\widehat{TUV}$'na ait açıortayı ve [UV]'na ait kenarortayı çiziniz.



Çözüm



$m(\widehat{TUA}) = m(\widehat{VUA}) = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$ olduğundan $\widehat{TUV}$'na ait açıortay [UA]'dır.

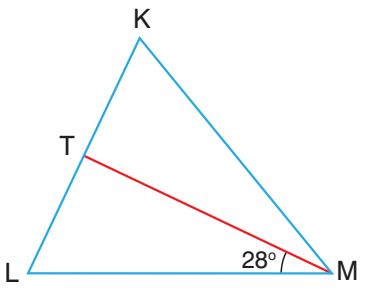


$|UB| = |BV| = \frac{8}{2} = 4$ br olduğundan [UV]'na ait kenarortay [TB]'dır.

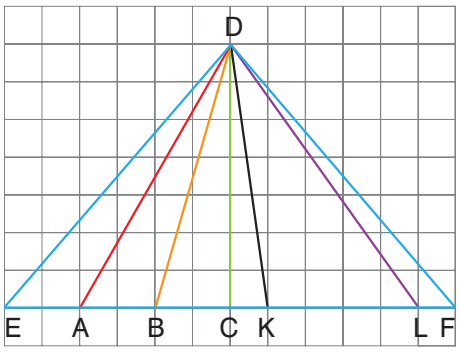
Alıştırmalar

1. Kareli alana dar, geniş ve dik açılı birer üçgen çiziniz. Çizdiğiniz üçgenlerin birer kenarortayını ve yüksekliğini belirtiniz.

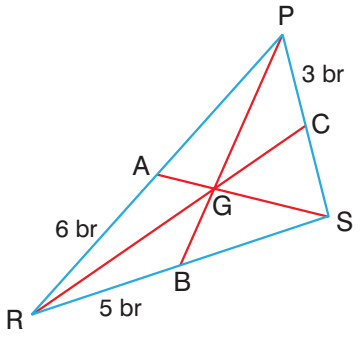
2. Yandaki $\widehat{KML}$'nde $|KM| = |ML|$ ve $[MT]$, $[KL]$'na ait kenarortaydır. $m(\widehat{LMT}) = 28°$ olduğuna göre $m(\widehat{LKM})$ kaç derecedir?



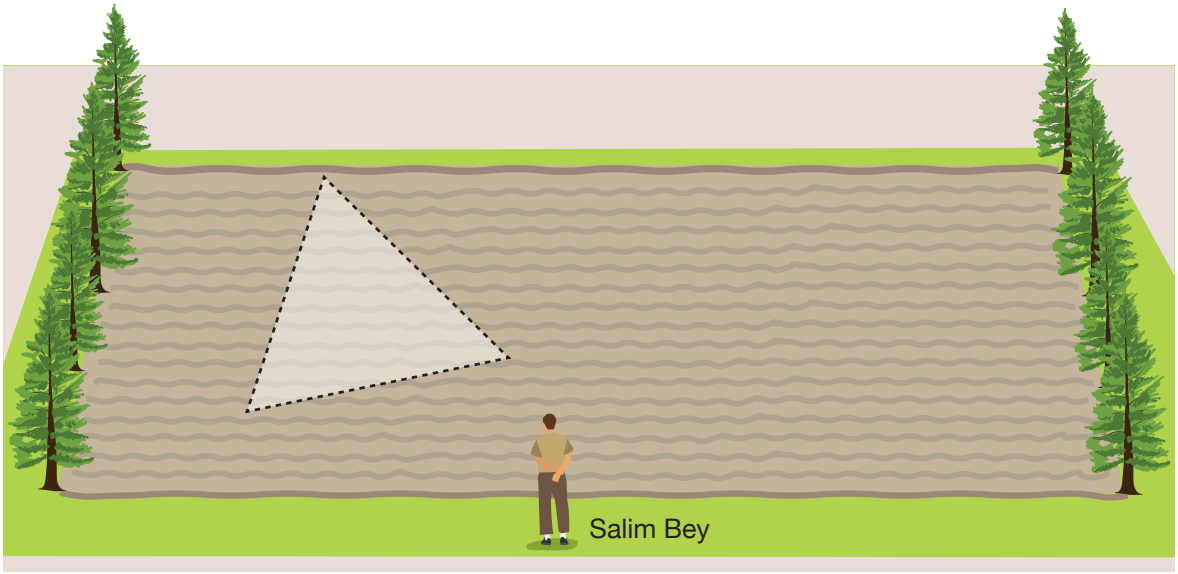
3. Kareli kâğıtta verilen DEF üçgenindeki $[EF]$'na ait kenarortay ile yüksekliği ve $\widehat{EDF}$'na ait açıortayı belirleyiniz.



4. Yandaki PRS üçgeninde $[SA]$, $[PB]$ ve $[RC]$ kenarortaylardır. $|PB| = 3$ br, $|AR| = 6$ br ve $|RB| = 5$ br olduğuna göre $\widehat{PRS}$'nin çevre uzunluğu kaç br'dir?



Üçgenlerin Kenarları Arasındaki İlişkiler



Salim Bey, bahçesinde üçgen şeklinde bir bölge belirleyip bölgeye çiçek ekmek istiyor. Buna göre Salim Bey, üçgen şeklinde bölgenin kenar uzunluklarını belirlerken nasıl bir yol izlemelidir? Açıklayınız.

Etkinlik

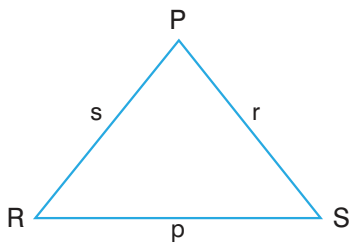
Araç Gereçler: A4 kâğıdı, cetvel.

- A4 kâğıdına, cetvel kullanarak bir üçgen çiziniz.
- Çizdiğiniz üçgenin kenar uzunluklarını cetvel ile ölçünüz. Ölçtüğünüz uzunlukları not ediniz.
- Üçgenin bir kenarının uzunluğunu belirleyiniz.
- Belirlediğiniz kenar dışında diğer kenar uzunluklarının farkının mutlak değeri ile toplamını bulup sonucu not ediniz.
- Belirlediğiniz kenar uzunluğunu ve not ettiğiniz farkın mutlak değeri ile toplamını sıralayınız.
- Aynı işlemi üçgenin diğer iki kenarı için de tekrarlayınız.
- Yazdığınız sıralamalardan yararlanarak bir üçgenin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi belirleyiniz. Belirlediğiniz ilişkiyi arkadaşlarınızla paylaşınız.

Bilgi Kutusu

Bir üçgende bir kenarın uzunluğu, diğer iki kenarın uzunluklarının farkının mutlak değerinden büyük, toplamından küçüktür.

Yandaki PRS üçgeninde



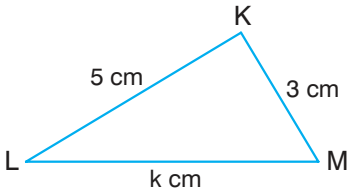
$|r-s| < p < r+s$

$|p-s| < r < p+s$

$|p-r| < s < p+r$ eşitsizlikleri sağlanır. Bu eşitsizliklere **üçgen eşitsizliği** adı verilir.

Örnek

Yandaki KLM üçgeninde $|KL| = 5\,cm$, $|KM| = 3\,cm$ ve $|LM| = k$ cm'dir. Buna göre k nin alabileceği doğal sayı değerlerini belirleyiniz.



Çözüm

KLM üçgeninde $|LM|$; $|KL|$ ile $|KM|$'nun farkının mutlak değerinden büyük, toplamından küçüktür.

$$||KL| - |KM|| < |LM| < |KL| + |KM|$$

$$|5 - 3| < |LM| < 5 + 3$$

$$2 < |LM| < 8$$

$$2 < k < 8$$

Yazdığımız sıralamaya göre k nin alabileceği doğal sayı değerleri: 3, 4, 5, 6 ve 7'dir.

Örnek

Bir PRS üçgeninde $|RS| = 6\,cm$, $|PR| = 7\,cm$ ise $|PS|$'nun "cm" biriminde alabileceği doğal sayı değerlerinin toplamını bulunuz.

Çözüm

PRS üçgeninde üçgen eşitsizliğini yazalım ve $|PS|$'nun "cm" biriminde alabileceği doğal sayı değerlerini belirleyelim.

$$||PR| - |RS|| < |PS| < |PR| + |RS|$$

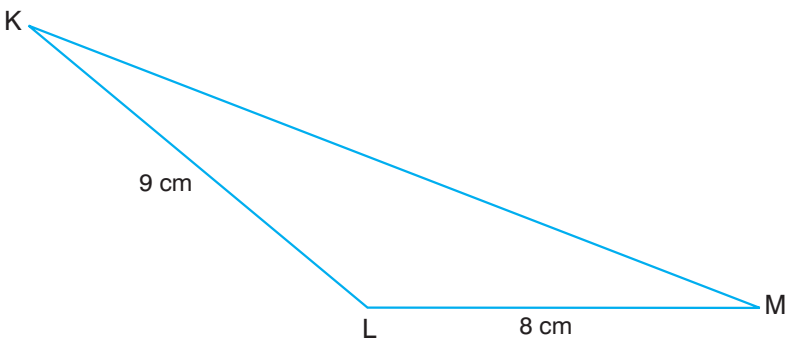
$$|7 - 6| < |PS| < 7 + 6$$

$$1 < |PS| < 13$$

$|PS|$'nun "cm" biriminde alabileceği doğal sayı değerleri: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ve 12'dir. Buna göre belirlediğimiz doğal sayıları toplayalım.

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 77$$

Örnek



Yukarıdaki KLM üçgeninde $|KL| = 9\,cm$, $|LM| = 8\,cm$ ve $|KM|$, "cm" biriminde bir doğal sayıdır. Buna göre KLM üçgeninin çevre uzunluğunun en fazla kaç cm olabileceğini bulunuz.

Çözüm

KLM üçgeninin çevre uzunluğunun en fazla kaç cm olabileceğini bulmak için önce $|KM|$'nun "cm" biriminde alabileceği en büyük doğal sayı değerini belirlemeliyiz.

KLM üçgeninde üçgen eşitsizliğini yazalım.

$$||KL|-|LM|| < |KM| < |KL|+|LM|$$

$$|9-8| < |KM| < 9+8$$

$$1 < |KM| < 17$$

$|KM|$'nun "cm" biriminde alabileceği doğal sayı değerleri: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 ve 16'dır. $|KM|$, en fazla 16 cm olabilir. Buna göre KLM üçgeninin çevre uzunluğunun en fazla kaç cm olabileceğini bulalım.

$$\text{Çevre uzunluğu} = |KL|+|LM|+|KM|$$

$$= 9+8+16$$

$$= 33 \text{ cm}$$

KLM üçgeninin çevre uzunluğu en fazla 33 cm olabilir.

Örnek

Ertem Bey, alışveriş yapıp evine dönerken poşetinde üçgen şeklinde bir yırtık olduğunu fark etmiştir. Üçgenin iki kenarının uzunluğu 4 cm ve 2 cm, üçüncü kenar uzunluğu ise "cm" biriminde bir doğal sayıdır. Buna göre üçgenin çevre uzunluğunun en az kaç cm olabileceğini bulunuz.

Çözüm

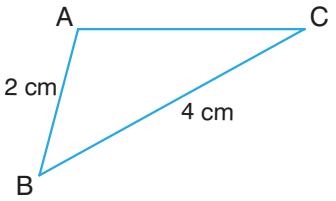
Ertem Bey'in elindeki poşette bulunan üçgen şeklindeki yırtığı aşağıdaki gibi modelleyelim. Modellediğimiz ABC üçgeninde üçgen eşitsizliğini yazalım.

$$||BC|-|AB|| < |AC| < |BC|+|AB|$$

$$|4-2| < |AC| < 4+2$$

$$2 < |AC| < 6$$

$|AC|$'nun alabileceği en küçük doğal sayı değeri 3 cm'dir.



$|AC| = 3\,\text{cm}$ olduğunu kabul ederek ABC üçgeninin çevre uzunluğunun en az kaç cm olabileceğini bulalım.

$$\text{Çevre uzunluğu} = |AB|+|BC|+|AC|$$

$$= 2+4+3$$

$$= 9\,\text{cm}$$

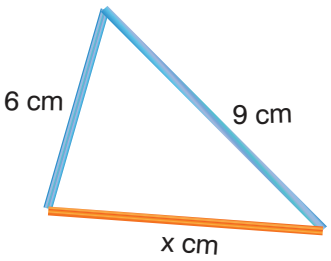
Ertem Bey'in elindeki poşetin üzerinde bulunan üçgen şeklindeki yırtığın çevre uzunluğu en az 9 cm olabilir.

Örnek

Şule, etkinlik yaparken sıranın üzerinde duran, uzunlukları 6 cm ve 9 cm olan iki mavi çubuğu eline aldı. Sıranın üzerinde uzunlukları 1 cm, 3 cm ve 8 cm olan üç farklı turuncu çubuk kaldı. Şule'nin sıradaki turuncu çubuklardan hangisini alması durumunda elindeki üç çubuğu kullanarak bir üçgen oluşturabileceğini bulunuz.

Çözüm

Şule'nin etkinlik yaparken aldığı mavi çubuklar ve alacağı turuncu çubukla oluşturacağı üçgeni aşağıdaki gibi modelleyelim.



Modellediğimiz üçgende üçgen eşitsizliğini yazalım.

$|9-6| < x < 9+6$

$3 < x < 15$

Şule'nin oluşturacağı üçgenin üçüncü kenar uzunluğu, 3 cm ile 15 cm arasında olabilir. Buna göre Şule, sıradaki 8 cm uzunluğunda olan turuncu çubuğu alırsa elindeki üç çubuğu kullanarak bir üçgen oluşturabilir.

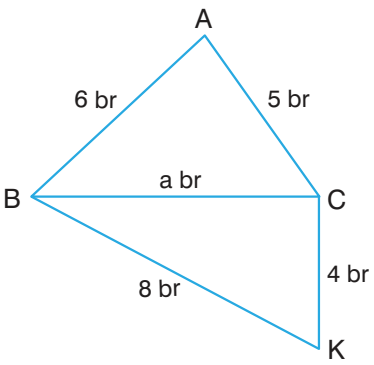
Örnek

Yandaki şekilde ABC ve KBC üçgendir.

$|AB| = 6$ br, $|AC| = 5$ br, $|CK| = 4$ br,

$|BK| = 8$ br ve $|BC| = a$ br'dir.

Buna göre a nın alabileceği doğal sayı değerlerini bulunuz.



Çözüm

ABC üçgeninde üçgen eşitsizliğini yazalım.

$|6-5| < a < 6+5$

$1 < a < 11$

Sıralamaya göre a nın alabileceği doğal sayı değerleri: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ve 10'dur.

KBC üçgeninde üçgen eşitsizliğini yazalım.

$|8-4| < a < 8+4$

$4 < a < 12$

Sıralamaya göre a nın alabileceği doğal sayı değerleri: 5, 6, 7, 8, 9, 10 ve 11'dir.

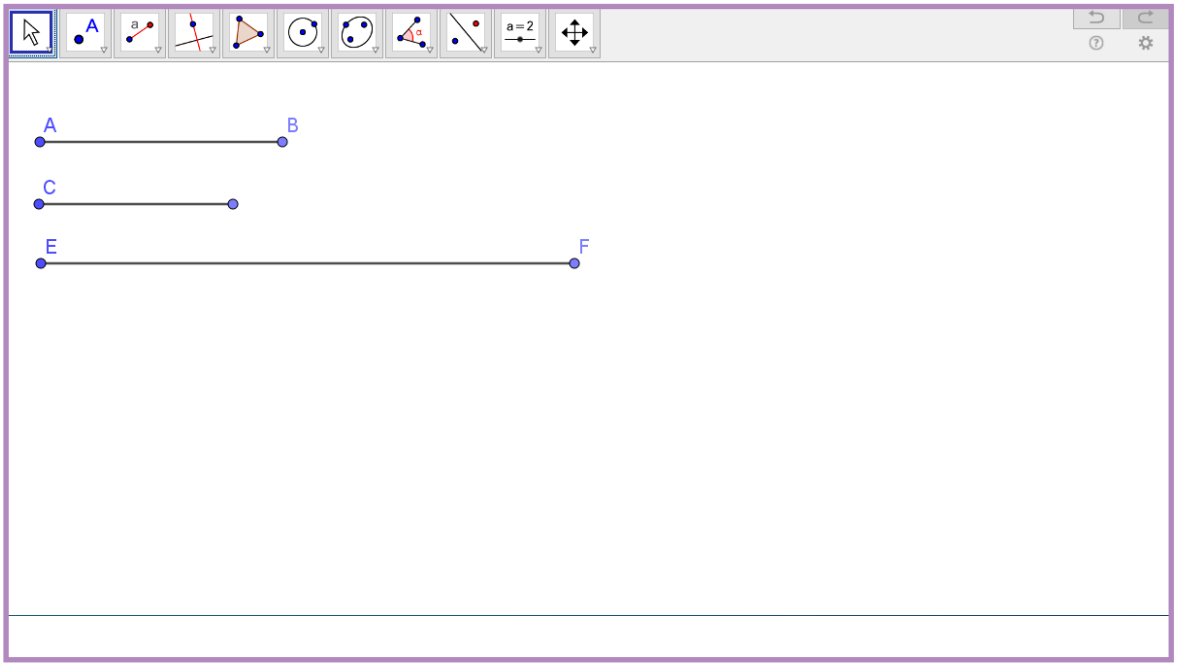
ABC ve KBC üçgenlerinde a nın alabileceği doğal sayı değerleri incelendiğinde 5, 6, 7, 8, 9 ve 10 değerlerinin ortak olduğu görülür.

Bu durumda a nın alabileceği doğal sayı değerleri: 5, 6, 7, 8, 9 ve 10'dur.

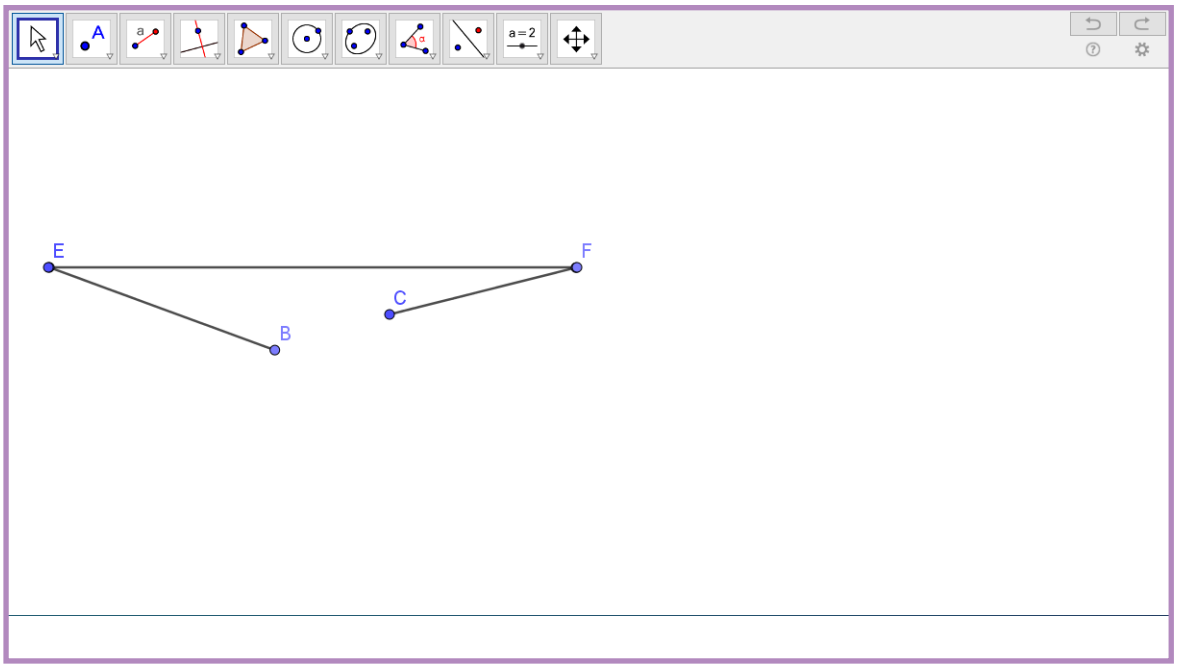
Bilgi Teknolojileri

Dinamik matematik ve geometri yazılımında iki kenarının uzunlukları toplamının üçüncü kenarının uzunluğundan küçük olan bir üçgenin çizilemeyeceğini belirleyelim.

Programda "Verilen Uzunlukta Doğru Parçası" sekmesini tıklayarak uzunluk kısmına 5 yazalım. Ekranda bir noktayı tıklayarak uzunluğu 5 cm olan bir [AB] çizelim. Aynı şekilde uzunluğu 4 cm olan bir [CD] ve uzunluğu 11 cm olan bir [EF] çizelim.

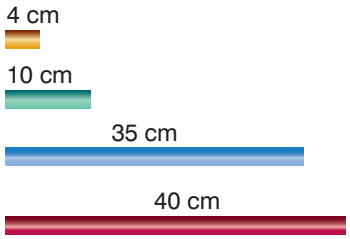


"Taşı" sekmesini tıklayarak doğru parçalarının birer ucu ortak olacak şekilde doğru parçalarını taşıyalım. Aşağıda görüldüğü gibi doğru parçaları ile bir üçgen oluşturamadık. Çünkü $5 + 4 < 11$'dir.

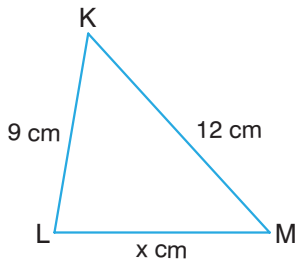


Alıştırmalar

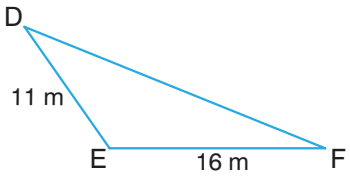
1. Önder, 20 cm ve 15 cm uzunluğundaki çubuklar ile birlikte bir çubuk daha kullanarak üçgen oluşturmak istiyor. Buna göre Önder, üçgen oluştururken 20 cm ve 15 cm uzunluğundaki çubuklarla beraber yandaki çubuklardan hangisini kullanmalıdır?



2. Yandaki KLM üçgeninde $|KL| = 9$ cm, $|KM| = 12$ cm ve $|LM| = x$ cm olduğuna göre x in alabileceği doğal sayı değerlerini belirleyiniz.

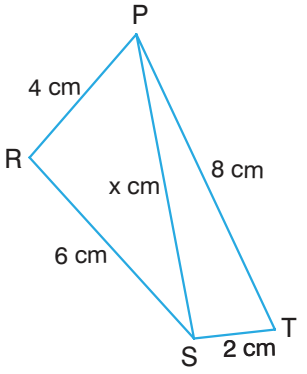


3. Yandaki DEF üçgeninde $|DE| = 11$ m, $|EF| = 16$ m'dir. Buna göre DEF üçgeninin çevre uzunluğunun "m" biriminde alabileceği en büyük doğal sayı değeri kaçtır?

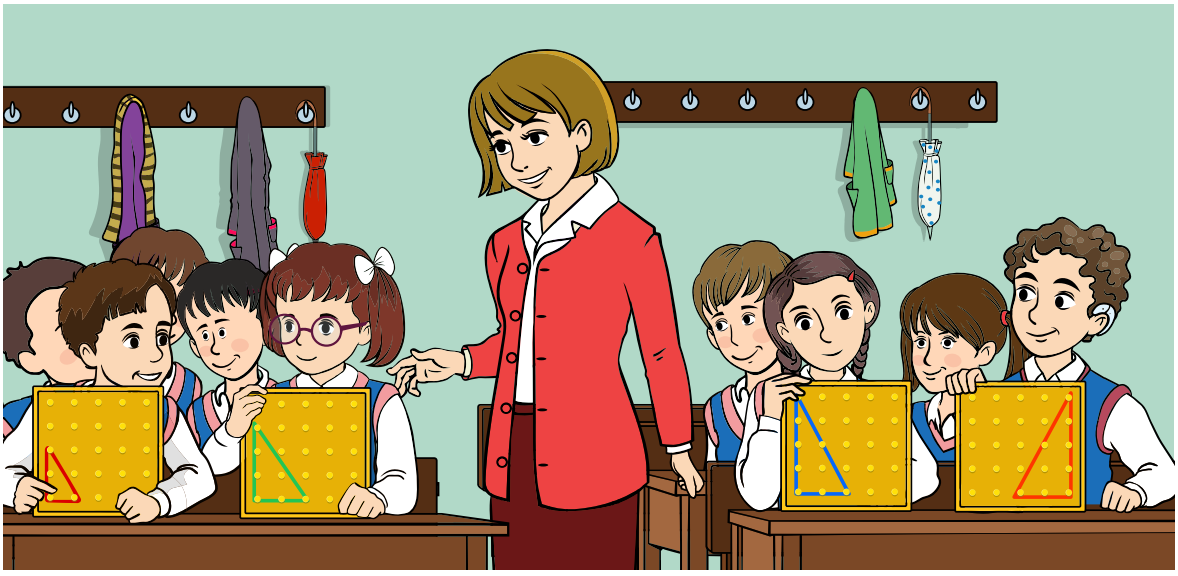


4. Yandaki şekilde, PRS ve PTS üçgendir. $|PR| = 4$ cm, $|RS| = 6$ cm, $|ST| = 2$ cm, $|PT| = 8$ cm ve $|PS| = x$ cm'dir.

Buna göre x in alabileceği en büyük ve en küçük doğal sayı değerlerini bulunuz.



Üçgenlerin Kenar Uzunlukları ile Açı Ölçüleri Arasındaki İlişkiler



Berrin Öğretmen, öğrencilerinden geometri tahtalarında lastiklerle birer dik üçgen oluşturmalarını istemiştir. Öğrenciler, öğretmenlerinin söylediği şekilde birer dik üçgen oluşturmuştur. Berrin Öğretmen öğrencilerine oluşturdukları dik üçgenlerin en uzun kenarlarının hangisi olduğunu sormuştur. Öğrencileri Berrin Öğretmen'e nasıl cevap vermelidir? Açıklayınız.

Hatırlatma

- Bir üçgenin çevre uzunluğu, kenar uzunluklarının toplamına eşittir.
- Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

Etkinlik

Araç Gereçler: Noktalı kâğıt, cetvel, açıölçer.

- Noktalı kâğıda, bir PRS üçgeni çiziniz.
- PRS üçgeninin iç açı ölçülerini, açıölçer kullanarak belirleyiniz.
- PRS üçgeninin iç açı ölçülerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
- PRS üçgenindeki $\widehat{P}$'nın karşısındaki kenarın uzunluğu p, $\widehat{R}$'nın karşısındaki kenarın uzunluğu r, $\widehat{S}$'nın karşısındaki kenarın uzunluğu s olsun.
- p, r ve s uzunluklarını cetvel kullanarak belirleyiniz.
- PRS üçgeninin kenar uzunluklarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
- Yaptığınız iki sıralamaya göre bir üçgenin kenar uzunlukları ile iç açı ölçüleri arasındaki ilişkiyi belirten genel bir ifade yazınız.
- Yazdığınız ifadeyi arkadaşlarınızla paylaşınız.

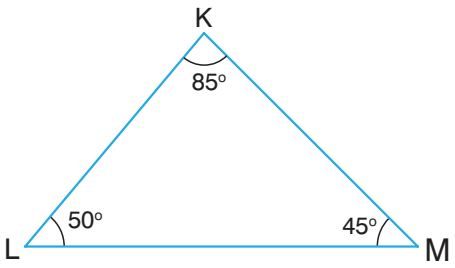
Bilgi Kutusu

Bir üçgende en küçük iç açının karşısında en kısa kenar, en büyük iç açının karşısında en uzun kenar bulunur.

Örnek

Yandaki KLM üçgeninde $m(\widehat{K}) = 85^\circ$, $m(\widehat{L}) = 50^\circ$ ve $m(\widehat{M}) = 45^\circ$ dir.

Buna göre KLM üçgenindeki kenar uzunluklarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.



Çözüm

KLM üçgeninin iç açı ölçülerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{M}) = 45^\circ \\ m(\widehat{L}) = 50^\circ \\ m(\widehat{K}) = 85^\circ \end{array}\right\} \quad m(\widehat{M}) < m(\widehat{L}) < m(\widehat{K})$$

KLM üçgenindeki en küçük iç açının karşısında en kısa kenar, en büyük iç açının karşısında en uzun kenar bulunur.

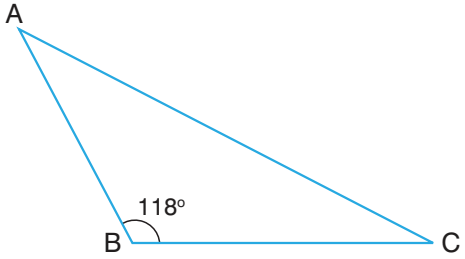
Buna göre önce KLM üçgenindeki iç açıların karşısında bulunan kenarları belirleyelim. Sonra KLM üçgenindeki kenar uzunluklarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$\widehat{M}$'nın karşısında $[KL]$, $\widehat{L}$'nın karşısında $[KM]$, $\widehat{K}$'nın karşısında $[LM]$ bulunur.

Buna göre KLM üçgeninin kenar uzunlukları küçükten büyüğe doğru $|KL| < |KM| < |LM|$ olarak sıralanır.

Örnek

Yandaki ABC üçgeninde $m(\widehat{B}) = 118^\circ$ dir. Buna göre ABC üçgenindeki en uzun kenarı belirleyiniz.



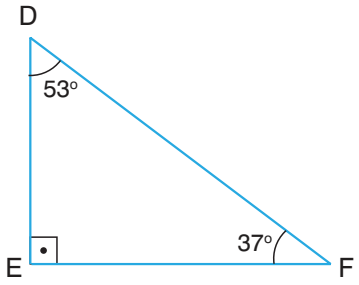
Çözüm

ABC üçgeni, geniş açılı bir üçgendir ve üçgendeki en büyük iç açının ölçüsü, $m(\widehat{B}) = 118^\circ$ dir.

Buna göre ABC üçgenindeki en uzun kenar, $\widehat{B}$'nın karşısındaki kenar olan $[AC]$'dır.

Örnek

Yandaki DEF dik üçgeninde $m(\widehat{D}) = 53°$, $m(\widehat{E}) = 90°$, $m(\widehat{F}) = 37°$ dir.



Buna göre DEF dik üçgenindeki kenar uzunluklarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Çözüm

DEF dik üçgeninin iç açı ölçülerini büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

$90° > 53° > 37° \rightarrow m(\widehat{E}) > m(\widehat{D}) > m(\widehat{F})$

DEF dik üçgeninde $\widehat{E}$'nın karşısında [DF], $\widehat{D}$'nın karşısında [EF] ve $\widehat{F}$'nın karşısında [DE] bulunur. Buna göre DEF dik üçgenindeki kenar uzunluklarını büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

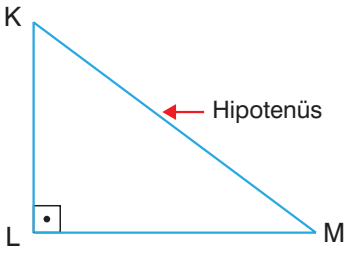
$m(\widehat{E}) > m(\widehat{D}) > m(\widehat{F}) \rightarrow |DF| > |EF| > |DE|$

Bilgi Kutusu

Bir dik üçgende dik açının karşısındaki kenara **hipotenüs** adı verilir.

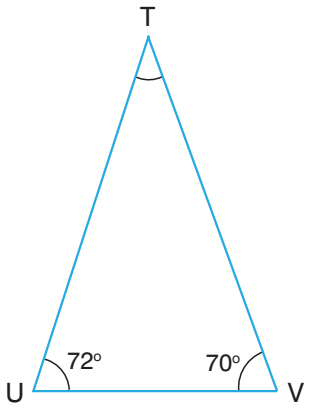
Yandaki KLM dik üçgeninde, dik açının karşısında bulunan [KM] hipotenüstür.

Bir dik üçgende hipotenüs, en uzun kenardır.



Örnek

Yandaki TUV üçgeninde $m(\widehat{U}) = 72°$, $m(\widehat{V}) = 70°$ dir. Buna göre TUV üçgenindeki en kısa kenarı belirleyiniz.



Çözüm

TUV üçgeninin iç açı ölçülerinin toplamı 180° dir. Buna göre $m(\widehat{T})$'nü bulalım.

$m(\widehat{T}) + m(\widehat{U}) + m(\widehat{V}) = 180°$

$m(\widehat{T}) + 72° + 70° = 180°$

$m(\widehat{T}) + 142° = 180° \rightarrow m(\widehat{T}) = 180° - 142° = 38°$

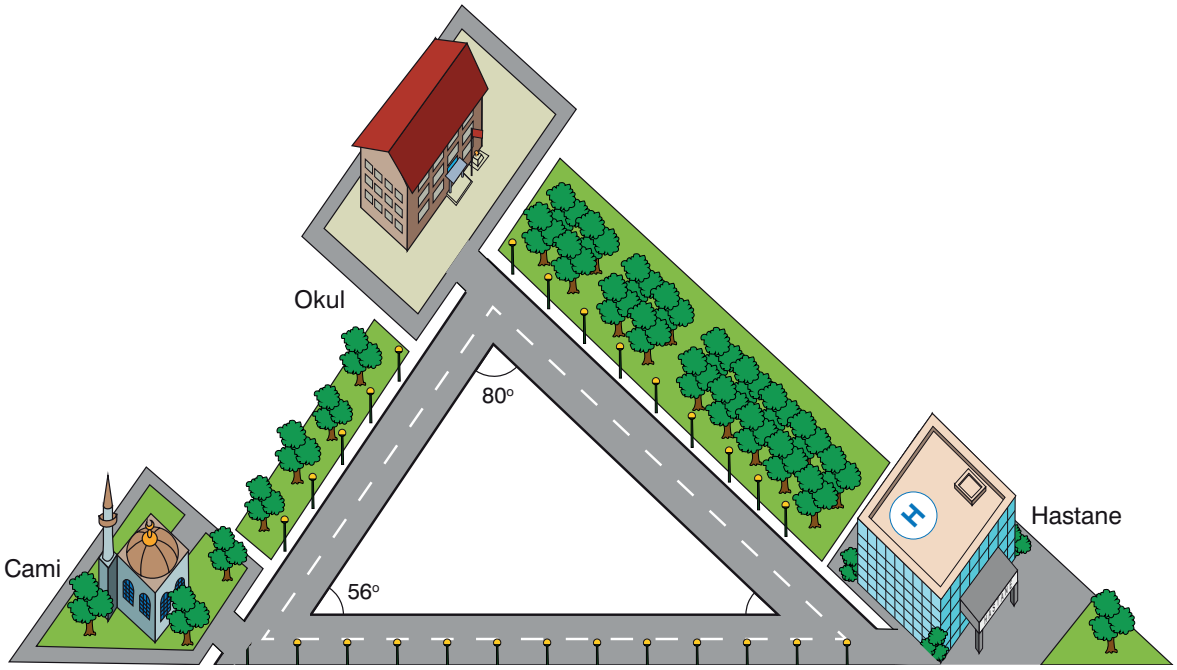
Önce TUV üçgenindeki iç açı ölçülerini, sonra iç açıların karşısındaki kenar uzunluklarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$38° < 70° < 72° \rightarrow m(\widehat{T}) < m(\widehat{V}) < m(\widehat{U})$

$|UV| < |TU| < |TV|$

Yaptığımız sıralamaya göre TUV üçgenindeki en kısa kenar [UV]'dır.

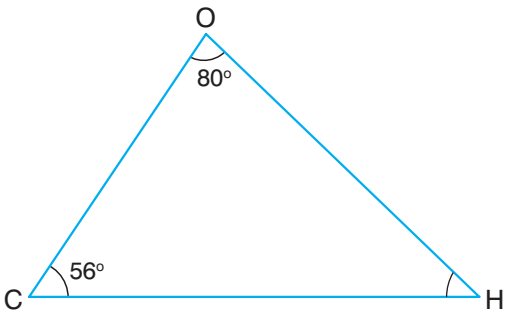
Örnek



Halil, mahallesindeki cami, okul ve hastanenin konumlarını yukarıda verilen görseldeki gibi belirlemiştir. Halil'in görselde hangi iki yapının arasındaki mesafenin diğerlerinden daha uzun olduğunu belirlemesi gerekmektedir. Görseldeki üçgenin verilen açı ölçülerine göre en uzun mesafeyi belirleyerek Halil'e yardımcı olunuz.

Çözüm

Görseldeki cami, okul ve hastanenin konumlarını belirten noktaların birleştirilmesi ile elde edilen üçgen, yandaki gibi modellenebilir. OCH üçgenindeki O noktası okulu, C noktası camiyi, H noktası ise hastaneyi temsil etmektedir. OCH üçgenindeki $\widehat{H}$'nın ölçüsünü bulalım.



$m(\widehat{H}) + m(\widehat{C}) + m(\widehat{O}) = 180°$

$m(\widehat{H}) + 56° + 80° = 180° \rightarrow m(\widehat{H}) = 180° - 136° = 44°$

$m(\widehat{H}) + 136° = 180°$

Önce OCH üçgeninin iç açı ölçülerini, sonra kenar uzunluklarını büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

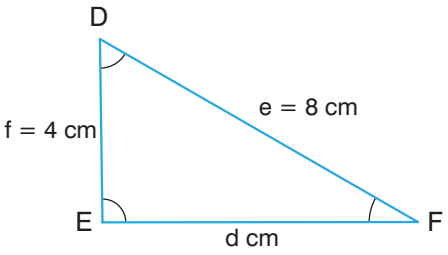
$80° > 56° > 44° \rightarrow m(\widehat{O}) > m(\widehat{C}) > m(\widehat{H})$

$|CH| > |OH| > |OC|$

Yaptığımız sıralamaya göre OCH üçgenindeki en uzun kenar $[CH]$'dır. Buna göre cami ile hastane arasındaki mesafe, en uzun mesafedir.

Örnek

Yandaki DEF üçgeninde $|DE| = f = 4\,cm$, $|DF| = e = 8\,cm$, $|EF| = d\,cm$ ve $m(\widehat{D}) < m(\widehat{E})$ olduğuna göre d nin alabileceği doğal sayı değerlerini belirleyiniz.



Çözüm

DEF üçgeninde üçgen eşitsizliğini yazalım.

$|e - f| < d < e + f$

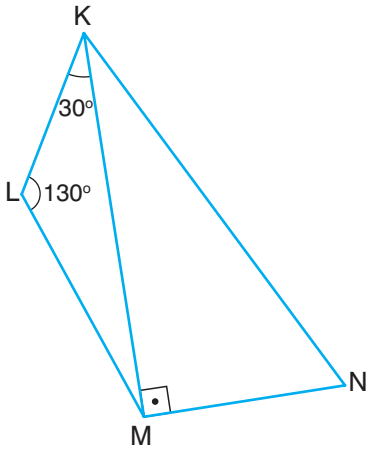
$|8 - 4| < d < 8 + 4$

$4 < d < 12$

Yazdığımız sıralamaya göre d nin alabileceği doğal sayı değerleri; 5, 6, 7, 8, 9, 10 ve 11'dir. $m(\widehat{D}) < m(\widehat{E})$ olduğundan $d < e$ yani $d < 8$ olmalıdır. Buna göre d nin alabileceği doğal sayı değerleri 5, 6 ve 7'dir.

Örnek

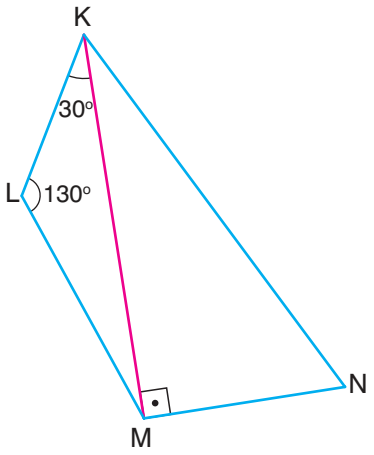
Yandaki şekilde, KLM ile KMN üçgendir. $m(\widehat{LKM}) = 30^\circ$, $m(\widehat{KLM}) = 130^\circ$ ve $m(\widehat{KMN}) = 90^\circ$ ise şekildeki en uzun kenarı belirleyiniz.



Çözüm

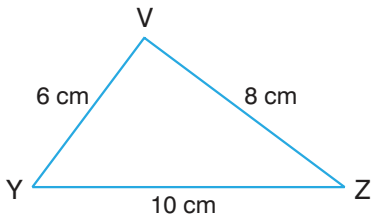
KLM üçgenindeki geniş açı olan $\widehat{KLM}$'nın karşısındaki kenar olan [KM], KLM üçgenindeki en uzun kenardır. [KM], KLM üçgenindeki en uzun kenar olmasına rağmen KMN üçgenindeki en uzun kenar değildir. Ölçüsü 90° olan $\widehat{KMN}$'nın karşısındaki [KN], KMN üçgenindeki en uzun kenardır.

Buna göre şekildeki en uzun kenar [KN]'dır.



Örnek

Yandaki VYZ üçgeninde $|VY| = 6\,cm$, $|YZ| = 10\,cm$ ve $|VZ| = 8$ cm'dir. Buna göre VYZ üçgeninin iç açılarının ölçülerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.



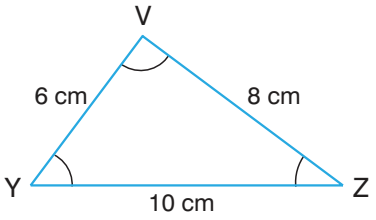
Çözüm

VYZ üçgeninin kenar uzunluklarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$6\,cm < 8\,cm < 10\,cm$

$|VY| < |VZ| < |YZ|$

[VY], $\widehat{Z}$'nın karşısındaki; [VZ], $\widehat{Y}$'nın karşısındaki; [YZ] ise $\widehat{V}$'nın karşısındaki kenardır.

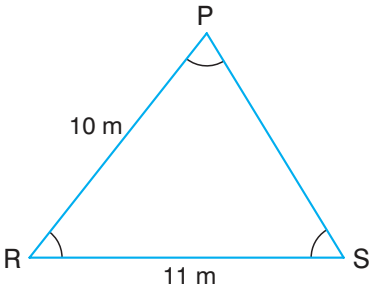


Buna göre VYZ üçgeninin iç açılarının ölçülerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$|VY| < |VZ| < |YZ| \rightarrow m(\widehat{Z}) < m(\widehat{Y}) < m(\widehat{V})$

Örnek

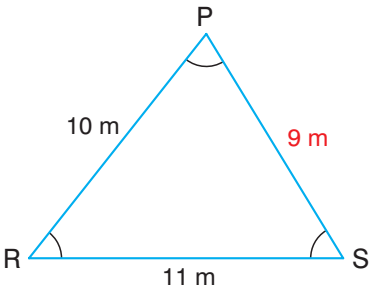
Yandaki PRS üçgeninde $|PR| = 10\,m$, $|RS| = 11$ m'dir. PRS üçgeninin çevre uzunluğu 30 m olduğuna göre PRS üçgenindeki en küçük iç açıyı belirleyiniz.



Çözüm

PRS üçgeninin çevre uzunluğu, kenar uzunluklarının toplamına eşittir. Buna göre $|PS|$'nu bulalım.

$$\text{Çevre uzunluğu} = |PR| + |RS| + |PS|$$
$$30 = 10 + 11 + |PS|$$
$$30 = 21 + |PS|$$
$$30 - 21 = |PS| \rightarrow |PS| = 9\,m$$



PRS üçgeninin önce kenar uzunluklarını, sonra iç açılarının ölçülerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

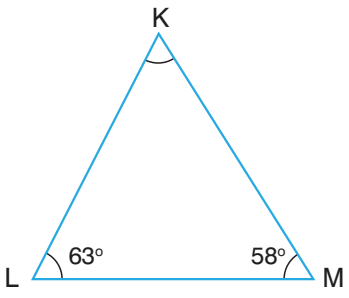
$9\,m < 10\,m < 11\,m \rightarrow |PS| < |PR| < |RS|$

$m(\widehat{R}) < m(\widehat{S}) < m(\widehat{P})$

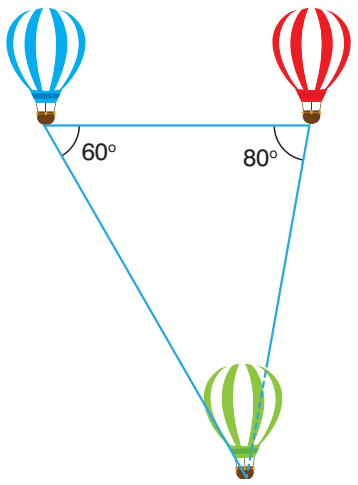
Yaptığımız sıralamaya göre PRS üçgenindeki en küçük iç açı $\widehat{R}$'dır.

Alıştırmalar

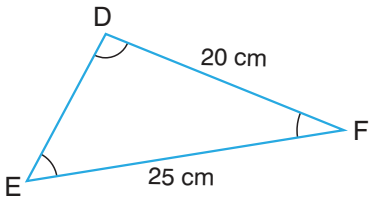
1. Yandaki $\widehat{KLM}$'nde $m(\widehat{L}) = 63°$, $m(\widehat{M}) = 58°$ olduğuna göre KLM üçgeninin kenar uzunluklarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.



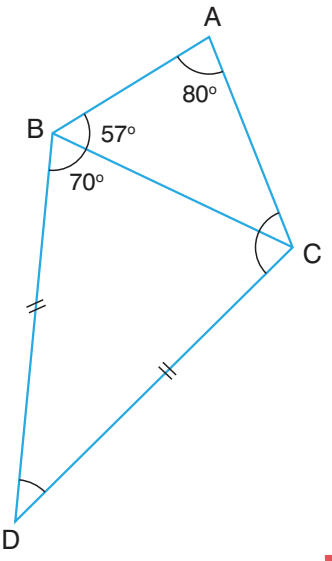
2. Gökyüzünde hareket eden üç adet balonun birbirlerine göre konumları, yandaki görselde verilmiştir. Buna göre hangi renkteki balonlar birbirine daha yakındır?



3. Yandaki DEF üçgeninde $|DF| = 20$ cm, $|EF| = 25$ cm'dir. DEF üçgeninin çevre uzunluğu 58 cm olduğuna göre DEF üçgenindeki en büyük iç açıyı belirleyiniz.



4. Yandaki şekilde ABC ile BDC üçgendir. $m(\widehat{ABC}) = 57°$, $m(\widehat{BAC}) = 80°$, $m(\widehat{CBD}) = 70°$ ve $|BD| = |CD|$ olduğuna göre şekildeki en kısa kenar hangisidir?



Yeterli Sayıda Elemanının Ölçüleri Verilen Bir Üçgeni Çizme

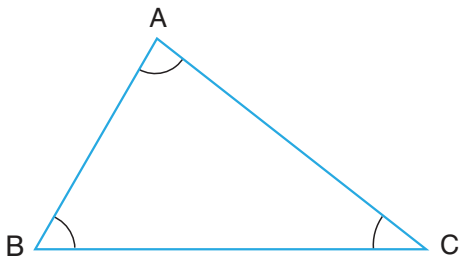
Nur Hanım ile Ertuğrul Bey, bir atölyede bazı oyuncakların üçgen şeklindeki bir parçasını üretiyorlar. Nur Hanım kenar uzunlukları 6, 8 ve 10 cm olan üçgen şeklinde sadece bir parça, Ertuğrul Bey ise birden farklı parça üretilebileceğini savunmaktadır. Nur Hanım ve Ertuğrul Bey'den hangisinin savunduğu fikir doğrudur? Açıklayınız.

Hatırlatma

Bir üçgenin 3 köşesi, 3 iç açısı ve 3 kenarı vardır.

Yandaki ABC üçgeninin

- Köşeleri; A, B ve C noktalarıdır.
- İç açıları; $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ ve $\widehat{C}$'dır.
- Kenarları; [AB], [AC] ve [BC]'dır.



Etkinlik

Araç Gereçler: Farklı, ancak birbirine yakın uzunluklarda olan üç adet kalem, cetvel.

- Üç kalemin kenar uzunluklarını, cetvel kullanarak belirleyiniz ve not ediniz.
- Kenar uzunlukları, not ettiğiniz uzunluklar olan bir üçgen olabilir mi? Arkadaşlarınızla tartışınız.
- Kalemleri kullanarak bir üçgen oluşturunuz.
- Üçgen oluştururken nasıl bir yol izlediğinizi belirtiniz.
- Kalemlerle, oluşturduğunuz üçgenden başka bir üçgen oluşturabilir misiniz? Açıklayınız.
- Yaptığınız açıklamaya göre üç kenar uzunluğu bilinen bir üçgen ile aynı kenar uzunluklarına sahip başka bir üçgen çizilip çizilemeyeceğine yönelik genel bir ifade yazınız.

Bilgi Kutusu

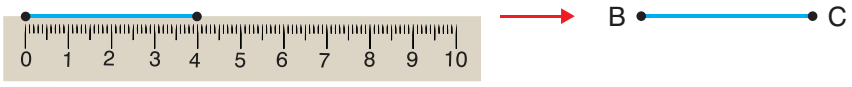
Üç kenarının uzunluğu bilinen bir üçgen çizilebilir.

Örnek

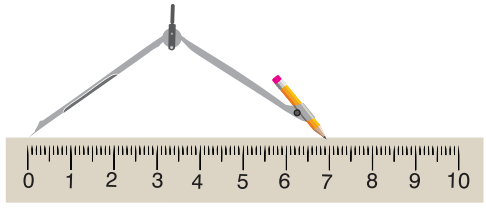
Kenar uzunlukları; $|AB| = 7$ cm, $|AC| = 7$ cm ve $|BC| = 4$ cm olan bir BAC üçgenini, cetvel ve pergel kullanarak çiziniz.

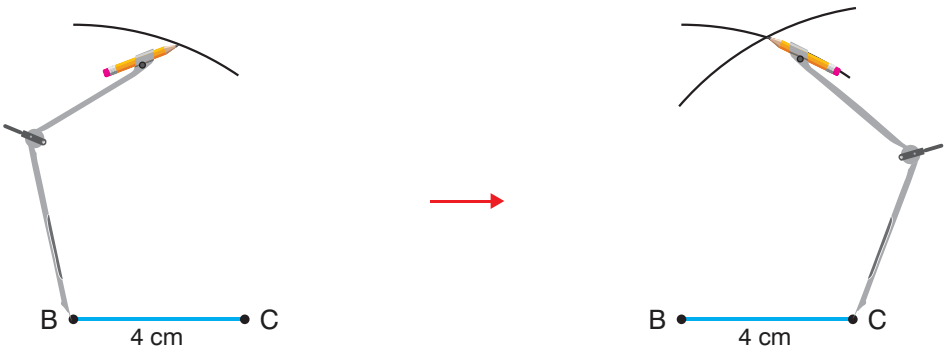
Çözüm

Önce uzunluğu 4 cm olan $[BC]$'nı cetvel kullanarak çizelim.



Sonra pergelimizi, cetvel kullanarak 7 cm açalım. Pergelimizin sivri ucunu sırasıyla B ve C noktalarına yerleştirelim ve birbirini kesen iki yay çizelim.





Yayların kesişim noktasını A noktası olarak isimlendirelim. Cetvel kullanarak $[AB]$ ve $[AC]$'nı çizelim. Son olarak fazlalıkları silelim ve BAC üçgenini oluşturalım.

Çizdiğimiz BAC üçgeni, iki kenar uzunluğu 7 cm olan bir ikizkenar üçgendir.

Etkinlik

Araç Gereçler: Noktalı kâğıt, açıölçer, cetvel.

- Noktalı kâğıda cetvel kullanarak uzunluğu 6 cm olan bir [KL] çiziniz.
- Açıölçer kullanarak ölçüsü 35° olan bir $\widehat{LKM}$ çiziniz.
- Açıölçer kullanarak ölçüsü 60° olan bir $\widehat{KLM}$ çiziniz.
- Çizdiğiniz açıların uçlarını uzatarak bir $\widehat{KLM}$ çiziniz.
- Çizdiğiniz $\widehat{KLM}$'ne göre bir üçgenin çizilebilmesi için iki iç açısının ölçüsü ile bu iç açıların ortak kolunun uzunluğunun bilinmesi yeterli midir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

İki iç açısının ölçüsü ile bu iç açıların ortak kolu olan kenarının uzunluğu bilinen bir üçgen çizilebilir.

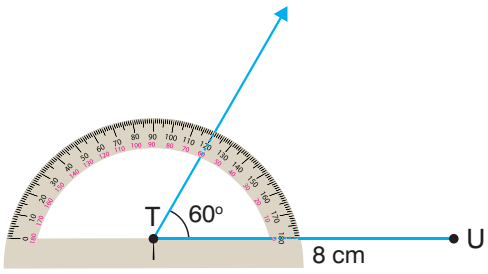
Örnek

$|TU| = 8$ cm, $\widehat{UTP}$'nın ölçüsü 60° ve $\widehat{TUP}$'nın ölçüsü 50° olan bir $\widehat{PTU}$'ni, cetvel ve açıölçer kullanarak çiziniz.

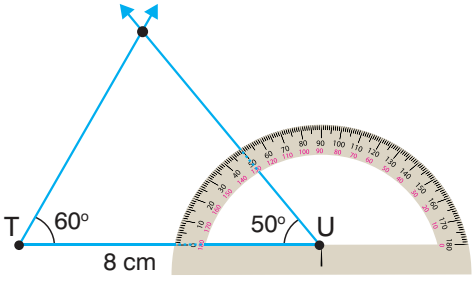
Çözüm

Önce uzunluğu 8 cm olan bir [TU]'nı cetvel kullanarak çizelim.

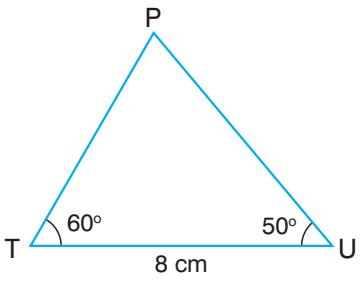
Sonra açıölçerin merkezini T noktasına yerleştirerek ölçüsü 60° olan bir açı çizelim.



Daha sonra açıölçerin merkezini U noktasına yerleştirerek ölçüsü 50° olan bir açı çizelim.



Son olarak iki ışının kesişim noktasını P noktası olarak isimlendirelim. Fazlalıkları silelim ve $\widehat{PTU}$'ni yandaki gibi oluşturalım.



Etkinlik

Araç Gereçler: Açıölçer, cetvel.

- Cetvel kullanarak uzunluğu 10 cm olan bir [EF] çiziniz.
- Açıölçer kullanarak ölçüsü 70° olan bir $\widehat{FED}$ çiziniz.
- $\widehat{FED}$'nın yeni çizdiğiniz kolunda E noktasından 13 cm uzaklıktaki noktayı cetvel yardımıyla belirleyiniz. Belirlediğiniz noktayı, D noktası olarak isimlendiriniz.
- D ile F noktalarını cetvel kullanarak birleştiriniz ve bir $\widehat{DEF}$ çiziniz.
- Çizdiğiniz $\widehat{DEF}$'ne göre bir üçgenin çizilebilmesi için iki kenarının uzunluğu ile bu kenarların arasındaki iç açısının ölçüsünün bilinmesi yeterli midir? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

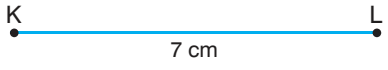
İki kenarının uzunluğu ile bu kenarların arasındaki iç açısının ölçüsü bilinen bir üçgen çizilebilir.

Örnek

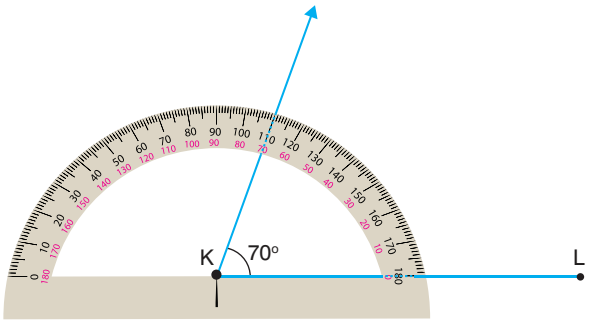
$|KL| = 7$ cm, $|KM| = 8$ cm ve $m(\widehat{LKM}) = 70°$ olan bir $\widehat{KLM}$'ni cetvel ve açıölçer kullanarak çiziniz.

Çözüm

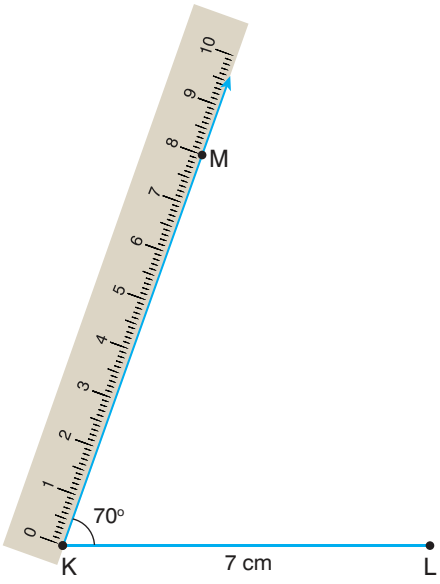
Önce uzunluğu 7 cm olan bir [KL]'nı cetvel kullanarak çizelim.



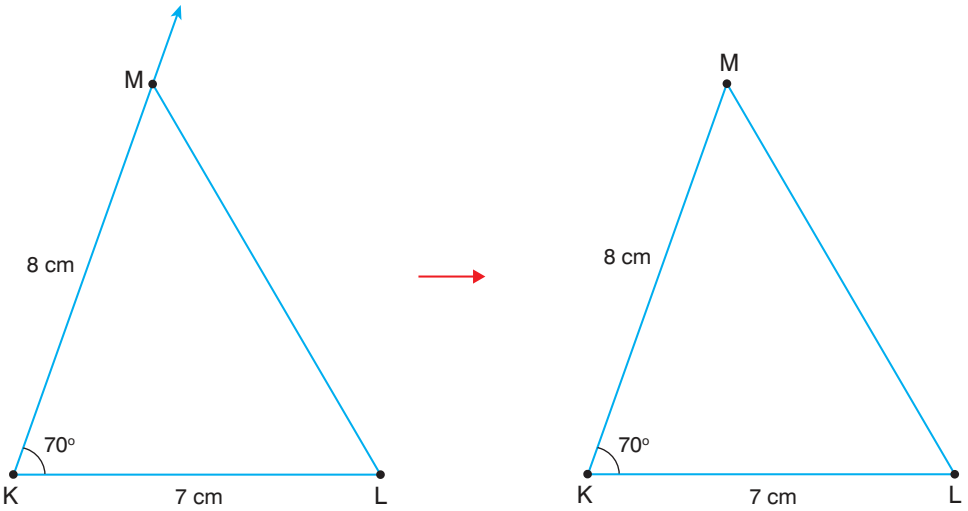
Sonra açıölçerin merkezini K noktasına yerleştirerek ölçüsü 70° olan bir açı çizelim.



Daha sonra çizdiğimiz ışında K noktasından 8 cm uzaklıktaki noktayı cetvel kullanarak belirleyelim ve M noktası olarak isimlendirelim.



Son olarak L ile M noktalarını cetvel kullanarak birleştirelim ve [LM]'nı çizelim. Fazlalıkları silelim ve $\widehat{KLM}$'ni oluşturalım.



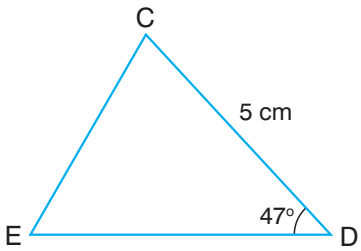
Örnek

Sertan; $|CD| = 5$ cm ve $m(\widehat{CDE}) = 47°$ olan bir $\widehat{CDE}$'ni çizmek istiyor. Buna göre Sertan'ın üçgenin hangi ölçüsünü ya da ölçülerini bilmesinin yeterli olacağını belirleyiniz.

Çözüm

Sertan'ın çizmek istediği üçgende $|CD| = 5$ cm ve $m(\widehat{CDE}) = 47°$ olarak verilmiş. Yandaki $\widehat{CDE}$'ne göre Sertan'ın istediği üçgeni çizilebilmesi için

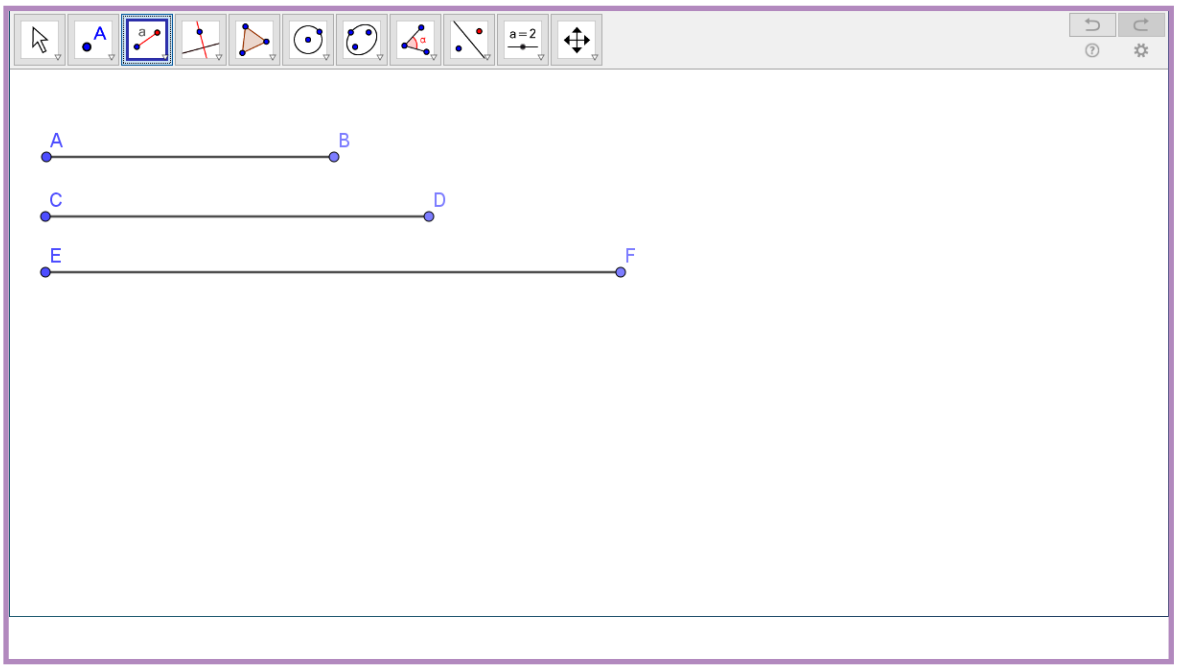
- $|DE|$'nu bilmesi yeterlidir.
- $m(\widehat{ECD})$'nü bilmesi yeterlidir.



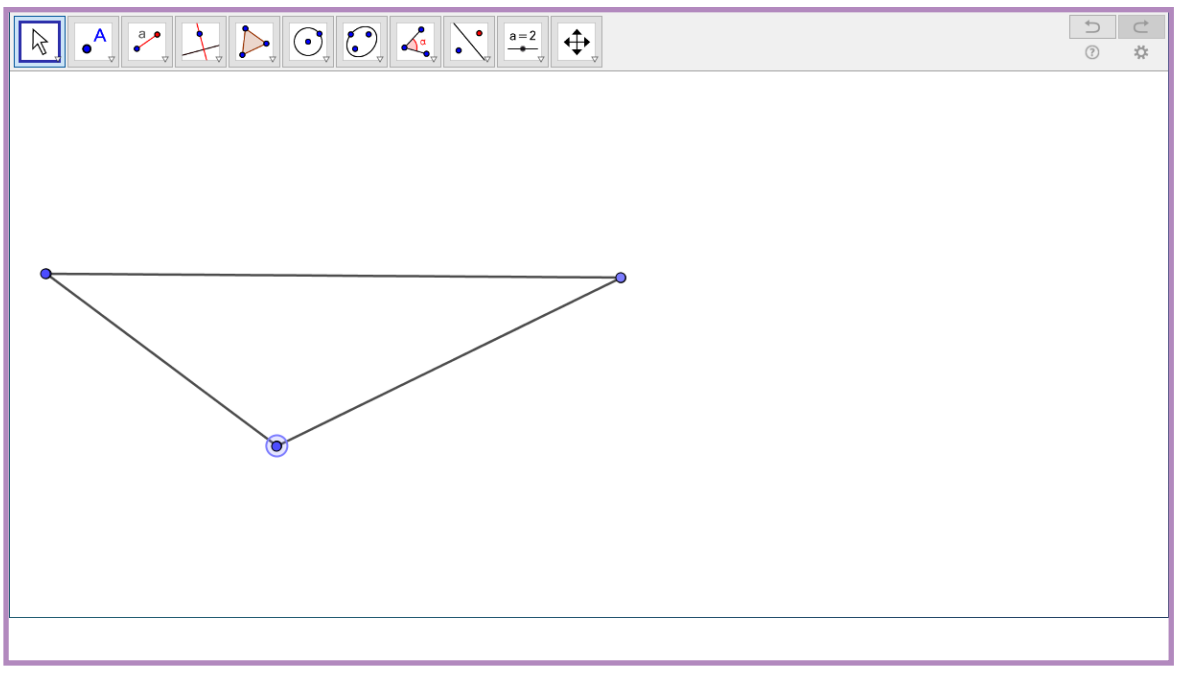
Bilgi Teknolojileri

Dinamik matematik ve geometri yazılımında kenar uzunlukları 6, 8 ve 12 cm olan bir üçgen çizelim.

Programda “Verilen Uzunlukta Doğru Parçası” sekmesini tıklayarak uzunluk kısmına 6 yazalım. Ekranda bir noktayı tıklayarak uzunluğu 6 cm olan bir [AB] çizelim. Aynı şekilde uzunluğu 8 cm olan bir [CD] ve uzunluğu 12 cm olan bir [EF] çizelim.



“Taşı” sekmesine tıklayarak doğru parçalarının birer ucu ortak olacak şekilde doğru parçalarını taşıyalım. Aşağıda görüldüğü gibi kenar uzunlukları 6, 8 ve 12 cm olan sadece bir üçgen çizilebilir.



Alıştırmalar

1. Görseldeki öğrencilerin bazı ölçülerini belirttiği üçgenlerden hangilerinden sadece birer tane çizilebilir?

Üç kenarının uzunluğu bilinen üçgen.

Pınar

Üç iç açısının ölçüsü bilinen üçgen.

Kağan

İki iç açısının ölçüsü ve bu iç açıların ortak kolu olan kenarının uzunluğu bilinen üçgen.

Damla

İki kenarının uzunluğu bilinen üçgen.

Onur

2. $|PR| = 5\,cm$, $|RS| = 4\,cm$ ve $|PS| = 3\,cm$ olan bir PRS üçgenini cetvel ve pergel kullanarak çiziniz.

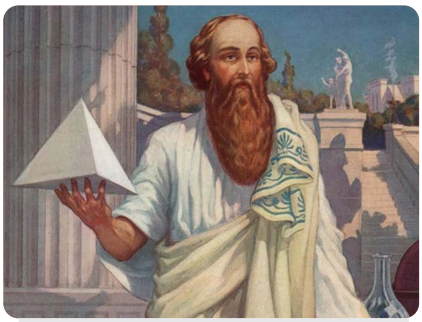
3. $|HK| = 2\,cm$, $m(\widehat{HKL}) = 60^\circ$ ve $m(\widehat{KHL}) = 65^\circ$ olan bir HKL üçgenini cetvel ve açıölçer kullanarak çiziniz.

4. $|DE| = 6\,cm$, $|EF| = 7\,cm$ ve $m(\widehat{DEF}) = 40^\circ$ olan bir DEF üçgenini cetvel ve açıölçer kullanarak çiziniz.

Pisagor Bağıntısı

MÖ 570 ile 495 yılları arasında yaşayan Pisagor, matematik alanında birçok çalışma ve eser ortaya koymuştur.

Sayıların filozofu olarak bilinen Pisagor, her şeyin sayılarla ilişkili olduğunu belirtmiştir. Pisagor, üçgenlerin bilinmeyen kenar uzunluklarının bilinen kenar uzunluklarından faydalanarak bulunmasına yönelik bir bağıntı oluşturmuştur. Üçgenlerin kenar uzunluklarını bulmaya yönelik çalışmalar yapan diğer bilim insanlarını araştırınız.



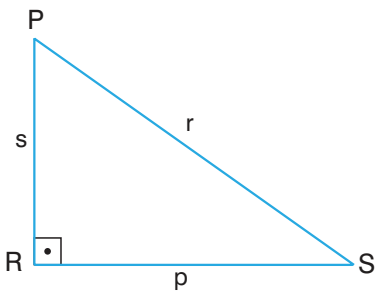
Pisagor (Temsilî)

Bilgi Kutusu

Bir dik üçgende hipotenüs uzunluğunun karesi, dik kenar uzunluklarının kareleri toplamına eşittir. Bu eşitlik **Pisagor bağıntısı** olarak adlandırılır.

Yandaki PRS dik üçgeninde hipotenüs uzunluğu r olmak üzere Pisagor bağıntısı, aşağıdaki gibi yazılabilir:

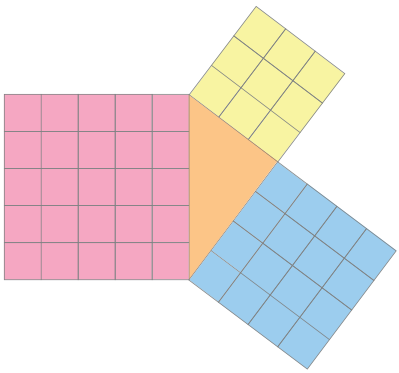
$r^2 = p^2 + s^2$



Etkinlik

Araç Gereçler : A4 kâğıdı, kareli kâğıt, makas, pembe, mavi, sarı ve turuncu boya kalemleri.

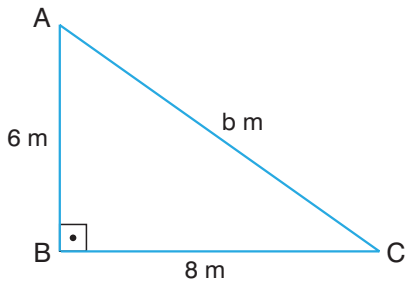
- Kareli kâğıda, alanları sırasıyla 25 cm^2, 16 cm^2 ve 9 cm^2 olan üç farklı kare çiziniz.
- Kareleri sırasıyla pembe, mavi ve sarıya yandaki gibi boyayınız.
- Pembe, mavi ve sarı kareleri, makas kullanarak kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- Pembe, mavi ve sarı karelerin kenarlarını yandaki gibi kullanarak A4 kâğıdının üzerine yerleştiriniz. Kenarlarla oluşturduğunuz üçgeni yandaki gibi turuncuya boyayınız. Turuncu üçgen, bir dik üçgen olabilir mi? Açıklayınız.



- Kareli kâğıda alanları sırasıyla 49 cm^2, 36 cm^2 ve 9 cm^2 olan üç farklı kare çiziniz.
- Kareleri sırasıyla pembe, mavi ve sarıya boyayınız.
- Pembe, mavi ve sarı kareleri, makas kullanarak kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- Pembe, mavi ve sarı karelerin kenarlarını kullanarak bir dik üçgen elde edebilir misiniz? Açıklayınız.

Örnek

Yandaki ABC dik üçgeninde $|AB| = 6\,m$, $|BC| = 8\,m$, $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ ve $|AC| = b$ m'dir. ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını kullanarak b yerine yazılması gereken sayıyı bulunuz.



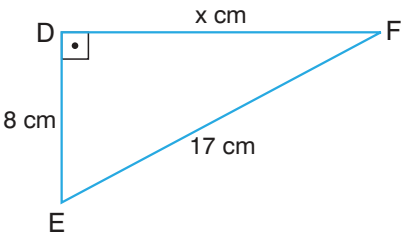
Çözüm

ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$
$$b^2 = 6^2 + 8^2$$
$$b^2 = 36 + 64$$
$$b^2 = 100$$
$$\sqrt{b^2} = \sqrt{100}$$
$$b = 10$$

Örnek

Yandaki DEF dik üçgeninde $|EF| = 8\,cm$, $|DF| = 17\,cm$, $m(\widehat{DEF}) = 90^\circ$ ve $|DE| = x\,cm$'dir.



DEF dik üçgenindeki x yerine yazılması gereken sayıyı bulunuz.

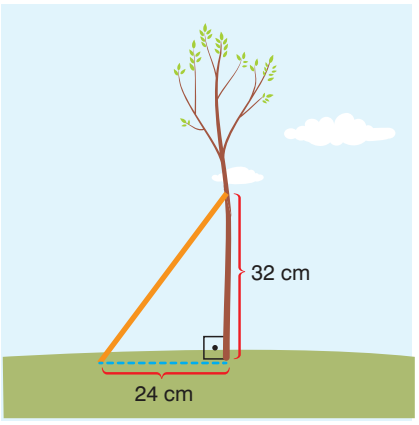
Çözüm

DEF dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.

$$|DF|^2 = |DE|^2 + |EF|^2$$
$$17^2 = x^2 + 8^2$$
$$289 = x^2 + 64$$
$$289 - 64 = x^2$$
$$225 = x^2$$
$$\sqrt{225} = \sqrt{x^2}$$
$$x = 15$$

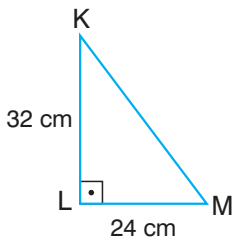
Örnek

Mehtap Hanım, bahçesine diktiği fidanın dik durması için görseldeki gibi bir çıtayı fidana doğru yerleştirdi. Görselde verilen ölçülere göre Mehtap Hanım'ın yerleştirdiği çıtanın uzunluğunu bulunuz.



Çözüm

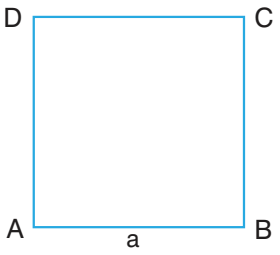
Fidanın gövdesi, zemin ve çıta ile yandaki KLM dik üçgeni modellenebilir. KLM dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.



$$\left.\begin{aligned} |KM|^2 &= |KL|^2 + |LM|^2 \\ |KM|^2 &= 32^2 + 24^2 \\ |KM|^2 &= 1024 + 576 \\ |KM|^2 &= 1600 \\ \sqrt{|KM|^2} &= \sqrt{1600} \\ |KM| &= 40\,\text{cm} \end{aligned}\right\}$$ Çıtanın uzunluğu, $|KM| = 40$ cm'dir.

Örnek

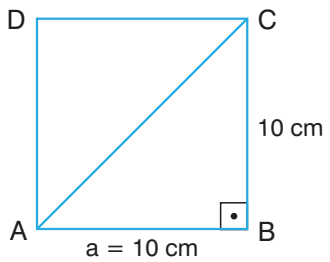
Yandaki ABCD karesinin alanı 100 cm^2 dir. Buna göre ABCD karesinin bir köşegeninin uzunluğunu bulunuz.



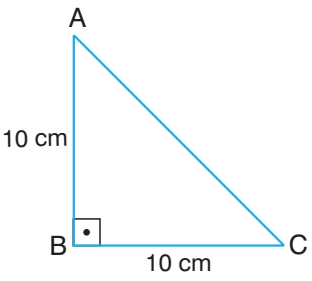
Çözüm

Alanı 100 cm^2 olan ABCD karesinin bir kenar uzunluğu,
$a = \sqrt{100} = 10$ cm'dir.

Kenar uzunluğu 10 cm olan ABCD karesinin köşegen uzunluğunu bulmak için aşağıdaki ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.



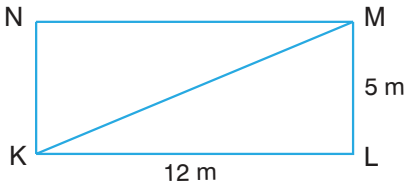
$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$
$$|AC|^2 = 10^2 + 10^2$$
$$|AC|^2 = 100 + 100$$
$$|AC|^2 = 200$$
$$\sqrt{|AC|^2} = \sqrt{200} = |AC| = \sqrt{2 \cdot 100} = 10\sqrt{2}\ \text{cm}$$



Alanı 100 cm^2 olan ABCD karesinin bir köşegeninin uzunluğu $10\sqrt{2}$ cm'dir.

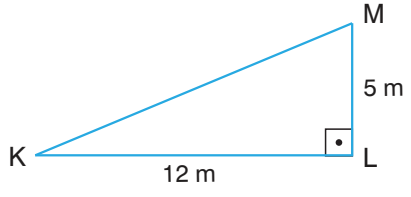
Örnek

Kenar uzunlukları 5 m ve 12 m olan yandaki KLMN dikdörtgeninde KM köşegeninin uzunluğunu bulunuz.



Çözüm

KLMN dikdörtgeninde KM köşegeninin uzunluğunu bulmak için yandaki KLM dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.



$|KM|^2 = |KL|^2 + |LM|^2$

$|KM|^2 = 12^2 + 5^2$

$|KM|^2 = 144 + 25$

$|KM|^2 = 169$

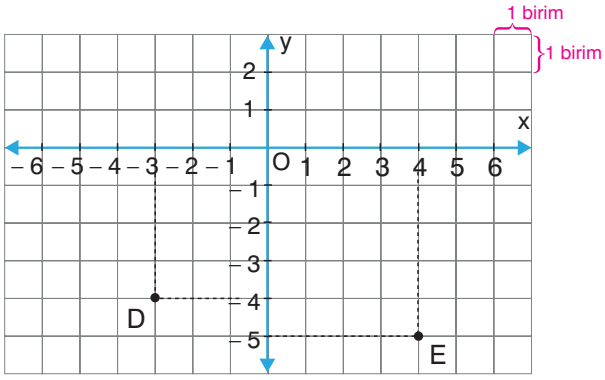
$|KM| = \sqrt{169}$

$|KM| = 13\,m$

KLMN dikdörtgeninde KM köşegeninin uzunluğu 13 m'dir.

Örnek

Yandaki koordinat düzleminde verilen D ile E noktalarının arasındaki uzaklığı bulunuz.



Çözüm

D ile E noktaları, koordinat düzleminde kırmızı doğru parçası ile birleştirilebilir. Kırmızı doğru parçasının uzunluğu, D ile E noktalarının arasındaki uzaklıktır. Koordinat düzlemindeki DHE dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.

$|DE|^2 = |DH|^2 + |HE|^2$

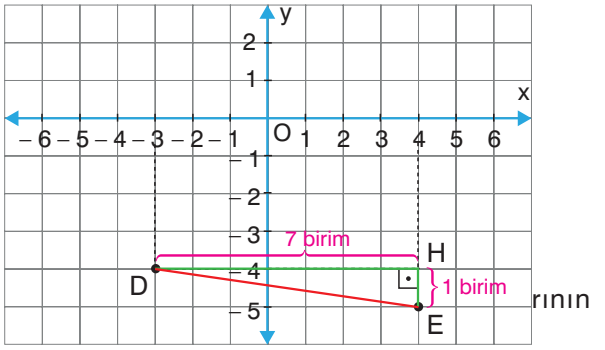
$|DE|^2 = 7^2 + 1^2$

$|DE|^2 = 49 + 1$

$|DE|^2 = 50$

$|DE| = \sqrt{50}$

$|DE| = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$ birim



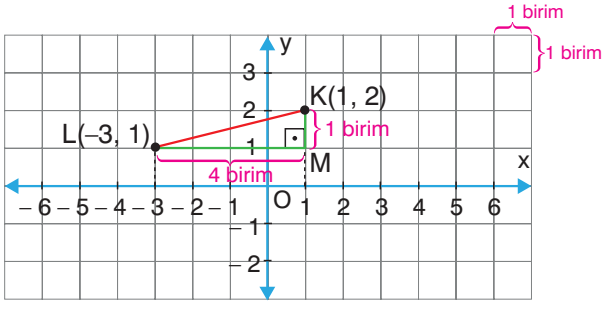
Koordinat düzleminde verilen D ile E noktalarının arasındaki uzaklık $5\sqrt{2}$ birimdir.

Örnek

Koordinat düzlemindeki K(1, 2) ile L(–3, 1) noktalarının arasındaki uzaklığı bulunuz.

Çözüm

K ile L noktalarını koordinat düzleminde işaretleyelim. K ile L noktalarını birleştirelim. Yandaki gibi KML dik üçgenini modelleyelim.



KML üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.

$|KL|^2 = |KM|^2 + |LM|^2$

$|KL|^2 = 1^2 + 4^2$

$|KL|^2 = 1 + 16$

$|KL|^2 = 17$

$\sqrt{|KL|^2} = \sqrt{17}$

$|KL| = \sqrt{17}$ birim

Koordinat düzlemindeki K(1, 2) ile L(–3, 1) noktalarının arasındaki uzaklık $\sqrt{17}$ birimdir.

Örnek

Kenar uzunlukları $|PR| = 7$ cm, $|RS| = 24$ cm ve $|PS| = 25$ cm olan PRS üçgeninin dik üçgen olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

Hipotenüs uzunluğunu $|PS| = 25$ cm olarak kabul edelim ve PRS üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.

$$|PS|^2 \stackrel{?}{=} |PR|^2 + |RS|^2$$
$$25^2 \stackrel{?}{=} 7^2 + 24^2$$
$$625 \stackrel{?}{=} 49 + 576$$
$$625 = 625$$

$625 = 625$ eşitliğine göre PRS üçgeninde Pisagor bağıntısı sağlanır.

Buna göre PRS üçgeni, bir dik üçgendir.

Örnek

Kenar uzunlukları $|DE| = 6$ cm, $|EF| = 9$ cm ve $|DF| = 10$ cm olan DEF üçgeninin dik üçgen olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

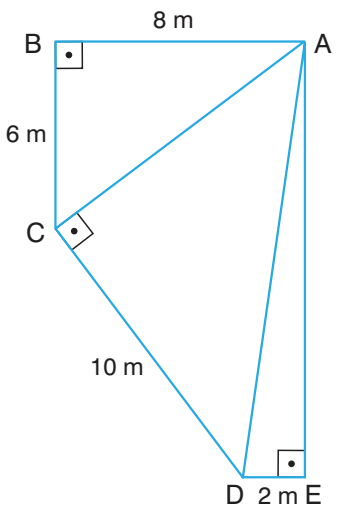
Hipotenüs uzunluğunu $|DF| = 10$ cm olarak kabul edelim ve DEF üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.

$$|DF|^2 \stackrel{?}{=} |DE|^2 + |EF|^2$$
$$10^2 \stackrel{?}{=} 6^2 + 9^2$$
$$100 \stackrel{?}{=} 36 + 81$$
$$100 \neq 117$$

100 sayısı 117 sayısına eşit olmadığından DEF üçgeni, bir dik üçgen değildir.

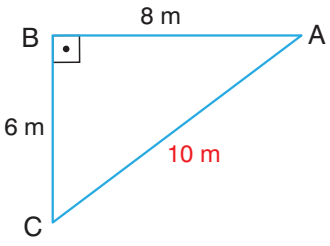
Örnek

Yandaki şekilde $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACD}$ ve $\widehat{AED}$, birer dik üçgendir. Şekilde, $|AB| = 8$ m, $|BC| = 6$ m, $|CD| = 10$ m ve $|DE| = 2$ m olduğuna göre $|AE|$'nu bulunuz.



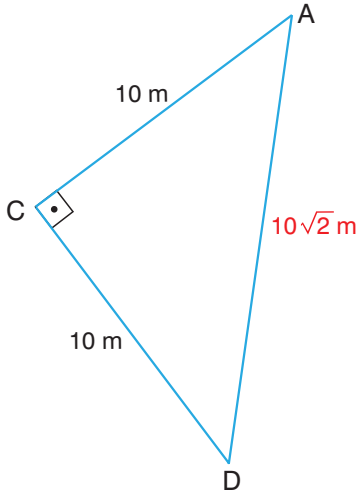
Çözüm

Önce ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve $|AC|$'nu bulalım.



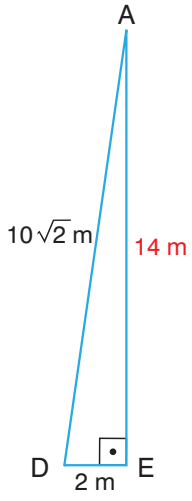
$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$
$$|AC|^2 = 8^2 + 6^2$$
$$|AC|^2 = 64 + 36$$
$$|AC|^2 = 100$$
$$|AC| = \sqrt{100} = 10\,m$$

Sonra ACD dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve $|AD|$'nu bulalım.



$$|AD|^2 = |AC|^2 + |CD|^2$$
$$|AD|^2 = 10^2 + 10^2$$
$$|AD|^2 = 100 + 100$$
$$|AD|^2 = 200$$
$$|AD| = \sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = 10\sqrt{2}\,m$$

Son olarak AED dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve $|AE|$'nu bulalım.

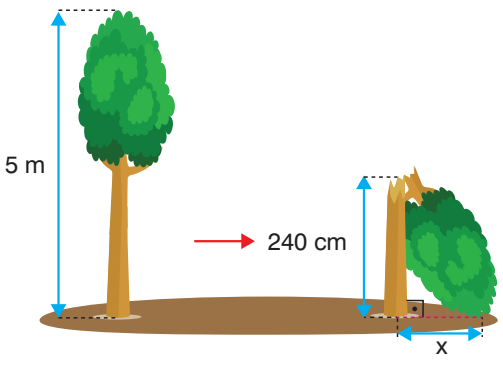


$$|AD|^2 = |AE|^2 + |DE|^2$$
$$(10\sqrt{2})^2 = |AE|^2 + 2^2$$
$$200 = |AE|^2 + 4$$
$$200 - 4 = |AE|^2$$
$$196 = |AE|^2$$
$$\sqrt{196} = \sqrt{|AE|^2}$$
$$|AE| = 14\,m$$

Problem

Bir fırtınada zarar gören 5 m uzunluğundaki bir ağacın gövdesi yerden 240 cm yükseklikten kırılmış ve kırılan bölüm gövdeden tam olarak kopmayarak eğik bir şekilde görseldeki gibi toprağa değmiştir.

Buna göre ağacın toprakta olan gövdesi ile kırılarak toprağa değdiği yer arasındaki uzaklık kaç cm'dir?



Problemi Anlayalım

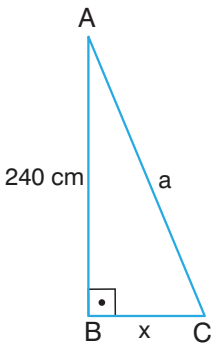
Problemde bir ağacın fırtına olmadan önceki uzunluğu, fırtınada ağacın kırıldığı nokta ve fırtına sonunda oluşan bir dik üçgen modeli verilmiştir. Bizden fırtınadan sonra oluşan üçgen modelindeki x değerini bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Fırtınada ağacın kırılması ile oluşan dik üçgeni modelleyelim. Dik üçgende Pisagor bağıntısını yazalım. Pisagor bağıntısını kullanarak x değerini bulalım.

Problemi Çözelim

Fırtınada ağacın kırılması ile oluşan durum ile yandaki ABC dik üçgeni modellenebilir.

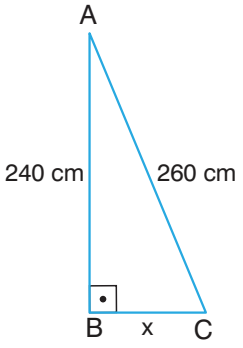


Önce ABC dik üçgenindeki a değerini bulalım.

Fırtına olmadan önce ağacın uzunluğu 5 metreydi. Fırtınada ağaç yerden 240 cm yükseklikten kırılmış. Buna göre ABC dik üçgenindeki a değeri bulunurken 5 m'den yani 500 cm'den 240 cm çıkarılmalıdır.

$a = 500 - 240 = 260\,cm$

ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve x değerini bulalım.



$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$260^2 = 240^2 + x^2$

$67\,600 = 57\,600 + x^2$

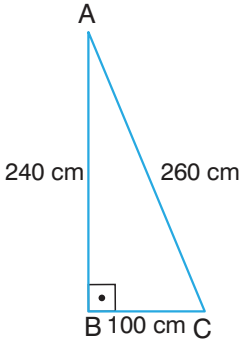
$10\,000 = x^2$

$x = 100\,cm$

Görseldeki x değeri 100 cm'dir.

Çözümü Kontrol Edelim

Kenar uzunlukları 100 cm, 240 cm ve 260 cm olan ABC dik üçgeninde, Pisagor bağıntısının sağlanıp sağlanmadığını inceleyelim. Eğer sağlanıyorsa çözümümüz doğrudur.



$|AC|^2 \stackrel{?}{=} |AB|^2 + |BC|^2$

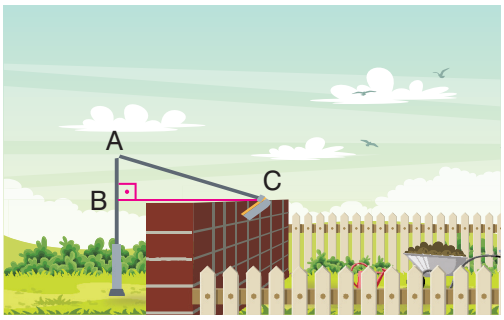
$260^2 \stackrel{?}{=} 240^2 + 100^2$

$67\,600 \stackrel{?}{=} 57\,600 + 10\,000$

$67\,600 = 67\,600$

Çözümümüz doğrudur.

Örnek

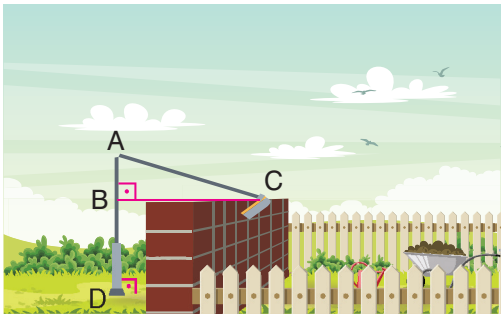


Bir sokak lambası tam ortasından kırılmış ve uç noktası Aylin Hanım'ın bahçe duvarının üzerine görseldeki gibi düşmüştür. Aylin Hanım'ın bahçe duvarının yüksekliği 3 m, sokak lambasının duvara değdiği yer olan C noktası ile B noktası arasındaki uzaklık 4 m'dir.

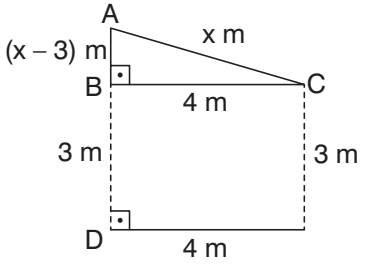
$[BC] \perp [AB]$ olduğuna göre sokak lambasının kırılmadan önceki boyunu bulunuz.

Çözüm

Görseldeki sokak lambasının kırılmayan kısmı ile uç noktasını zemine paralel bir doğru parçası ile birleştirelim ve bir ABC dik üçgeni elde edelim.



Sokak lambasının kırılmadan önceki boyu (2x) m olsun. Buna göre ABC dik üçgeni aşağıdaki gibi modellenebilir. Sokak lambasının kırılmadan önceki boyu (2x) m olduğundan ABC üçgenindeki sokak lambasının yarısını gösteren $|AD| = x\,m$ olur. Bahçe duvarının yüksekliği 3 m olduğundan $|BD| = 3\,m$ ve $|AB| = (x-3)\,m$ olur.



ABC dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım.

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$x^2 = (x-3)^2 + 4^2$$

$$x^2 = x^2 - 6x + 9 + 16$$

$$x^2 - x^2 + 6x = 25$$

$$6x = 25$$

$$x = \frac{25}{6}$$

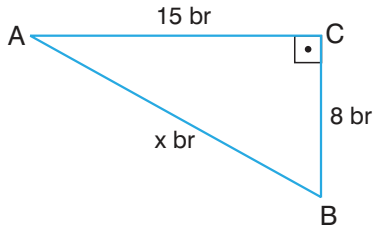
$$2x = 2 \cdot \frac{25}{6} = \frac{25}{3}\,m$$

Sokak lambasının kırılmadan önceki boyu $\frac{25}{3}$ m'dir.

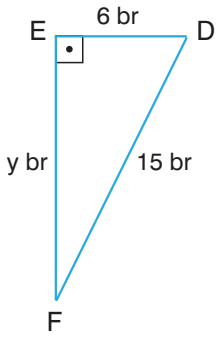
Alıştırmalar

1. Aşağıdaki dik üçgenlerde verilen kenar uzunluklarına göre x, y ve z değerlerini bulunuz.

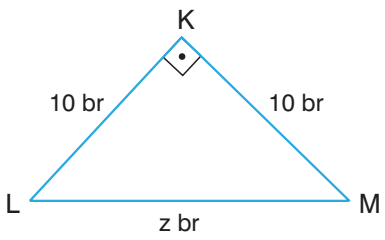
a)



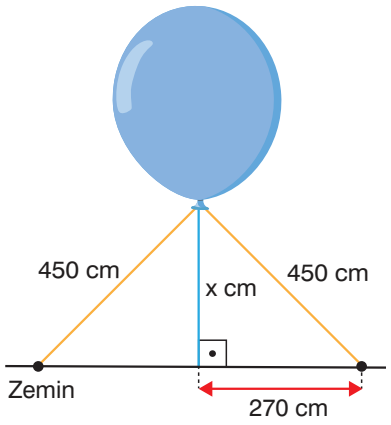
b)



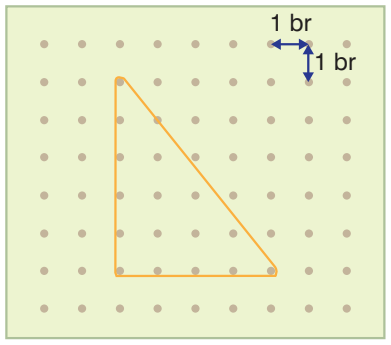
c)



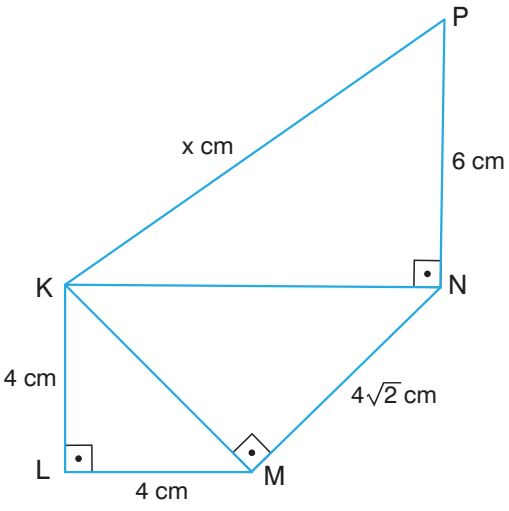
2. Bir firma, reklam balonunu kullanarak tanıtım yapmaya karar vermiştir ve firma, yanda verilen reklam balonunu görseldeki gibi zemine sabitlemiştir. Yanda verilenlere göre reklam balonunun zeminden yüksekliği (x) kaç cm'dir?



3. Eşref, geometri tahtasında turuncu lastikle yandaki dik üçgen modelini oluşturmuştur. Eşref'in oluşturduğu dik üçgen modelindeki hipotenüsün uzunluğu kaç birimdir?

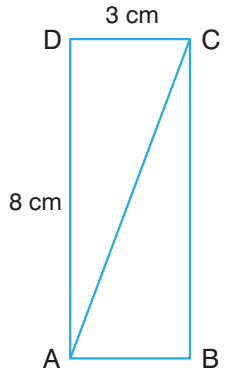


4. Yandaki şekilde $\widehat{KLM}$, $\widehat{KMN}$ ve $\widehat{KNP}$, birer dik üçgendir. $|MN| = 4\sqrt{2}$ cm, $|KL| = |LM| = 4$ cm, $|NP| = 6$ cm ve $|KP| = x$ cm olduğuna göre x kaçtır?

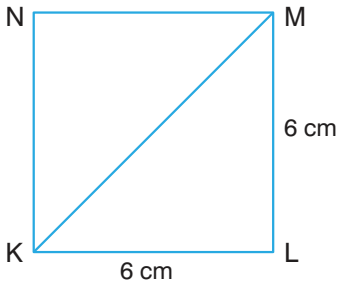


5. Aşağıda kenar uzunlukları verilen dikdörtgen ve karelerin köşegen uzunluklarını bulunuz.

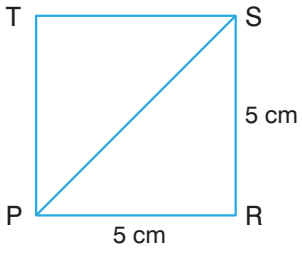
a)



b)



c)



6. Koordinat düzleminde $A(-2, 3)$ ile $B(0, -1)$ noktalarının arasındaki uzaklığı bulunuz.

7. $|KL| = 5$ cm, $|LM| = 5$ cm ve $|KM| = 5\sqrt{2}$ cm olan bir KLM üçgeninin dik üçgen olup olmadığını belirleyiniz.

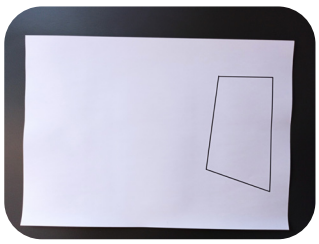
Eşlik ve Benzerlik

Çevremizde bazen eş, bazen benzer yapılar bulunmaktadır. Sizin bildiğiniz eş veya benzer desenler veya varlıklar var mıdır? Açıklayınız.

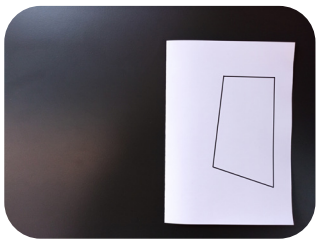
Etkinlik

Araç Gereçler: A4 kâğıdı, cetvel, açıölçer, makas.

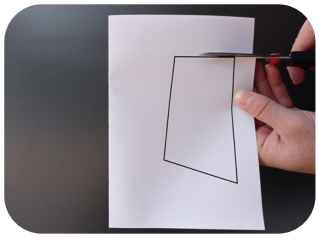
- A4 kâğıdına, cetvel kullanarak 1. görseldeki gibi bir dörtgen çiziniz ve kâğıdı 2. görseldeki gibi ortadan ikiye katlayınız.
- Çizdiğiniz dörtgeni 3. görseldeki gibi makasla kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- Elde ettiğiniz iki dörtgeni üst üste koyunuz ve dörtgenler arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- Dörtgenlerin iç açı ölçülerini açıölçer kullanarak bulunuz.
- İki dörtgenin karşılıklı iç açı ölçüleri arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- Dörtgenlerin kenar uzunluklarını cetvel kullanarak bulunuz.
- İki dörtgenin karşılıklı kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- Belirlediğiniz ilişkilere göre eş çokgenlerin özellikleri ile ilgili genel bir ifade yazınız.



1. Görsel



2. Görsel

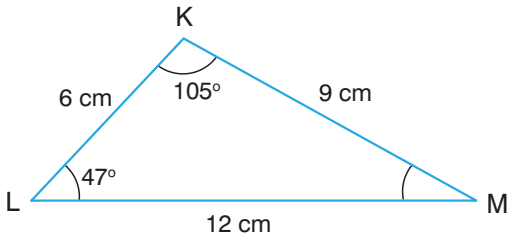


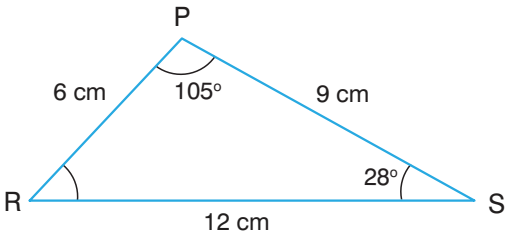
3. Görsel

Bilgi Kutusu

Eş çokgenlerin karşılıklı iç açı ölçüleri ve kenar uzunlukları eşittir. Çokgenlerin eşlik durumu, "$\cong$" sembolü ile gösterilir.

Örnek





KLM ile PRS üçgenlerinin eş olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

Önce KLM ile PRS üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarını karşılaştıralım.

$$\left.\begin{array}{l} |KL| = |PR| = 6\,cm \\ |KM| = |PS| = 9\,cm \\ |LM| = |RS| = 12\,cm \end{array}\right\}$$ KLM ile PRS üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.

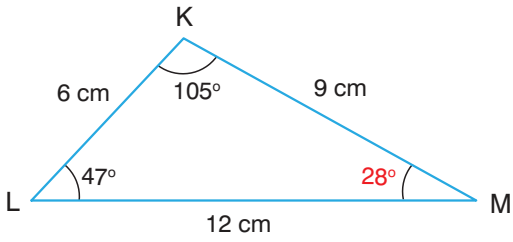
Şimdi, KLM ile PRS üçgenlerinin verilmeyen iç açı ölçülerini bulalım.

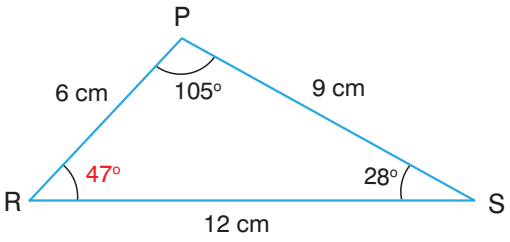
KLM üçgenindeki $m(\widehat{M})$'nü bulalım.

$$m(\widehat{K}) + m(\widehat{L}) + m(\widehat{M}) = 180^\circ$$
$$105^\circ + 47^\circ + m(\widehat{M}) = 180^\circ$$
$$152^\circ + m(\widehat{M}) = 180^\circ$$
$$m(\widehat{M}) = 180^\circ - 152^\circ$$
$$m(\widehat{M}) = 28^\circ$$

PRS üçgenindeki $m(\widehat{R})$'nü bulalım.

$$m(\widehat{P}) + m(\widehat{R}) + m(\widehat{S}) = 180^\circ$$
$$105^\circ + m(\widehat{R}) + 28^\circ = 180^\circ$$
$$133^\circ + m(\widehat{R}) = 180^\circ$$
$$m(\widehat{R}) = 180^\circ - 133^\circ$$
$$m(\widehat{R}) = 47^\circ$$





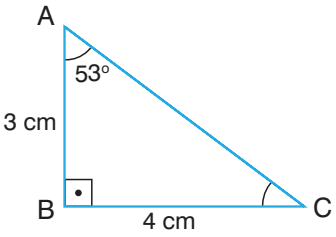
Son olarak KLM ile PRS üçgenlerinin karşılıklı iç açı ölçülerini karşılaştıralım.

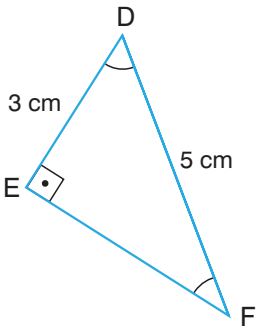
$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{K}) = m(\widehat{P}) = 105^\circ \\ m(\widehat{L}) = m(\widehat{R}) = 47^\circ \\ m(\widehat{M}) = m(\widehat{S}) = 28^\circ \end{array}\right\}$$ KLM ile PRS üçgenlerinin karşılıklı iç açı ölçüleri eşittir.

KLM ile PRS üçgenlerinin karşılıklı iç açı ölçüleri ve kenar uzunlukları eşittir. Buna göre KLM ile PRS üçgenleri eştir. Eşlik durumu sembolle $\widehat{KLM} \cong \widehat{PRS}$ olarak gösterilir.

Örnek

Yanda bazı kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri verilen ABC ile DEF üçgenleri eştir. Buna göre ABC ile DEF üçgenlerinin verilmeyen kenar uzunluklarını ve iç açı ölçülerini belirleyiniz.





Çözüm

ABC ile DEF üçgenleri eş olduğuna göre üçgenlerdeki eş iç açıları ve eş kenarları belirleyelim.

$ABC \cong DEF$ olduğuna göre aynı renkle belirtilen açıların ölçüleri ile bu açıların karşısındaki kenarların uzunlukları birbirine eşittir.

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{D}) = 53°$

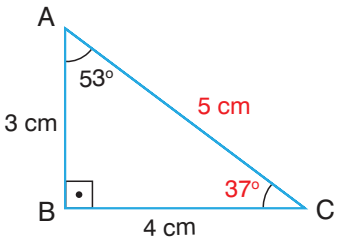
$m(\widehat{B}) = m(\widehat{E}) = 90°$

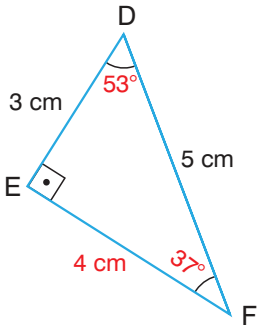
$m(\widehat{C}) = m(\widehat{F}) = 37°$

$|AB| = |DE| = 3\,cm$

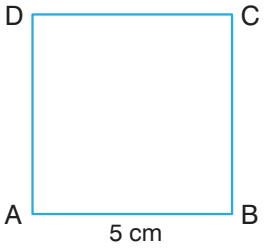
$|AC| = |DF| = 5\,cm$

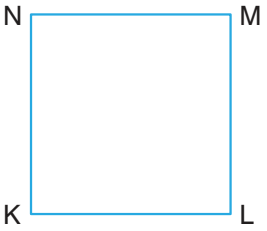
$|BC| = |EF| = 4\,cm$

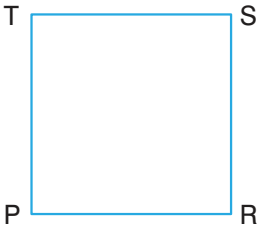




Örnek







Yukarıdaki ABCD karesinin bir kenar uzunluğu 5 cm, KLMN karesinin çevre uzunluğu 20 cm ve PRST karesinin alanı 25 cm^2 dir. Buna göre ABCD, KLMN ve PRST karelerinin eş olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm

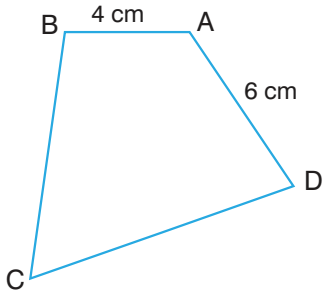
KLMN karesinin çevre uzunluğu 20 cm ise bir kenar uzunluğu $\frac{20}{4} = 5\,cm$'dir. PRST karesinin alanı 25 cm^2 ise bir kenar uzunluğu $\sqrt{25} = 5$ cm'dir.

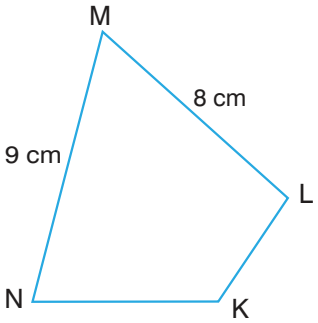
ABCD, KLMN ve PRST karelerinin birer kenar uzunlukları 5 cm'dir yani eşittir.

ABCD, KLMN ve PRST karelerinin her bir iç açısının ölçüsü 90° dir yani eşittir.

ABCD, KLMN ve PRST karelerinin karşılıklı kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri eşittir. Bundan dolayı ABCD, KLMN ve PRST kareleri eştir.

Örnek





Yukarıdaki ABCD ile KLMN dörtgenleri eştir. Buna göre ABCD ile KLMN dörtgenlerinin çevre uzunluklarını bulunuz.

Çözüm

ABCD ile KLMN dörtgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarını eşitleyelim.

$ABCD \cong KLMN$

$|AB| = |KL| = 4\text{ cm}$

$|AD| = |KN| = 6\text{ cm}$

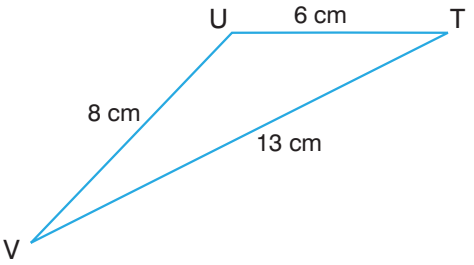
$|BC| = |LM| = 8\text{ cm}$

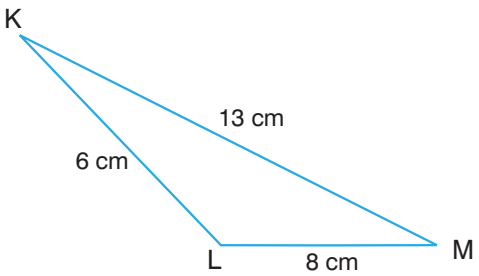
$|CD| = |MN| = 9\text{ cm}$

ABCD ile KLMN dörtgenleri eş olduğundan çevre uzunlukları eşittir. Dörtgenlerin çevre uzunluklarını bulmak için kenar uzunluklarını toplayalım.

Çevre uzunluğu $= 4 + 6 + 8 + 9 = 27\text{ cm}$

Örnek





$\widehat{TUV}$ ile $\widehat{KLM}$ eş üçgenlerdir. Buna göre $\widehat{TUV}$ ile $\widehat{KLM}$'nin karşılıklı kenar uzunluklarının oranını bulunuz.

Çözüm

$\widehat{TUV} \cong \widehat{KLM}$ olduğuna göre eş olan iç açıları ve kenarları belirleyelim.

$m(\widehat{T}) = m(\widehat{K})$

$m(\widehat{U}) = m(\widehat{L})$

$m(\widehat{V}) = m(\widehat{M})$

$|UV| = |LM| = 8\text{ cm}$

$|TV| = |KM| = 13\text{ cm}$

$|TU| = |KL| = 6\text{ cm}$

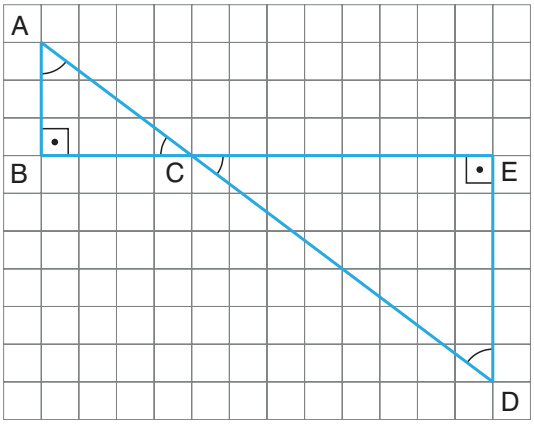
$\widehat{TUV}$ ile $\widehat{KLM}$'nin karşılıklı kenar uzunluklarını oranlayalım.

- $\dfrac{|TU|}{|KL|} = \dfrac{6}{6} = 1$
- $\dfrac{|UV|}{|LM|} = \dfrac{8}{8} = 1$
- $\dfrac{|TV|}{|KM|} = \dfrac{13}{13} = 1$

$\widehat{TUV}$ ile $\widehat{KLM}$'nin karşılıklı kenar uzunluklarının oranı 1'dir.

Etkinlik

Araç Gereçler: Kareli kâğıt, cetvel, açıölçer.



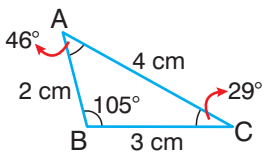
- Kareli kâğıda ABC ile DEC dik üçgenlerinden oluşan yandaki şekli çiziniz.
- Dik üçgenlerin iç açılarının ölçülerini açıölçer kullanarak belirleyiniz.
- Üçgenlerin karşılıklı iç açıları olan $\widehat{A}$ ile $\widehat{D}$'nın, $\widehat{B}$ ile $\widehat{E}$'nın, $\widehat{ACB}$ ile $\widehat{DCE}$'nın ölçülerini karşılaştırınız.
- Dik üçgenlerin kenar uzunluklarını cetvel kullanarak belirleyiniz.
- Dik üçgenlerin karşılıklı kenarları olan $[AB]$ ile $[DE]$'nın, $[AC]$ ile $[DC]$'nın, $[BC]$ ile $[EC]$'nın uzunluklarını oranlayınız. Bulduğunuz oranları karşılaştırınız.
- Yaptığınız karşılaştırmalara göre üçgenler ile ilgili genel bir ifade yazınız.

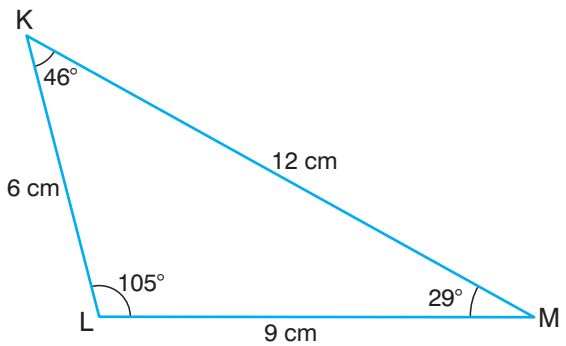
Bilgi Kutusu

Benzer çokgenlerin

- Karşılıklı iç açı ölçüleri eşittir.
- Karşılıklı kenar uzunluklarının oranları eşittir. Bu orana **benzerlik oranı** adı verilir. Çokgenlerin benzerlik durumu " $\sim$ " sembolü ile gösterilir.

Örnek





Yukarıdaki $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{KLM}$'nin benzer olup olmadığını belirleyiniz. Benzer ise üçgenlerin benzerlik oranını bulunuz.

Çözüm

ABC ile KLM üçgenlerinin karşılıklı iç açı ölçülerini karşılaştıralım.

$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{A}) = m(\widehat{K}) = 46^\circ \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{L}) = 105^\circ \\ m(\widehat{C}) = m(\widehat{M}) = 29^\circ \end{array}\right\}$$ ABC ile KLM üçgenlerinin karşılıklı iç açı ölçüleri eşittir.

ABC ile KLM üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarını oranlayalım.

- $\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
- $\frac{|AC|}{|KM|} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
- $\frac{|BC|}{|LM|} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

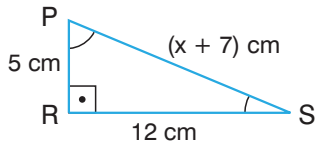
$$\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|AC|}{|KM|} = \frac{|BC|}{|LM|} = \frac{1}{3}$$

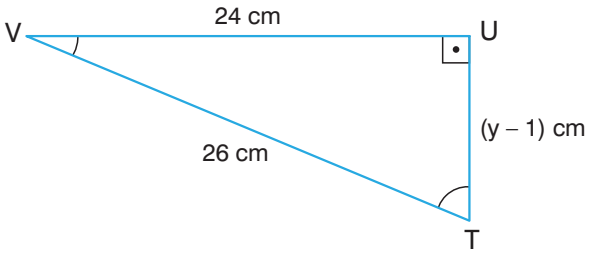
- $\frac{|KL|}{|AB|} = \frac{6}{2} = 3$
- $\frac{|KM|}{|AC|} = \frac{12}{4} = 3$
- $\frac{|LM|}{|BC|} = \frac{9}{3} = 3$

$$\frac{|KL|}{|AB|} = \frac{|KM|}{|AC|} = \frac{|LM|}{|BC|} = 3$$

ABC ile KLM üçgenlerinin karşılıklı iç açı ölçüleri birbirine eşittir. Karşılıklı kenar uzunluklarının oranları da birbirine eşit olduğundan $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{KLM}$ benzerdir. Benzerlik durumu sembolle, $\widehat{ABC} \sim \widehat{KLM}$ olarak gösterilir. Benzerlik oranı $\frac{1}{3}$ veya 3 olarak belirtilir.

Örnek





Yukarıdaki $\widehat{PRS}$ ile $\widehat{TUV}$ benzer üçgenlerdir. Üçgenlerde verilenlere göre x + y işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm

$\widehat{PRS}$ ile $\widehat{TUV}$ benzer üçgenlerdir. Buna göre üçgenlerdeki karşılıklı kenar uzunluklarının oranlarını eşitleyelim.

$$\frac{|PR|}{|TU|} = \frac{|RS|}{|UV|} = \frac{|PS|}{|TV|} \rightarrow \frac{5}{y-1} = \frac{12}{24} = \frac{x+7}{26}$$

Oranlardan yararlanarak x ve y değerlerini bulalım.

$$\frac{5}{y-1} = \frac{\cancel{12}^{1}}{\cancel{24}_{2}}$$

$$\frac{5}{y-1} \times \frac{1}{2}$$ (İçler dışlar çarpımı yapalım.)

$$1 \cdot (y-1) = 5 \cdot 2$$

$$y - 1 = 10$$

$$y = 10 + 1 = 11$$

$$\frac{\cancel{12}^{1}}{\cancel{24}_{2}} = \frac{x+7}{26}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{x+7}{26}$$ (İçler dışlar çarpımı yapalım.)

$$\frac{\cancel{2} \cdot (x+7)}{\cancel{2}} = \frac{26 \cdot 1}{2}$$ (Eşitliğin her iki tarafını 2'ye bölelim.)

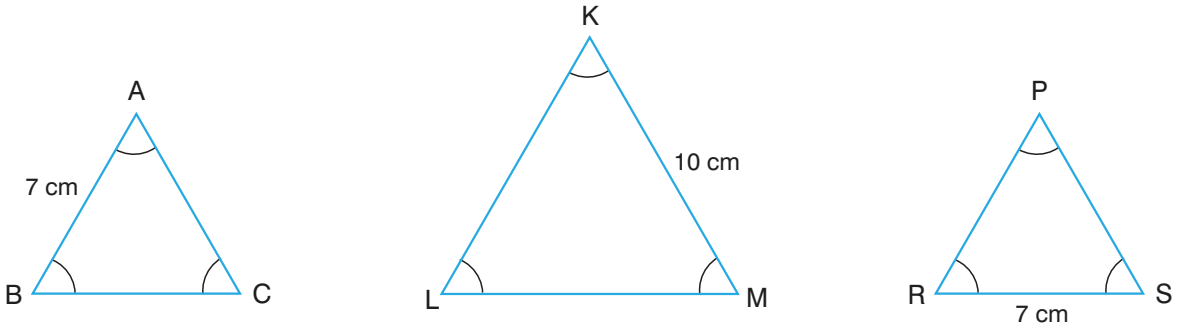
$$x + 7 = 13$$

$$x = 13 - 7 = 6$$

Bulunan x ve y değerlerine göre $x + y = 6 + 11 = 17$ olur.

Etkileşimli içerik

Örnek



Yukarıdaki $\widehat{ABC}$, $\widehat{KLM}$ ve $\widehat{PRS}$ eşkenar üçgenlerdir. Eşkenar üçgenlerden eş ve benzer olanları belirleyiniz.

Çözüm

Eşkenar üçgenlerin her bir iç açısının ölçüsü 60°dir. Buna göre ABC, KLM ve PRS üçgenlerinin karşılıklı iç açılarının ölçüleri eşittir.

Eşkenar üçgenlerin üç kenarının uzunluğu birbirine eşittir.

ABC ile PRS üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarını oranlayalım.

- $\frac{|AB|}{|PR|} = \frac{7}{7} = 1$
- $\frac{|BC|}{|RS|} = \frac{7}{7} = 1$
- $\frac{|AC|}{|PS|} = \frac{7}{7} = 1$

ABC ile PRS üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunlukları eşittir. Bundan dolayı ABC ile PRS üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranı 1'dir. Karşılıklı iç açı ölçüleri de eşit olduğuna göre ABC ile PRS üçgenleri eştir.

ABC ile KLM üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarını oranlayalım.

- $\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{7}{10}$
- $\frac{|BC|}{|LM|} = \frac{7}{10}$
- $\frac{|AC|}{|KM|} = \frac{7}{10}$

ABC ile KLM üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranı $\frac{7}{10}$'dur. Öyleyse karşılıklı kenar uzunluklarının oranı eşittir. Karşılıklı iç açı ölçüleri de eşit olduğuna göre ABC ile KLM üçgenleri benzerdir. Üçgenlerin benzerlik oranı $\frac{7}{10}$'dur.

KLM ile PRS üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarını oranlayalım.

- $\frac{|KL|}{|PR|} = \frac{10}{7}$
- $\frac{|LM|}{|RS|} = \frac{10}{7}$
- $\frac{|KM|}{|PS|} = \frac{10}{7}$

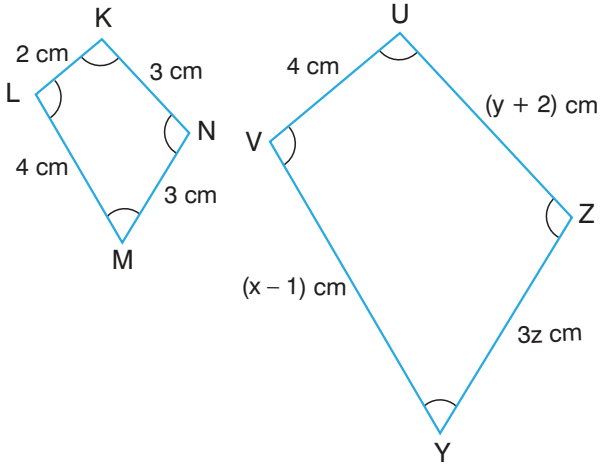
KLM ile PRS üçgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranı $\frac{10}{7}$'dir. Öyleyse karşılıklı kenar uzunluklarının oranı eşittir. Karşılıklı iç açı ölçüleri de eşit olduğuna göre KLM ile PRS üçgenleri benzerdir. Üçgenlerin benzerlik oranı $\frac{10}{7}$'dir.

Bilgi Kutusu

Eş çokgenlerin benzerlik oranı 1'dir. Eş çokgenler aynı zamanda benzerdir. Ancak benzer çokgenler, eş olmayabilir.

Örnek

Yandaki KLMN ile UVYZ dörtgenleri benzerdir. Buna göre dörtgenlerin benzerlik oranını belirleyiniz. $x + y - z$ işleminin sonucunu bulunuz.



Çözüm

KLMN ile UVYZ dörtgenleri benzer dörtgenler olduğuna göre dörtgenlerin karşılıklı iç açıları eştir. KLMN ile UVYZ dörtgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranını yazalım.

$$\frac{|KL|}{|UV|} = \frac{|LM|}{|VY|} = \frac{|MN|}{|YZ|} = \frac{|NK|}{|ZU|} \rightarrow \frac{2}{4} = \frac{4}{(x-1)} = \frac{3}{3z} = \frac{3}{y+2}$$

Oranlardan yararlanarak x, y ve z değerlerini bulalım.

$$\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}_{2}} = \frac{4}{x-1} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{4}{x-1}$$ (İçler dışlar çarpımı yapalım.)

$$1 \cdot (x-1) = 2 \cdot 4$$
$$x - 1 = 8$$
$$x = 8 + 1 = 9$$

$$\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}_{2}} = \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{3}z_{1}} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{z}$$ (İçler dışlar çarpımı yapalım.)

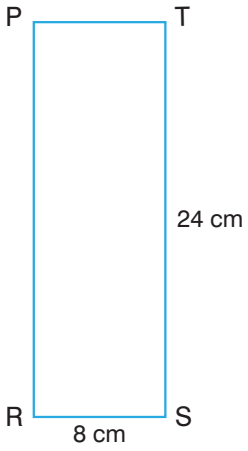
$$1 \cdot z = 2 \cdot 1$$
$$z = 2$$

$$\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}_{2}} = \frac{3}{y+2} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{3}{y+2}$$ (İçler dışlar çarpımı yapalım.)

$$1 \cdot (y+2) = 2 \cdot 3$$
$$y + 2 = 6$$
$$y = 6 - 2 = 4$$
$$x + y - z = 9 + 4 - 2 = 13 - 2 = 11$$

Örnek

Yandaki LMNO ile PRST dikdörtgenlerinin benzer olup olmadığını belirleyiniz. Dikdörtgenler benzer ise dikdörtgenlerin benzerlik oranını bulunuz.



Çözüm

LMNO ile PRST dikdörtgenlerinin iç açılarının ölçüleri 90^odir. Öyleyse LMNO ile PRST dikdörtgenlerinin karşılıklı iç açılarının ölçüleri eşittir.

LMNO ile PRST dikdörtgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranını yazalım.

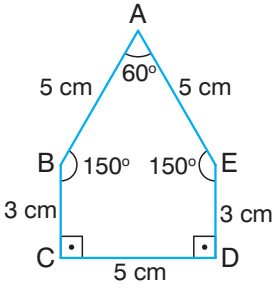
- $\frac{|LM|}{|PR|} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$
- $\frac{|MN|}{|RS|} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$
- $\frac{|NO|}{|ST|} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$
- $\frac{|OL|}{|TP|} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

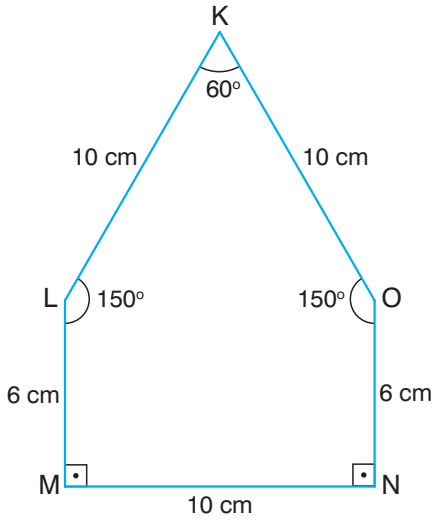
$$\frac{|LM|}{|PR|} = \frac{|MN|}{|RS|} = \frac{|NO|}{|ST|} = \frac{|OL|}{|TP|} = \frac{1}{4}$$

LMNO ile PRST dikdörtgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranı $\frac{1}{4}$'e eşittir. Buna göre LMNO ile PRST dikdörtgenleri benzerdir ve dikdörtgenlerin benzerlik oranı $\frac{1}{4}$'tür.

Örnek

Yandaki ABCDE ile KLMNO beşgenlerinin benzer olup olmadığını belirleyiniz. Beşgenler benzer ise beşgenlerin benzerlik oranını bulunuz.





Çözüm

ABCDE ile KLMNO beşgenlerinin karşılıklı iç açılarının ölçülerini karşılaştıralım.

$$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{A}) = m(\widehat{K}) = 60^\circ \\ m(\widehat{B}) = m(\widehat{L}) = 150^\circ \\ m(\widehat{C}) = m(\widehat{M}) = 90^\circ \\ m(\widehat{D}) = m(\widehat{N}) = 90^\circ \\ m(\widehat{E}) = m(\widehat{O}) = 150^\circ \end{array}\right\}$$ ABCDE ile KLMNO beşgenlerinin karşılıklı iç açılarının ölçüleri eşittir.

ABCDE ile KLMNO beşgenlerinin karşılıklı kenar uzunluklarının oranlarını yazalım.

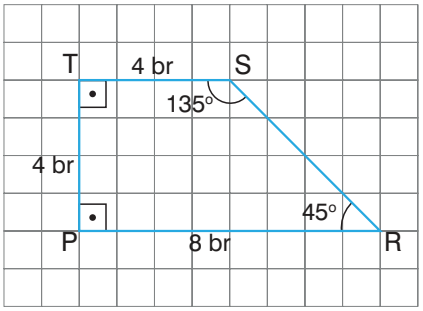
- $\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
- $\frac{|BC|}{|LM|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- $\frac{|CD|}{|MN|} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
- $\frac{|DE|}{|NO|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- $\frac{|EA|}{|OK|} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$$\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|BC|}{|LM|} = \frac{|CD|}{|MN|} = \frac{|DE|}{|NO|} = \frac{|EA|}{|OK|} = \frac{1}{2}$$

ABCDE ile KLMNO beşgenlerinin karşılıklı iç açılarının ölçüleri ile karşılıklı kenar uzunluklarının oranı eşittir. Buna göre ABCDE ile KLMNO beşgenleri benzerdir. Beşgenlerin benzerlik oranı $\frac{1}{2}$'dir.

Örnek

Kareli kâğıda yandaki PRST dörtgenine eş olan bir ABCD dörtgeni çiziniz.



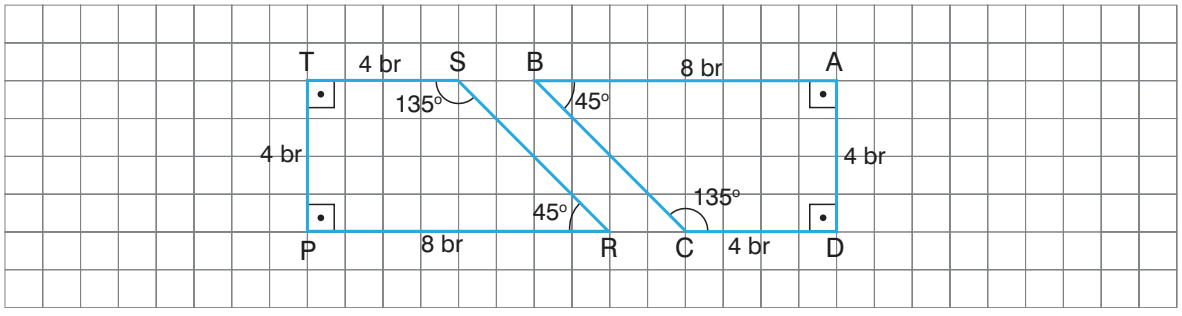
Çözüm

PRST dörtgeninin iç açılarının ölçüleri sırasıyla 90°, 45°, 135° ve 90° dir.

Çizeceğimiz PRST dörtgenine eş olan ABCD dörtgeninde $m(\widehat{A}) = 90^\circ$, $m(\widehat{B}) = 45^\circ$, $m(\widehat{C}) = 135^\circ$ ve $m(\widehat{D}) = 90^\circ$ olmalıdır.

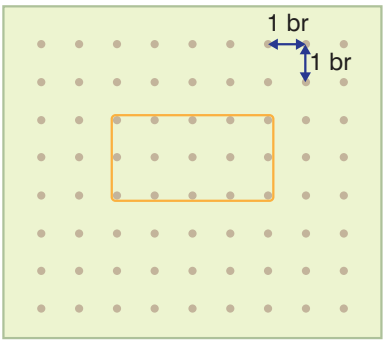
PRST dörtgeninde $|PR| = 8$ br, $|ST| = 4$ br ve $|TP| = 4$ br'dir. ABCD dörtgeninde $|AB| = 8$ br, $|CD| = 4$ br ve $|DA| = 4$ br olmalıdır.

PRST dörtgeni ve PRST dörtgenine eş olan ABCD dörtgeni aşağıda verilmiştir.



Örnek

Aytaç, turuncu lastik kullanarak geometri tahtasında yandaki dikdörtgeni oluşturdu. Sizler de geometri tahtasında Aytaç'ın oluşturduğu dikdörtgene benzer iki farklı dikdörtgen oluşturunuz.

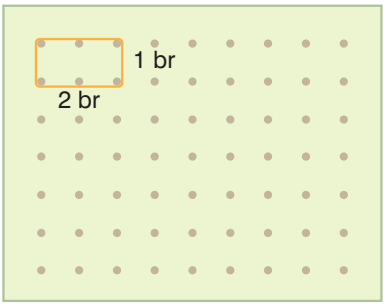


Çözüm

Aytaç'ın turuncu lastik kullanarak geometri tahtasında oluşturduğu dikdörtgenin uzun kenarı 4 br, kısa kenarı 2 br uzunluğundadır. Dikdörtgenin her bir iç açısının ölçüsü 90°dir.

Geometri tahtasında yanda oluşturulan dikdörtgenin her bir iç açısının ölçüsü 90°dir. Dikdörtgenin kenar uzunluklarını Aytaç'ın oluşturduğu dikdörtgenin kenar uzunluklarına oranlayalım.

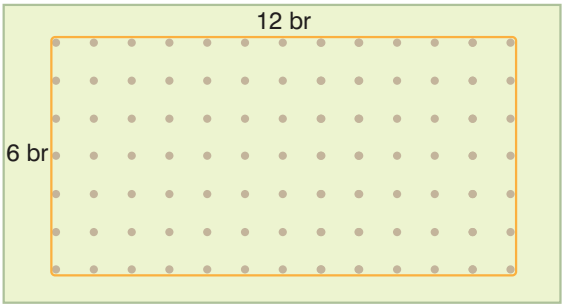
$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



Buna göre yandaki geometri tahtasında oluşturulan dikdörtgen ile Aytaç'ın oluşturduğu dikdörtgen benzerdir ve dikdörtgenlerin benzerlik oranı $\frac{1}{2}$'dir.

Geometri tahtasında yanda oluşturulan dikdörtgenin her bir iç açısının ölçüsü 90°dir. Dikdörtgenin kenar uzunluklarını, Aytaç'ın oluşturduğu dikdörtgenin kenar uzunluklarına oranlayalım.

$$\frac{12}{4} = \frac{6}{2} = \frac{12}{4} = \frac{6}{2} = 3$$

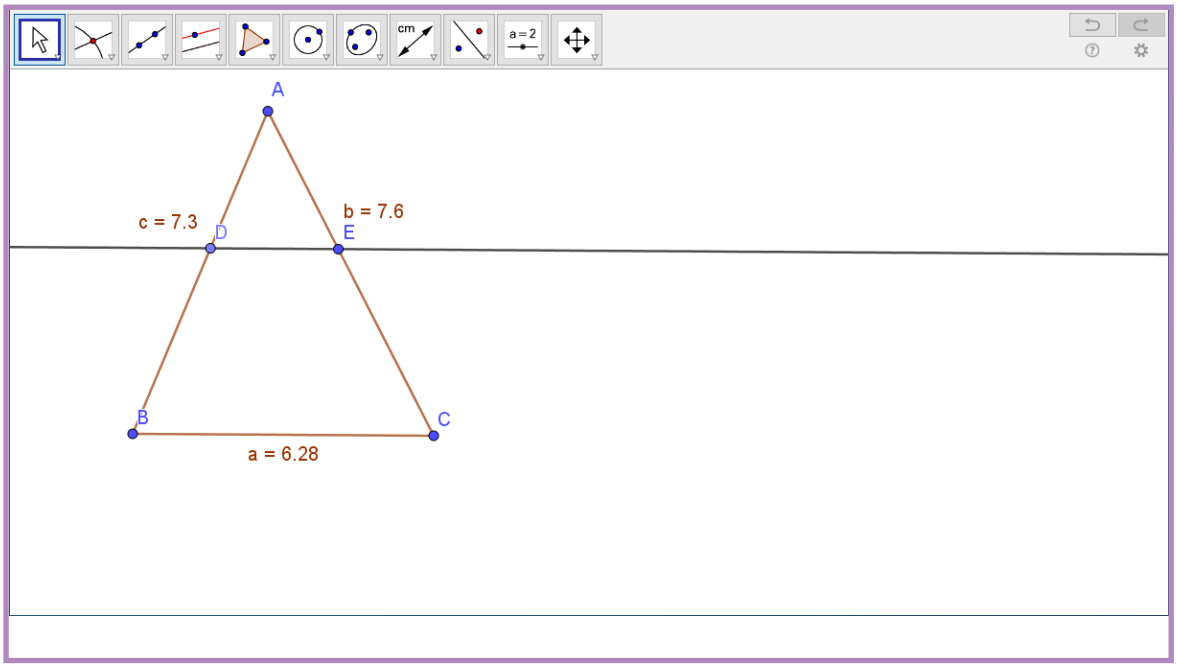


Buna göre yandaki geometri tahtasında oluşturulan dikdörtgen ile Aytaç'ın oluşturduğu dikdörtgen benzerdir ve dikdörtgenlerin benzerlik oranı 3'tür.

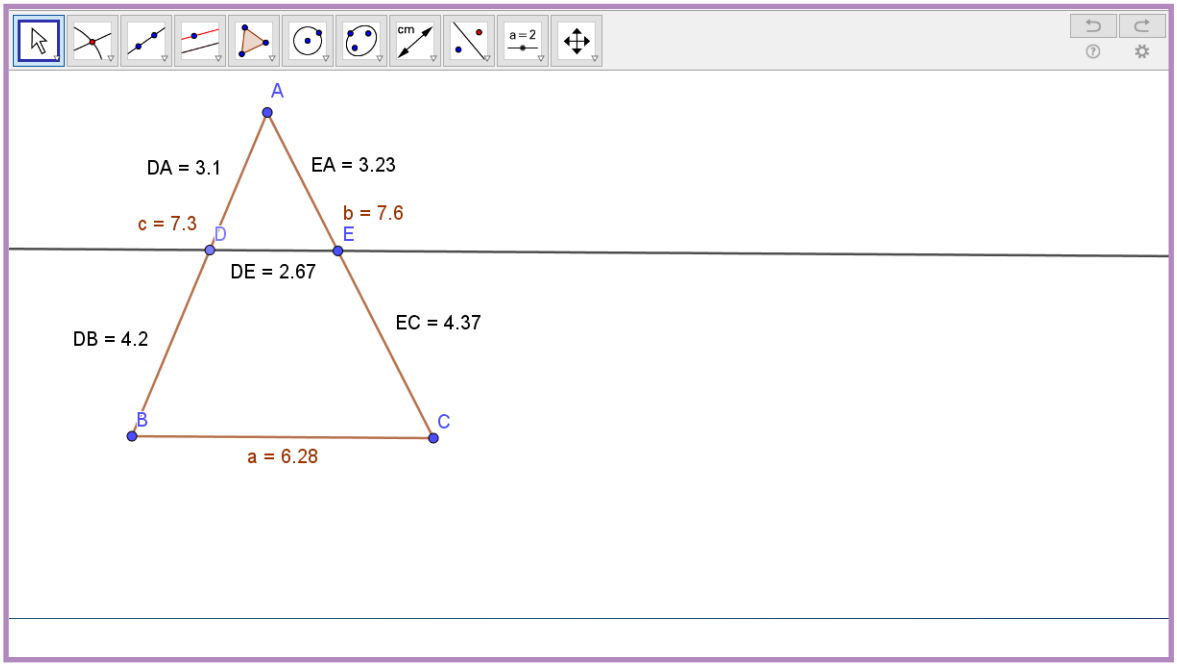
Bilgi Teknolojileri

Dinamik matematik ve geometri yazılımında iki benzer üçgenin benzerlik oranını belirleyelim.

Programda "Çokgen" sekmesini tıklayarak üç nokta belirleyelim ve ABC üçgenini çizelim. "Doğru" sekmesini tıklayarak üçgenin BC kenarına paralel olan bir doğruyu çizelim. "Uzunluk ve Uzaklık Ölçme" sekmesini tıklayarak üçgenin kenar uzunluklarını ölçelim.



"Uzunluk ve Uzaklık Ölçme" sekmesini tıklayarak |DA|, |DB|, |EA|, |EC|'nu belirleyelim.

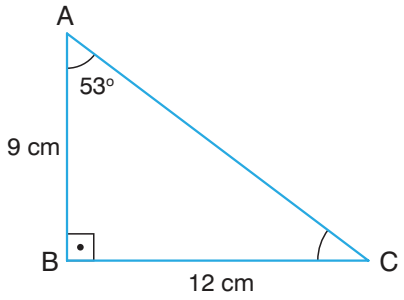


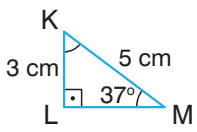
Ekrandaki $\widehat{ADE}$ ile $\widehat{ABC}$ benzerdir. Üçgenlerin benzerlik oranı aşağıdaki gibi bulunur.

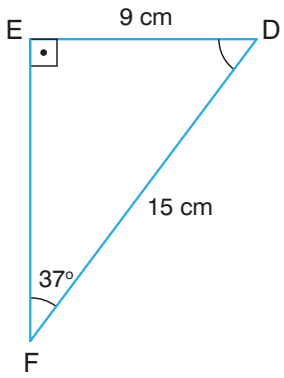
$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|} \cong 0,425$$

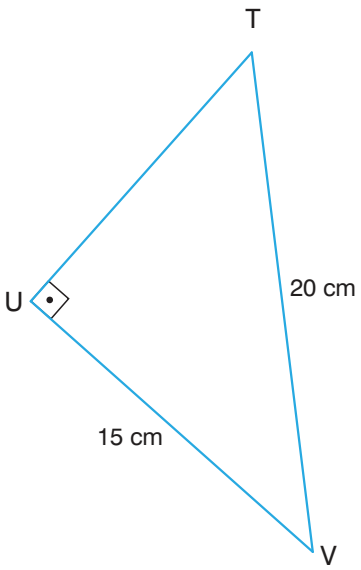
Alıştırmalar

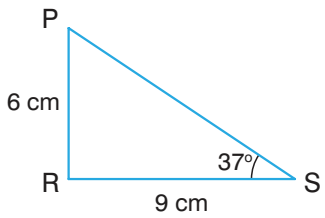
1. Aşağıdaki üçgenlerden yandaki ABC üçgeni ile eş olanı maviye, benzer olanı pembeye boyayınız.



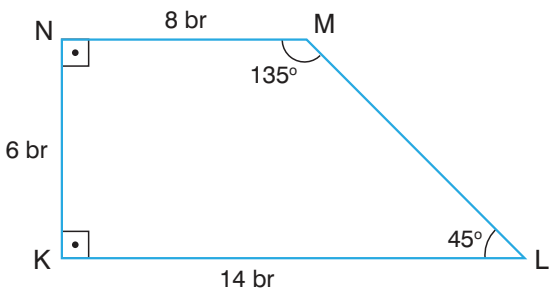


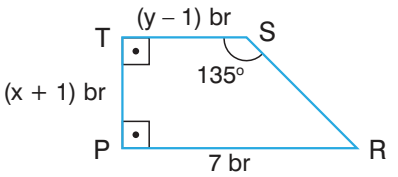






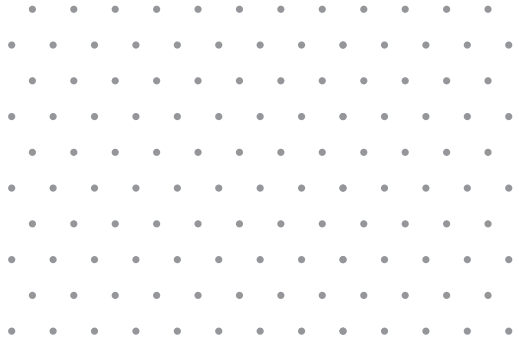
2.

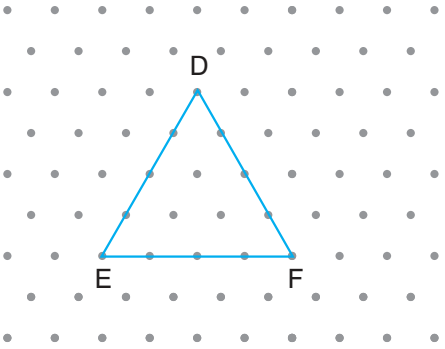




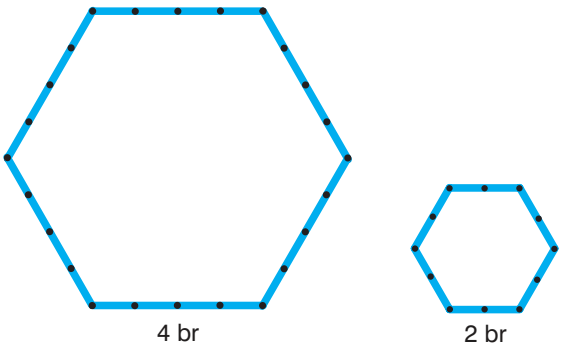
Yukarıdaki KLMN ile PRST dörtgenleri benzerdir. Buna göre dörtgenlerin benzerlik oranını belirleyiniz. x + y işleminin sonucunu bulunuz.

3. Aşağıdaki izometrik kâğıda yandaki DEF üçgenine eş ve benzer olan birer üçgen çiziniz.

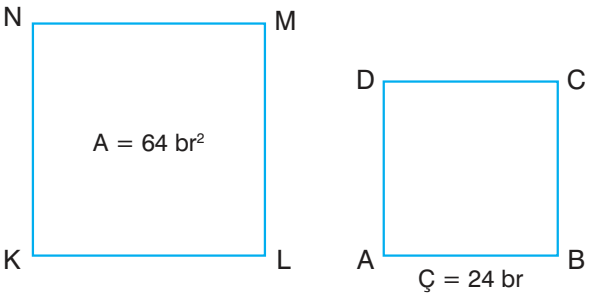




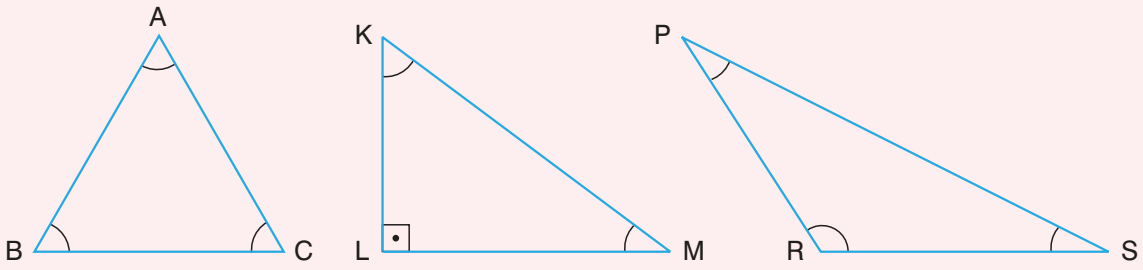
4. Yanda geometri çubuklarıyla iki adet düzgün altıgen oluşturulmuştur. Buna göre düzgün altıgenlerin benzer olup olmadığını belirleyiniz. Düzgün altıgenler benzer ise altıgenlerin benzerlik oranını bulunuz.



5. Yandaki KLMN karesinin alanı 64 br^2, ABCD karesinin çevre uzunluğu 24 br'dir. Buna göre KLMN ile ABCD karelerinin benzerlik oranını bulunuz.

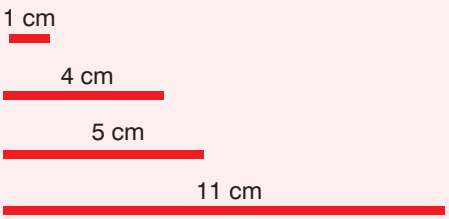


1.

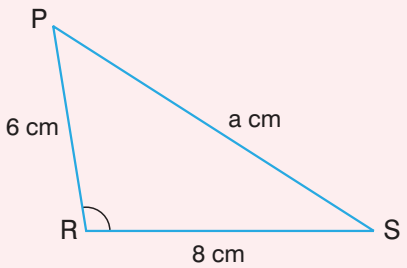


Yukarıdaki ABC dar açılı üçgenine, KLM dik açılı üçgenine ve PRS geniş açılı üçgenine birer açıortay, kenarortay ve yükseklik çiziniz.

2. 6 cm uzunluğundaki bir mavi çubuk ile yandaki kırmızı çubuklardan hangi ikisi kullanılarak bir üçgen oluşturulabilir? Nedenini açıklayınız.



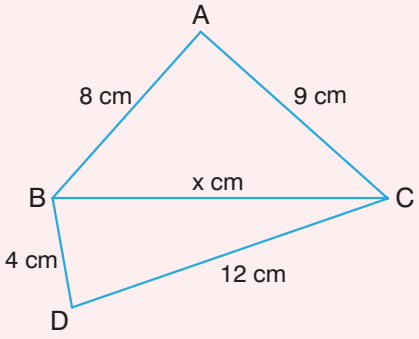
3. Yandaki PRS üçgeninde $m(\widehat{R}) > 90^o$, $|RS| = 8$ cm, $|PR| = 6$ cm ve $|PS| = a$ cm ise a'nın alabileceği doğal sayı değerlerini bulunuz.



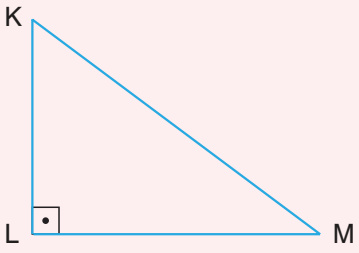
4. Yandaki şekilde ABC ile CBD üçgendir. $|AB| = 8$ cm, $|AC| = 9$ cm, $|BD| = 4$ cm, $|CD| = 12$ cm ve $|BC| = x$ cm'dir.

Buna göre x'in alabileceği en büyük ve en küçük doğal sayı değerlerinin farkı kaçtır?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8



5. Yandaki KLM dik açılı üçgenindeki en uzun kenarı belirleyiniz.



6. **Tablo:** Üçgenlerin Kenar Uzunlukları

Üçgen	Birinci Kenar Uzunluğu (cm)	İkinci Kenar Uzunluğu (cm)	Üçüncü Kenar Uzunluğu (cm)
$\widehat{ABC}$	$\|AB\| = 7$	$\|BC\| = 6$	$\|AC\| = x$
$\widehat{KLM}$	$\|KL\| = 4$	$\|LM\| = 5$	$\|KM\| = y$
$\widehat{DEF}$	$\|DE\| = 16$	$\|EF\| = z$	$\|DF\| = 10$
$\widehat{PRS}$	$\|PR\| = t$	$\|RS\| = 8$	$\|PS\| = 11$

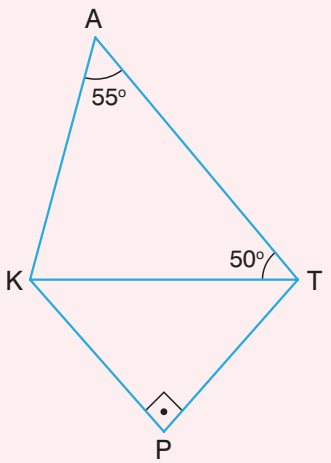
Yukarıdaki tabloda bazı üçgenlerin kenar uzunlukları verilmiştir. Buna göre x, y, z ve t yerine yazılabilecek en büyük doğal sayı değerlerini belirleyiniz.

7. Yandaki şekilde AKT ile KPT üçgendir.

$m(\widehat{KPT}) = 90°$, $m(\widehat{KAT}) = 55°$ ve $m(\widehat{KTA}) = 50°$ dir.

Buna göre şekildeki en uzun kenar aşağıdakilerden hangisidir?

A) [KT] **B)** [AT] **C)** [KP] **D)** [AK]



8. Aşağıda ölçülerinden bazıları verilen üçgenleri; pergel, cetvel veya açıölçer kullanarak çiziniz.

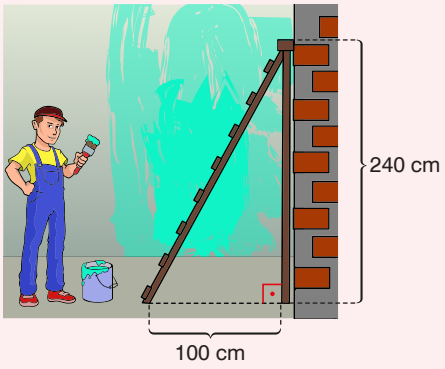
a) $|AB| = 3\,cm$, $|AC| = 4\,cm$, $|BC| = 5\,cm$ olan $\widehat{ABC}$.

b) $|DE| = 2\,cm$, $|EF| = 5\,cm$, $m(\widehat{DEF}) = 60^\circ$ olan $\widehat{DEF}$.

c) $|KL| = 4\,cm$, $m(\widehat{MKL}) = 70^\circ$, $m(\widehat{KLM}) = 65^\circ$ olan $\widehat{KLM}$.

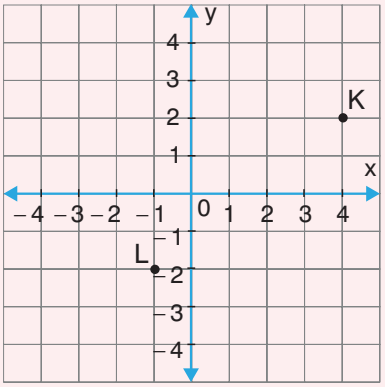
9. Yandaki görselde Doğan Usta'nın boya yaparken kullandığı merdiven gösterilmiştir. Görselde verilen ölçülere göre merdivenin uzunluğu kaç cm'dir?

A) 260 **B)** 280 **C)** 300 **D)** 320

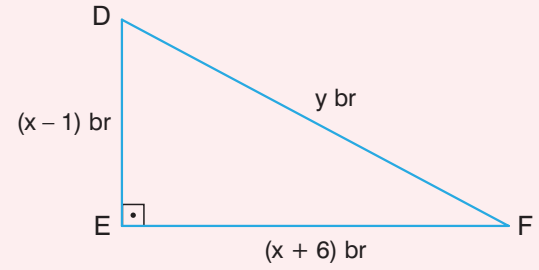


10. Yandaki koordinat düzleminde verilen K ile L noktalarının arasındaki uzaklık kaç br'dir?

A) $4\sqrt{2}$ **B)** 6 **C)** $\sqrt{41}$ **D)** $\sqrt{43}$



11. Yandaki DEF dik üçgeninde verilen kenar uzunluklarına göre x yerine 9 yazılırsa y kaç bulunur?



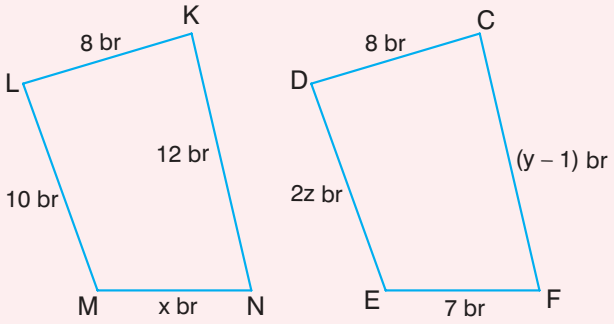
A) 9 **B)** 11

C) 15 **D)** 17

12. Yandaki KLMN ile CDEF dörtgenleri eştir.

$|KL| = |CD| = 8$ br, $|LM| = 10$ br, $|MN| = x$ br, $|KN| = 12$ br, $|DE| = 2z$ br, $|EF| = 7$ br ve $|CF| = (y - 1)$ br'dir.

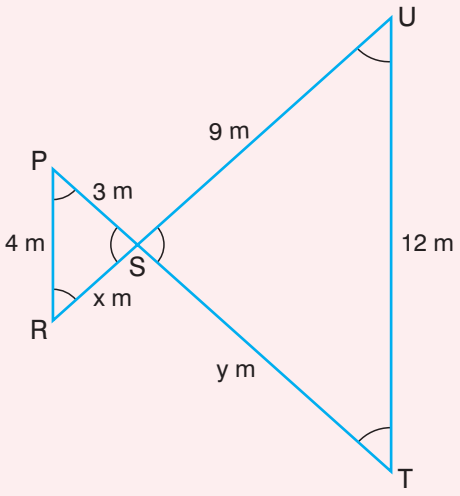
Buna göre x, y ve z değerlerini bulunuz.



13. Yandaki $\widehat{PSR}$ ile $\widehat{TSU}$ benzerdir.

$|PR| = 4$ m, $|PS| = 3$ m, $|RS| = x$ m, $|TS| = y$ m, $|US| = 9$ m ve $|TU| = 12$ m'dir.

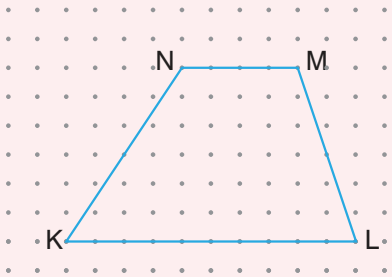
Buna göre $x + y$ işleminin sonucu kaçtır?



A) 9 **B)** 10

C) 12 **D)** 15

14. Aşağıdaki noktalı kâğıda yandaki KLMN dörtgenine eş olan ve benzer olan birer dörtgen çiziniz.



15. Bir bilgisayar programında aşağıdaki adımlar uygulanmıştır.

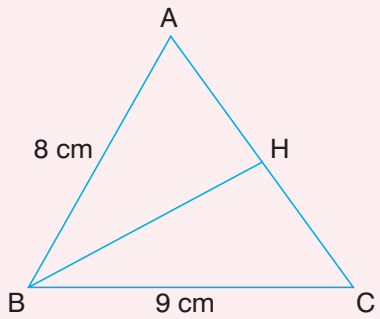
1. Adım: Uzunluğu 8 cm olan bir [AB] çiz.

2. Adım: $m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$, bir ucu B noktası olan ve uzunluğu 9 cm olan bir [BC] çiz.

3. Adım: A ile C noktalarını bir çizgi ile birleştir ve bir ABC üçgenini oluştur.

4. Adım: ABC üçgenindeki [AC]'na ait kenarortayı [BH] olarak çiz.

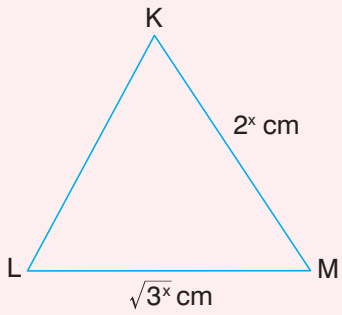
4. adımın sonunda bilgisayar ekranında aşağıdaki üçgen görünmüştür.



ABC üçgenindeki $|AH| = 5$ cm olduğuna göre ekranda görünen ABC üçgeninin çevre uzunluğu kaç cm'dir?

A) 24 **B)** 25 **C)** 27 **D)** 28

16.



Yukarıdaki KLM üçgeninde $|KM| = 2^x$ cm ve $|LM| = \sqrt{3^x}$ cm'dir.

- x sayısı sıfırdan farklı bir doğal sayıdır.
- KLM üçgeninin kenar uzunlukları cm biriminde birer tam sayıdır.
- $Ç(\widehat{KLM}) < 14$ cm'dir.

Yukarıda verilen bilgilere göre kaç farklı KLM ikizkenar üçgeni oluşturulabilir?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5

17. Bilgisayar ekranında bulunan bir fotoğrafı kenarlarından veya köşelerinden tutarak hareket ettirdiğinizde fotoğrafın boyutları değişir. Bu değişikliği orantılı bir şekilde yapmazsanız fotoğrafın orijinalliği bozulur ve fotoğrafta bulunanlar orijinalinden farklı görünür.

Boyutları 18 cm ile 24 cm olan dikdörtgen şeklindeki fotoğraf orijinalliği bozulmadan büyütülüp küçültülecektir.

I
12 cm
18 cm

II
12 cm
16 cm

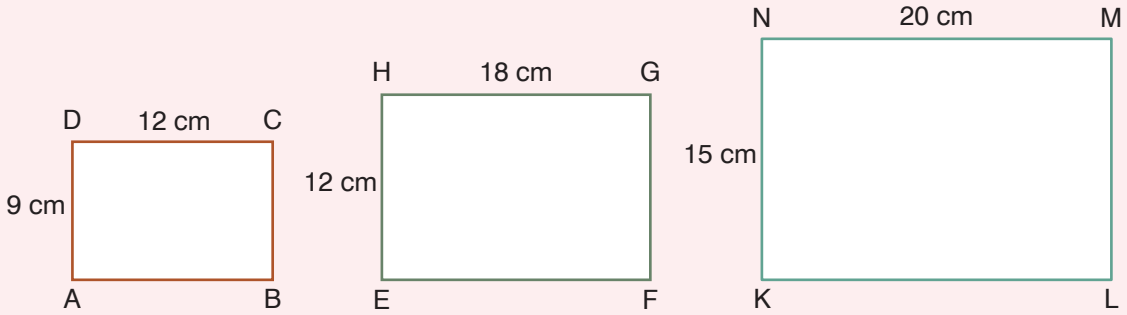
III
24 cm
30 cm

IV
21 cm
28 cm

Bu bilgilere göre yukarıda verilen resimlerden hangileri orijinaline uygun kalmıştır?

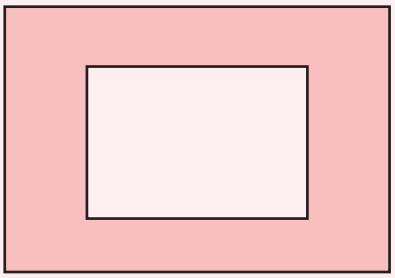
A) I ve III **B)** Yalnız II **C)** II ve IV **D)** II, III ve IV

18.



Yukarıda kenar uzunlukları verilen üç dikdörtgenden iki adedi benzerdir.

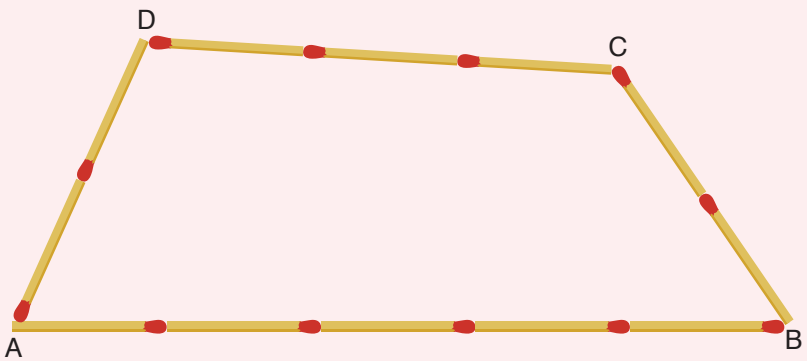
Benzer olan iki dikdörtgen aşağıdaki gibi alınıp üst üste yerleştiriliyor ve görseldeki kısım boyanıyor.



Buna göre iki dikdörtgen arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 96 **B)** 108 **C)** 144 **D)** 192

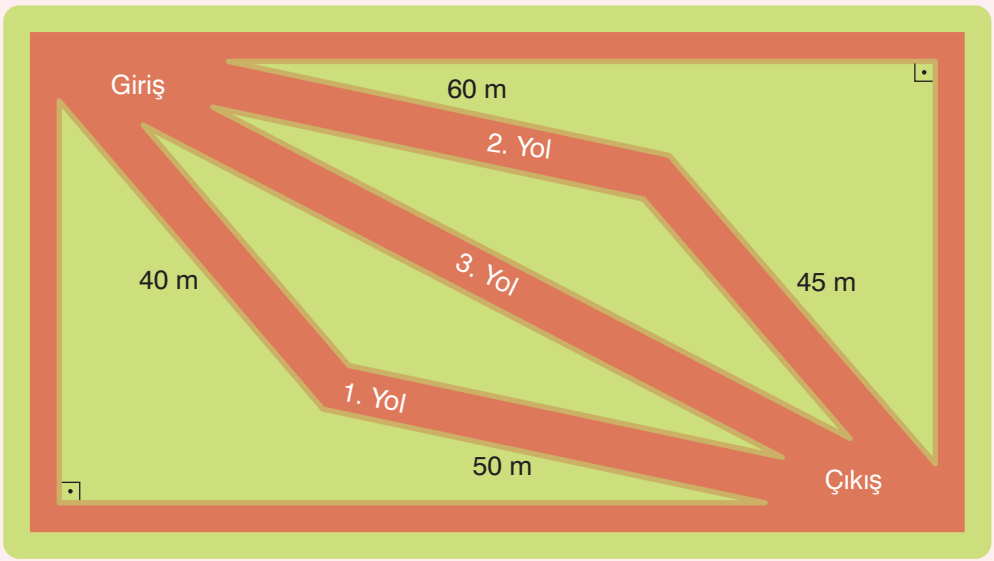
19. Aşağıdaki ABCD dörtgeni özdeş kibrit çöpleri ile oluşturulmuştur.



Oluşturulan dörtgenin A ve C köşeleri aynı özdeş kibrit çöpleri kullanılarak doğrusal bir şekilde birleştirilmek istenirse kaç kibrit çöpü kullanılabilir?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6

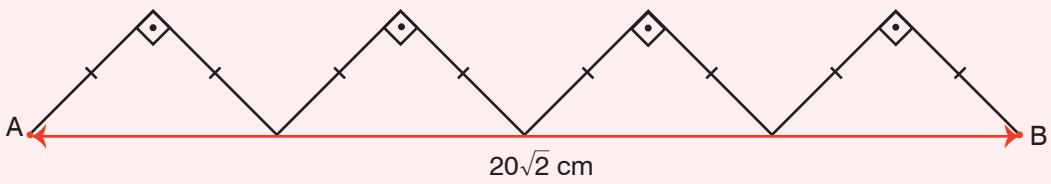
20. Dikdörtgen şeklindeki bir parkta görseldeki gibi üç farklı yürüyüş yolu vardır. Bu yürüyüş yollarından iki tanesinin uzunlukları verilmiş ancak giriş ve çıkış arasında doğrusal bir yol olan 3. yolun uzunluğu verilmemiştir.



Buna göre 3. yürüyüş yolunun uzunluğunun metre türünden alabileceği en küçük ve en büyük tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır? (Yolların genişliği önemsizdir.)

A) 150 **B)** 105 **C)** 120 **D)** 145

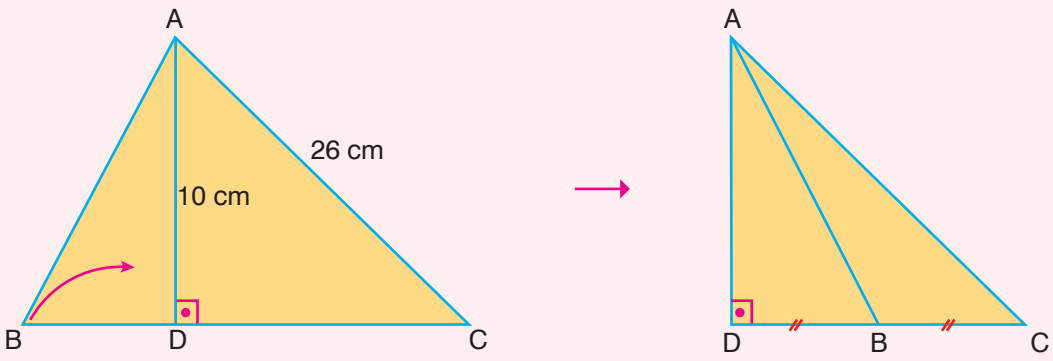
21. Ümit bir teli 90° lik açılarla her bir parçası eşit uzunlukta olacak şekilde aşağıdaki gibi bükmüştür.



Ümit'in oluşturduğu şeklin A ile B noktaları arasındaki uzaklık $20\sqrt{2}$ cm olduğuna göre telin bükülmeden önceki uzunluğu kaç cm'dir?

A) 35 **B)** 40 **C)** 45 **D)** 50

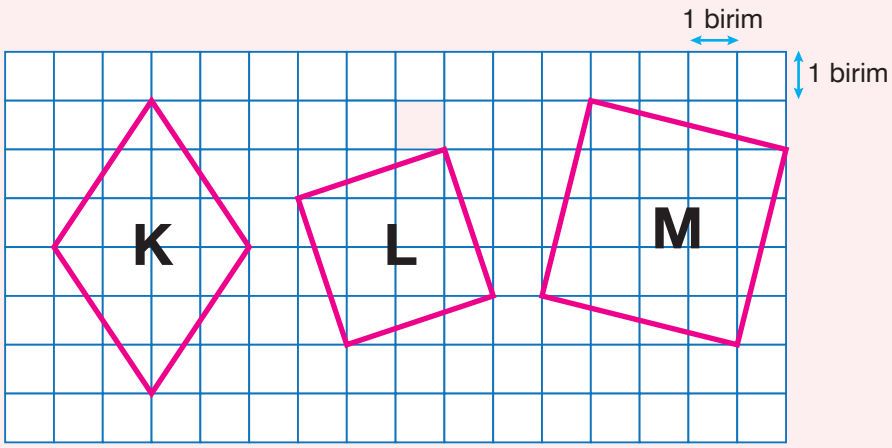
22. Çağlar, BC kenarına ait yüksekliği 10 cm ve |AC| = 26 cm olan ABC üçgeni şeklindeki kartonun B köşesinden yüksekliği boyunca aşağıdaki gibi katladığında |DB| = |BC| olmaktadır.



Buna göre kartonun bir yüzünün alanı kaç santimetrekaredir?

A) 120 **B)** 140 **C)** 160 **D)** 180

23. Aşağıdaki birim kareli zeminde K, L, M ile isimlendirilen üç dörtgen verilmiştir.

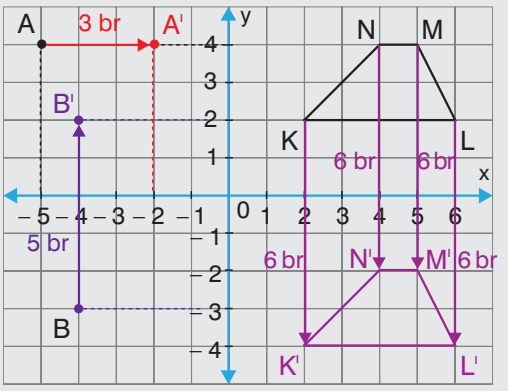


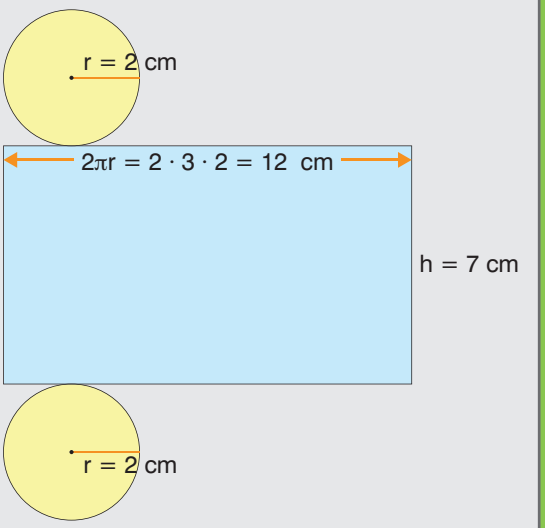
Buna göre dörtgenlerin çevre uzunluklarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

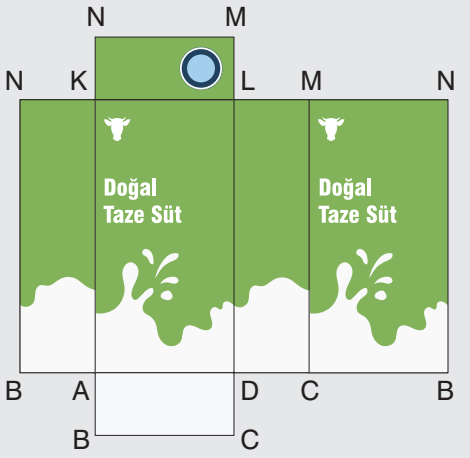
A) L < K < M **B)** K < M < L **C)** L < M < K **D)** K < L < M

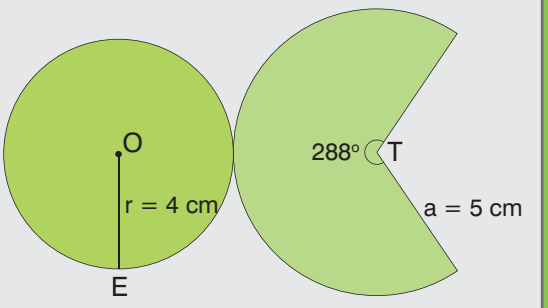
Ek Sorular

6. ÜNİTE









- **Dönüşüm Geometrisi**
- **Geometrik Cisimler**

EBA İçeriği

6. Ünite Tanıtımı

Terimler veya Kavramlar

yansıma, öteleme, görüntü, taban, silindir, simetri doğrusu, yükseklik, yüzey alanı, piramit, prizma

DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

Öteleme ve Yansıma

Öteleme ve yansıma, hayatın birçok alanında karşımıza çıkabilmektedir. Örneğin buz hokeyinde sporcular, hokey sopalarıyla diski öteleyerek takımlarına sayı kazandırmak ya da karşı takıma sayı kazandırmamak için ellerinden geleni yaparlar. Fen bilimleri alanında ise aynalarda ışığın yansımalarından yararlanılır. Sizin bildiğiniz, öteleme ve yansımanın kullanıldığı başka alanlar var mı? Açıklayınız.

Öteleme

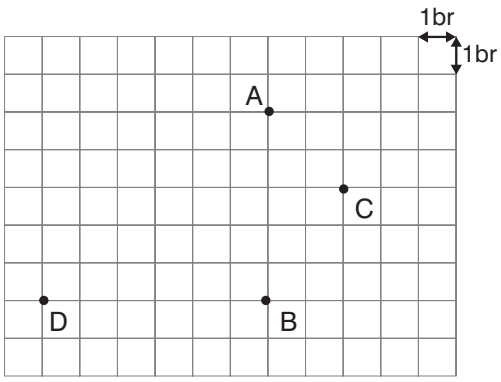
Bilgi Kutusu

Bir nokta, doğru parçası veya şekil ötelenirse doğrusal olarak ilerler. Ötelemede şekil üzerindeki her bir nokta aynı anda, aynı yöne doğru hareket eder. Ötelemede şekil ile şeklin görüntüsü eştir.

Örnek

Kareli kâğıtta A, B, C ve D noktaları verilmiştir. Buna göre

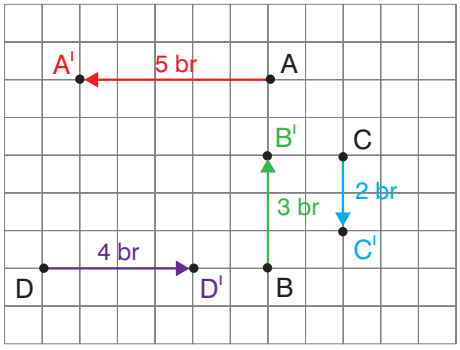
- A noktasının 5 birim sola,
- B noktasının 3 birim yukarıya,
- C noktasının 2 birim aşağıya,
- D noktasının 4 birim sağa öteleme sonucundaki görüntülerini çiziniz.



Çözüm

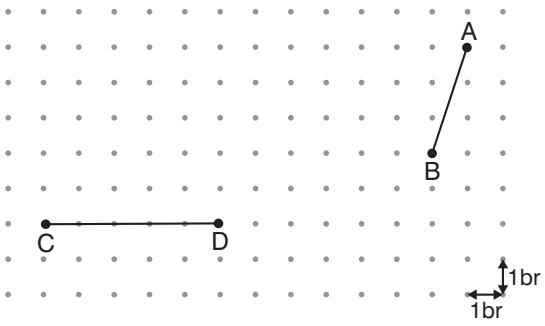
Kareli kâğıtta verilenlere göre

- A noktasının 5 birim sola öteleme sonucundaki görüntüsü A',
- B noktasının 3 birim yukarıya öteleme sonucundaki görüntüsü B',
- C noktasının 2 birim aşağıya öteleme sonucundaki görüntüsü C',
- D noktasının 4 birim sağa öteleme sonucundaki görüntüsü D' noktasıdır.



Örnek

Noktalı kâğıttaki [AB]'nın 3 birim sola, [CD]'nın 5 birim yukarıya öteleme sonucundaki görüntülerini çiziniz.

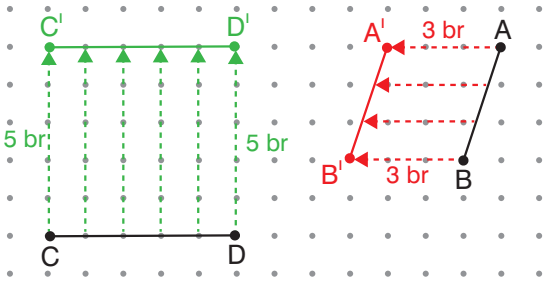


Çözüm

[AB]'nın 3 birim sola öteleme sonucundaki görüntüsü [A'B']'dır.

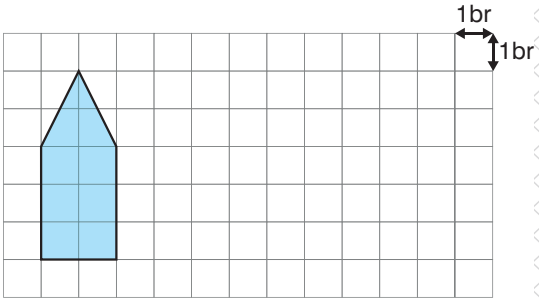
[CD]'nın 5 birim yukarıya öteleme sonucundaki görüntüsü [C'D']'dır.

Etkileşimli içerik



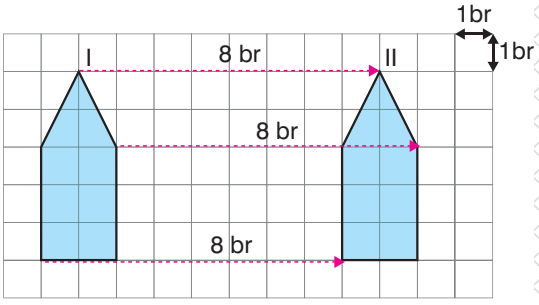
Örnek

Kareli kâğıtta verilen yandaki mavi şeklin 8 birim sağa öteleme sonucundaki görüntüsünü çiziniz.



Çözüm

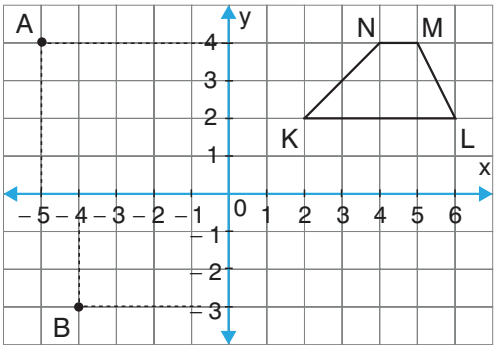
Mavi şekil I numaralı konumdayken şeklin 8 birim sağa ötelenme sonucundaki görüntüsü II numaralı konumda olur.



Örnek

Koordinat sistemindeki

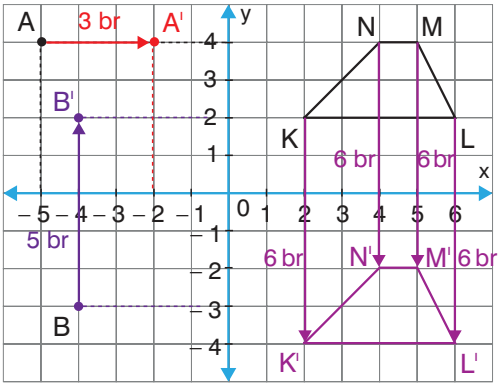
- A noktasının x ekseni boyunca 3 birim sağa,
- B noktasının y ekseni boyunca 5 birim yukarıya,
- KLMN dörtgeninin y ekseni boyunca 6 birim aşağıya öteleme sonucundaki görüntülerini çiziniz.



Çözüm

Koordinat sistemindeki

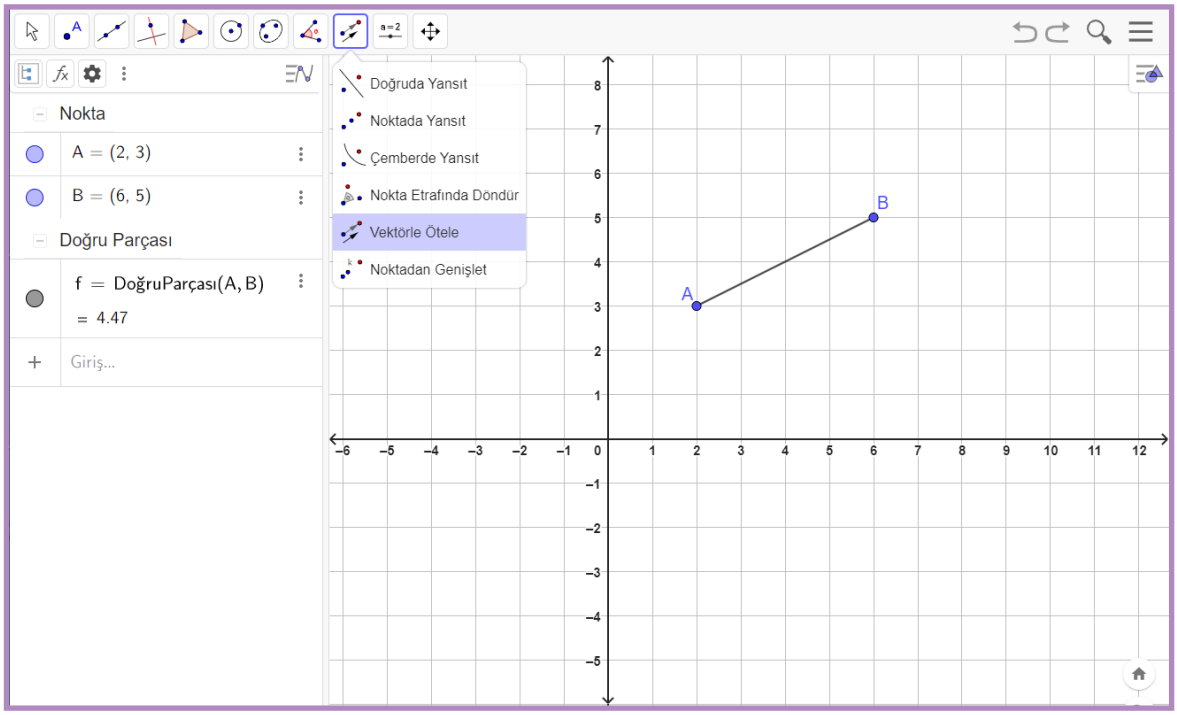
- A(–5, 4) noktasının x ekseni boyunca 3 birim sağa öteleme sonucundaki görüntüsü A'(–2, 4) noktasıdır.
- B(–4, –3) noktasının y ekseni boyunca 5 birim yukarıya öteleme sonucundaki görüntüsü B'(–4, 2) noktasıdır.
- KLMN dörtgeninin y ekseni boyunca 6 birim aşağıya öteleme sonucundaki görüntüsü K'L'M'N' dörtgenidir.



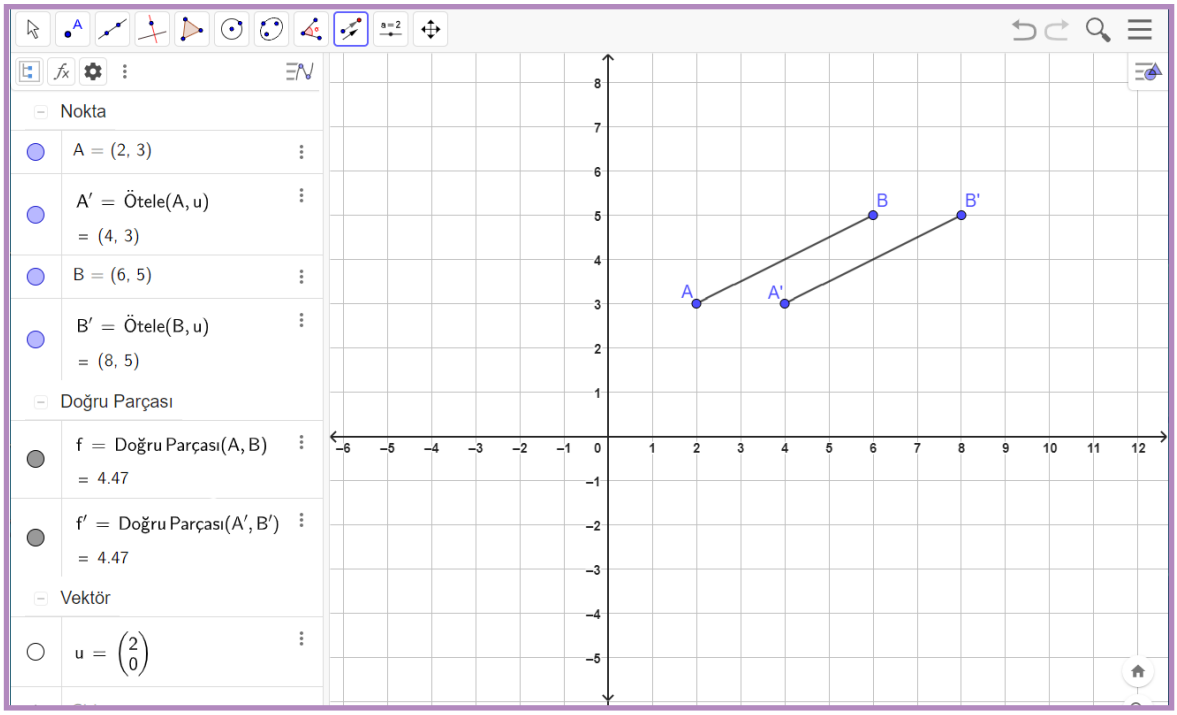
Bilgi Teknolojileri

Dinamik matematik ve geometri yazılımında bir doğru parçasının öteleme sonucundaki görüntüsünü elde edelim.

Programın “Doğru Parçası Seç” sekmesini tıklayalım. Ekranda iki noktayı belirleyerek bir [AB]’nı çizelim. “Vektörle Ötele” sekmesini tıklayalım.



Doğru parçasını ötelemek istediğimiz yön ve birimi belirleyerek öteleyelim ve [A’B’]’nı elde edelim. [AB]’nın 2 birim sağa öteleme sonucundaki görüntüsü [A’B’]’dır.



Yansıma

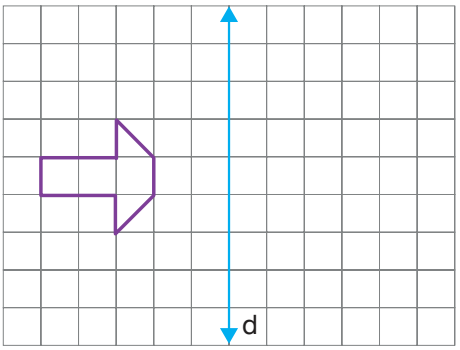
Bilgi Kutusu

Bir noktanın, doğru parçasının veya şeklin doğruya göre simetrisi **yansıma** olarak adlandırılır. Yansıma, simetri doğrusuna göre yapılır.

Yansımada şekil ile şeklin görüntüsü üzerinde birbirine karşılık gelen noktalar, simetri doğrusuna diktir ve aralarındaki uzaklıklar eşittir. Bundan dolayı şekil ile şeklin yansıma sonucu oluşan görüntüsü eştir.

Etkinlik

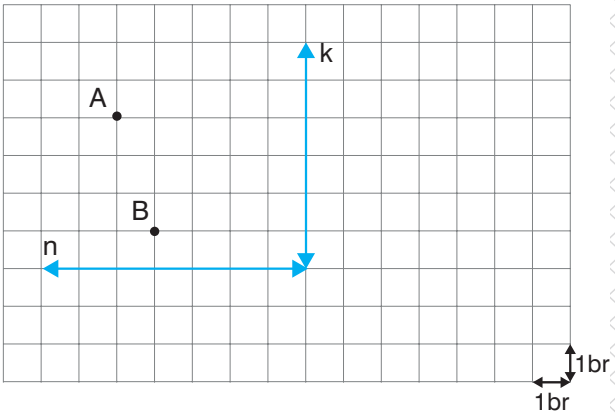
Araç Gereçler: Kareli kâğıt, simetri aynası ve cetvel.



- Kareli kâğıda cetvel kullanarak yandaki gibi bir d doğrusunu ve mor şekli çiziniz.
- Simetri aynasını d doğrusunun üzerine yerleştiriniz.
- Aynada elde ettiğiniz görüntüyü dikkate alarak şeklin d doğrusuna (simetri aynasına) göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.
- Şekil ile şeklin yansıma sonucu oluşan görüntüsü arasındaki ilişkiyi belirten genel bir ifade yazınız.

Örnek

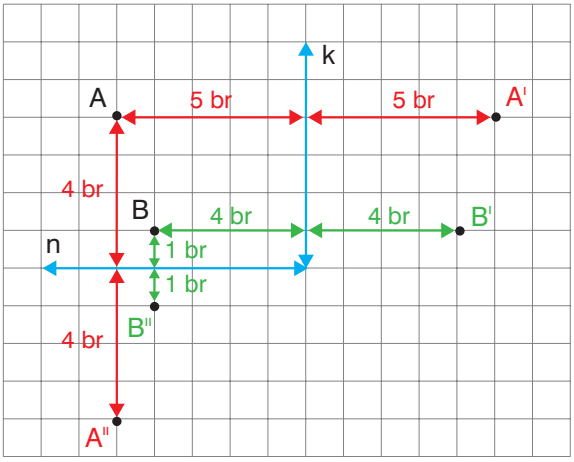
Kareli kâğıttaki A ve B noktalarının k ve n doğrularına göre yansıma sonucu oluşan görüntülerini oluşturunuz.



Çözüm

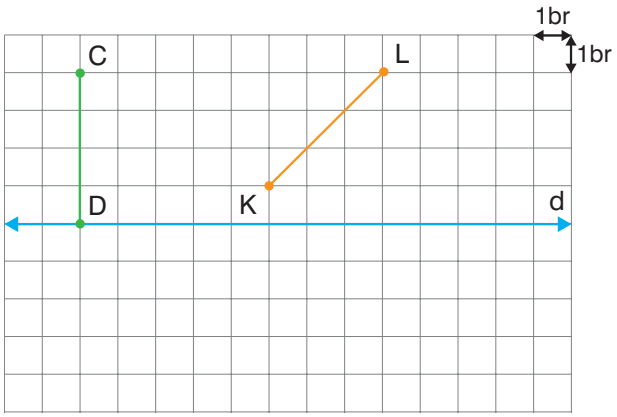
Kareli kâğıttaki A noktasının k doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü A', n doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü A'' noktasıdır.

Kareli kâğıttaki B noktasının k doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü B', n doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü B'' noktasıdır.



Örnek

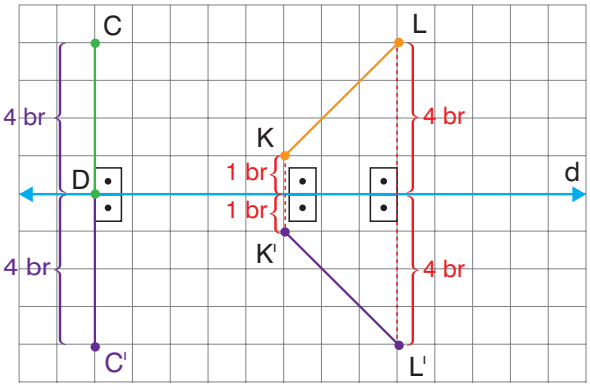
Kareli kâğıttaki [CD] ve [KL]'nın d doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntülerini oluşturunuz.



Çözüm

[CD]'nın d doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü [C'D]'dır.

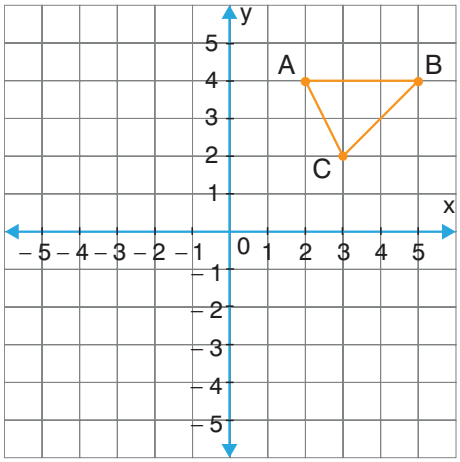
[KL]'nın d doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü [K'L']'dır.



Örnek

Koordinat sistemindeki ABC üçgeninin

- x eksenine göre,
- y eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntülerini oluşturunuz.



Çözüm

Koordinat sistemindeki ABC üçgeninin

- x eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü A'B'C' üçgenidir.

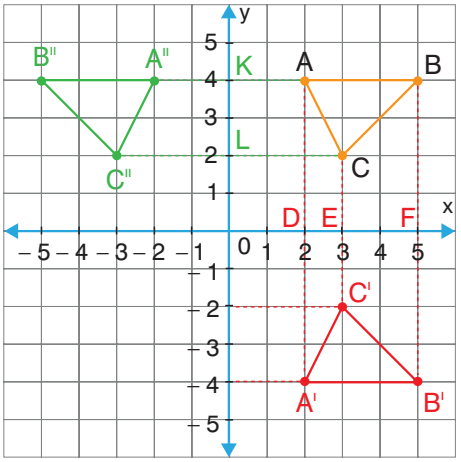
✓ |AD| = |A'D| = 4 br ✓ |BF| = |B'F| = 4 br

✓ |CE| = |C'E| = 2 br

- y eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü A"B"C" üçgenidir.

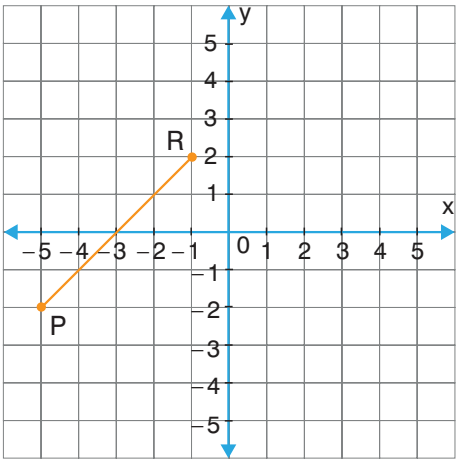
✓ |AK| = |A"K| = 2 br ✓ |BK| = |B"K| = 5 br

✓ |CL| = |C"L| = 3 br



Örnek

Koordinat sistemindeki [PR]'nın y eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturunuz.

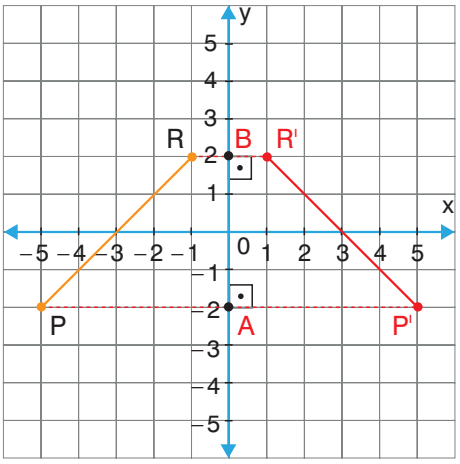


Çözüm

Koordinat sistemindeki [PR]'nın y eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü [P'R']'dır.

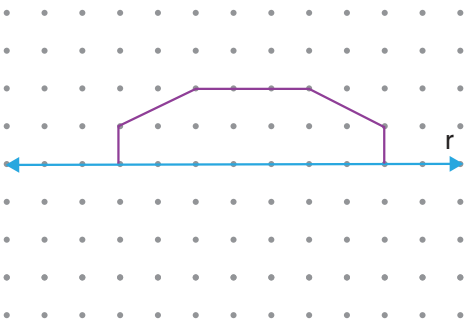
|RB| = |R'B| = 1 birim

|PA| = |P'A| = 5 birim



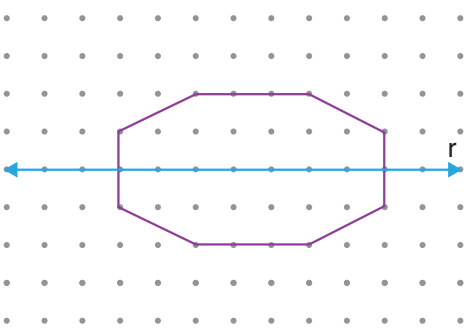
Örnek

Noktalı kâğıttaki şeklin r doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturunuz.



Çözüm

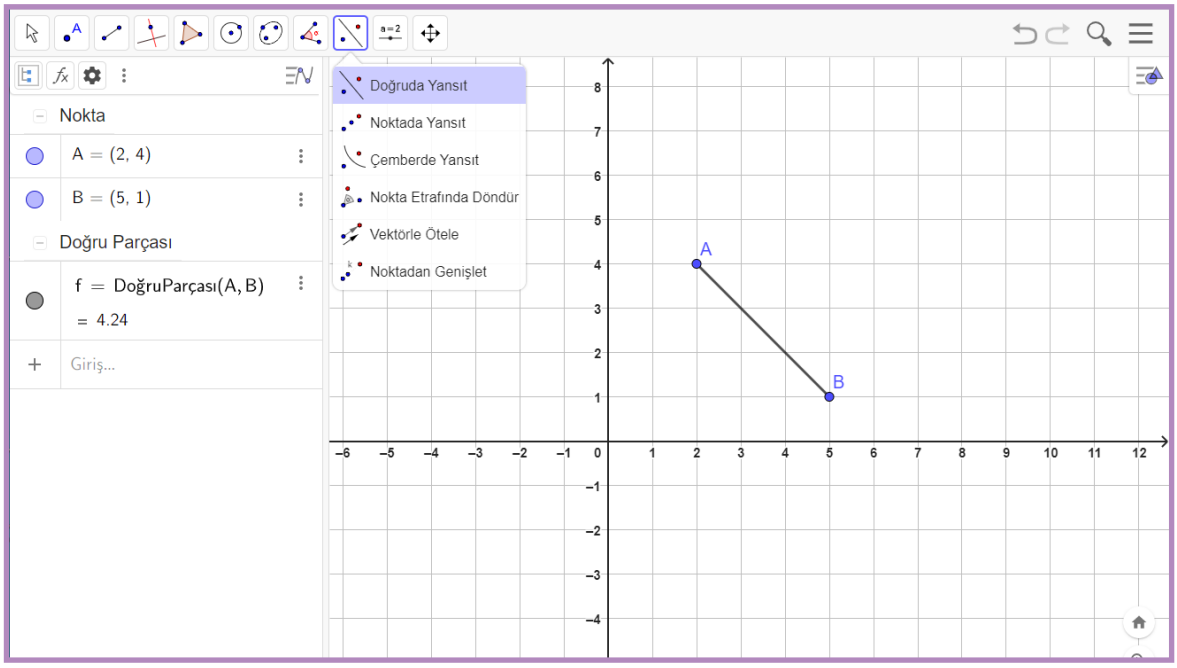
Noktalı kâğıttaki şeklin r doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü yandaki gibi oluşturulmuştur.



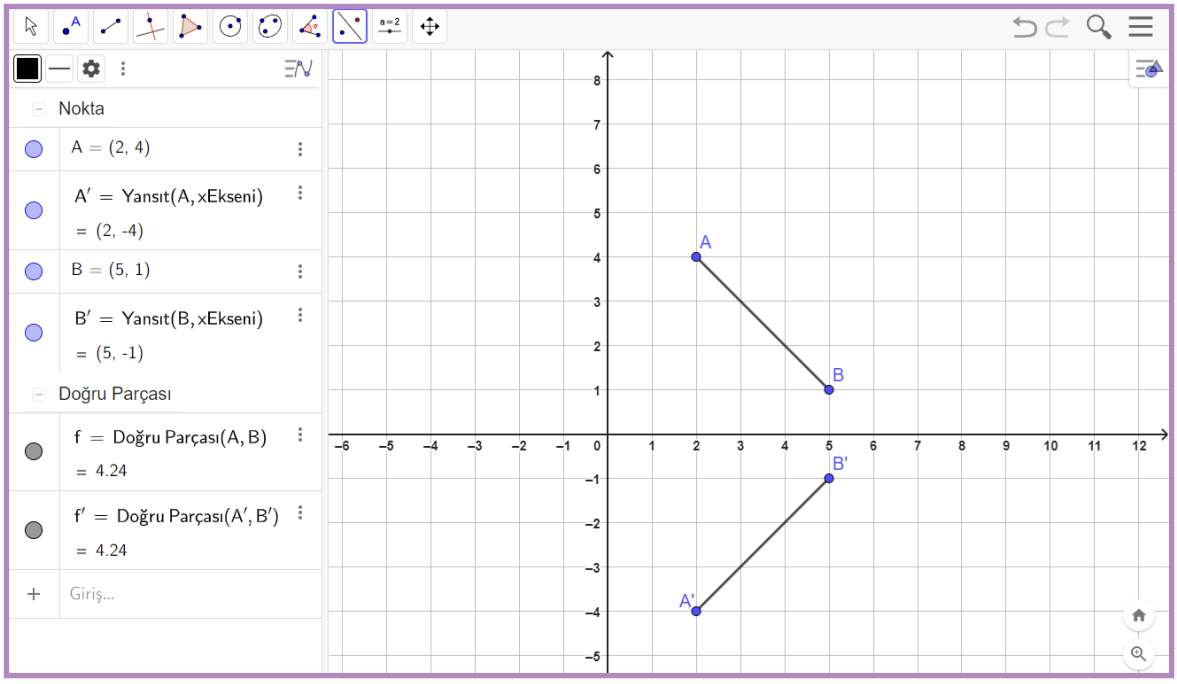
Bilgi Teknolojileri

Dinamik matematik ve geometri yazılımında bir doğru parçasının bir doğruya göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü elde edelim.

Programın "Doğru Parçası Seç" sekmesini tıklayalım. Ekranda iki noktayı belirleyerek bir [AB]'nı çizelim. "Doğruda Yansıt" sekmesini tıklayalım.



Önce doğru parçasını sonra doğru parçasının yansıması alınacak doğruyu tıklayalım. [A'B']'nı elde edelim. [AB]'nın y = 0 doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü [A'B']'dır.



Alıştırmalar

1. Noktalı kâğıttaki

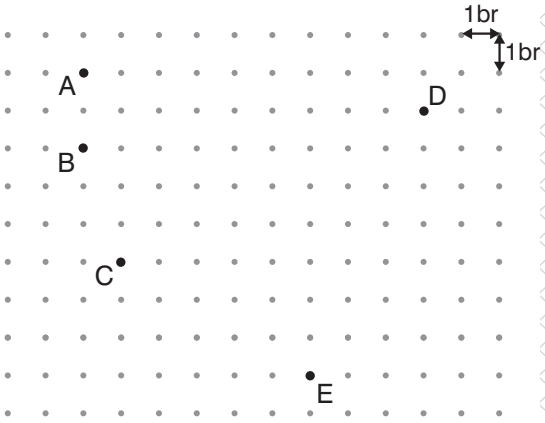
a) A noktasının 2 birim sağa,

b) B noktasının 7 birim aşağıya,

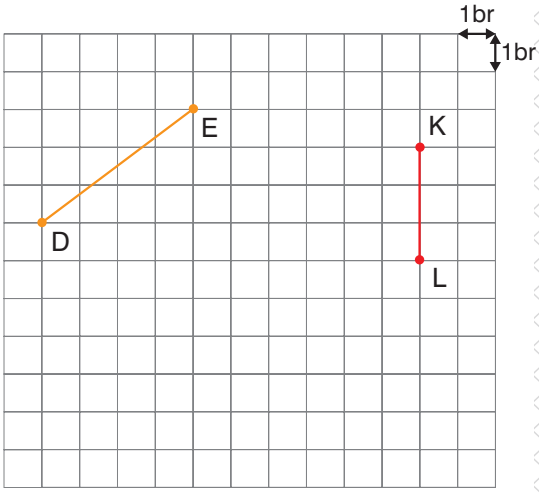
c) C noktasının 3 birim sağa,

ç) D noktasının 4 birim sola,

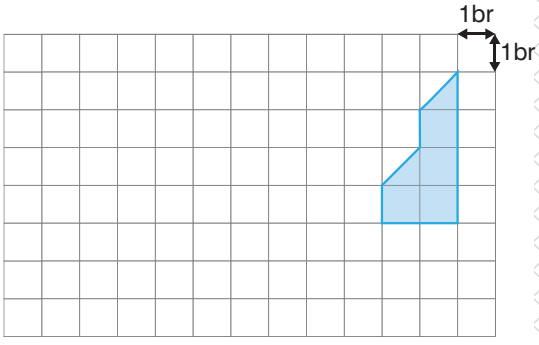
d) E noktasının 6 birim yukarıya öteleme sonucundaki görüntülerini oluşturunuz.



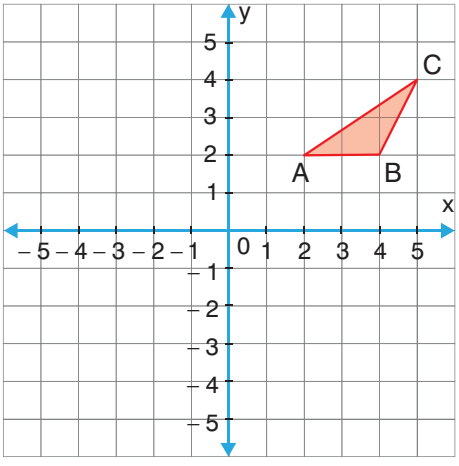
2. Kareli kâğıttaki [DE]'nı 3 birim aşağıya, [KL]'nı 4 birim sola öteleme sonucundaki görüntülerini oluşturunuz.



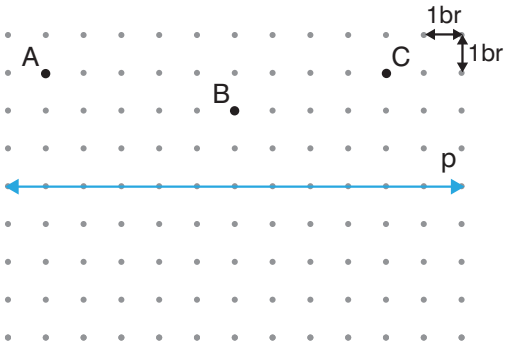
3. Kareli kâğıttaki mavi şeklin 9 birim sola öteleme sonucundaki görüntüsünü çiziniz. Mavi şekil ile mavi şeklin görüntüsü arasındaki ilişkiyi açıklayınız.



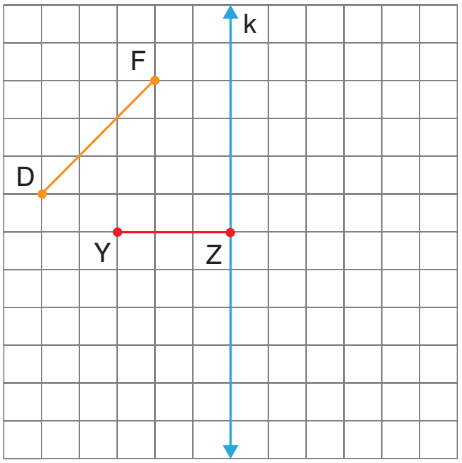
4. Koordinat sistemindeki ABC üçgeninin 7 birim aşağıya öteleme sonucundaki görüntüsünü çiziniz.



5. Noktalı kâğıttaki A, B ve C noktalarının p doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntülerini oluşturunuz.



6. Kareli kâğıttaki [DF] ile [YZ]'nın k doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntülerini oluşturunuz.

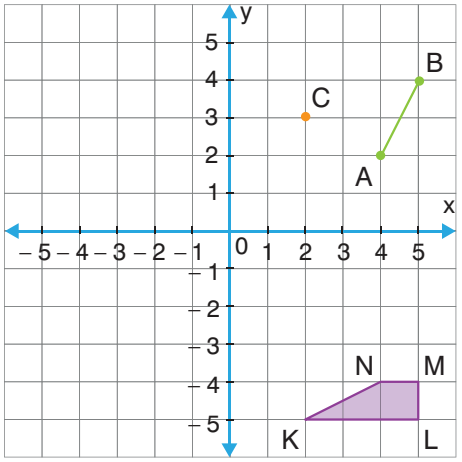


7. Koordinat sistemindeki

a) [AB]'nın x eksenine göre,

b) C noktasının x eksenine göre,

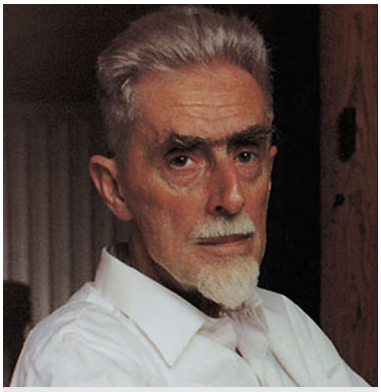
c) KLMN dörtgeninin y eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntülerini oluşturunuz.



8. Kareli kâğıda bir koordinat sistemi ve bu koordinat sistemine bir VYZ üçgeni çiziniz. VYZ üçgeninin x eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturunuz.

Çokgenlerin Öteleme ve Yansımalar Sonucu Oluşan Görüntüleri

1898 yılında Hollanda'da doğan ünlü ressam Maurits Cornelis Escher (Morits Kornelis Eşır), 1959 yılında ilk önemli sergisini açmıştır. Escher; çalışmalarında üçgen, kare, sekizgen gibi çokgenlerin öteleme ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntülerini kullanarak süslemeler oluşturmuştur. Siz, bir süsleme oluşturmak isteseydiniz süslemede hangi çokgenin öteleme veya yansıma altındaki görüntülerini kullanmak isterdiniz? Açıklayınız.



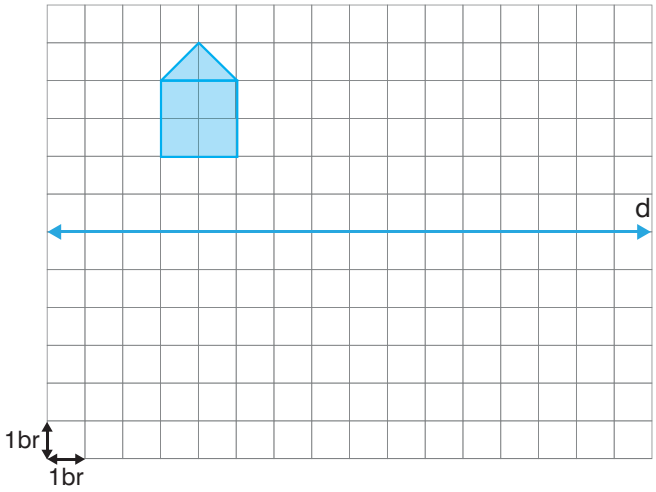
Maurits Cornelis Escher, (1898-1972)

Bilgi Kutusu

Desen, motif ve bazı süslemelerde çokgenlerin öteleme ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntüleri kullanılabilir.

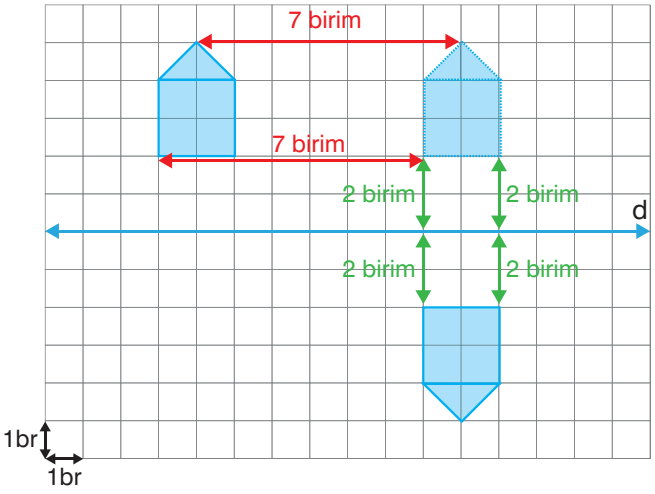
Örnek

Kareli kâğıttaki mavi çokgenin 7 birim sağa ötelenmiş hâlinin d doğrusuna göre yansıma sonucunda ortaya çıkan görüntüsünü oluşturunuz.



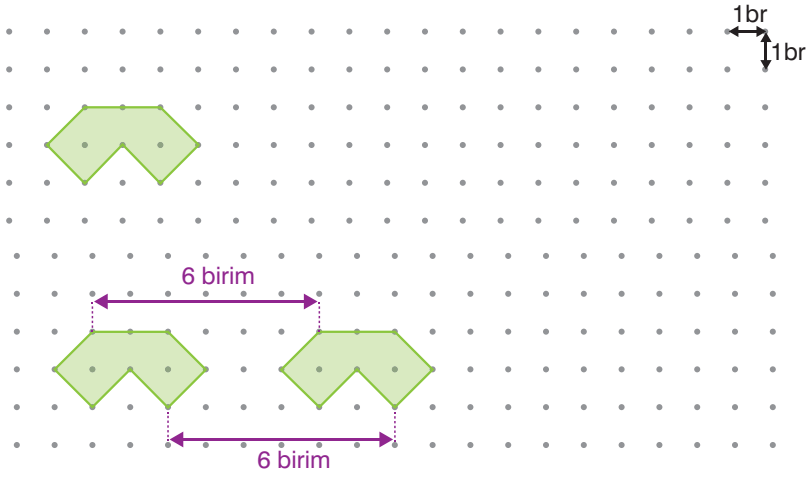
Çözüm

Kareli kâğıttaki mavi çokgenin 7 birim sağa ötelenmiş hâlinin d doğrusuna göre yansıma sonucunda ortaya çıkan görüntüsü yandaki gibidir.



Örnek

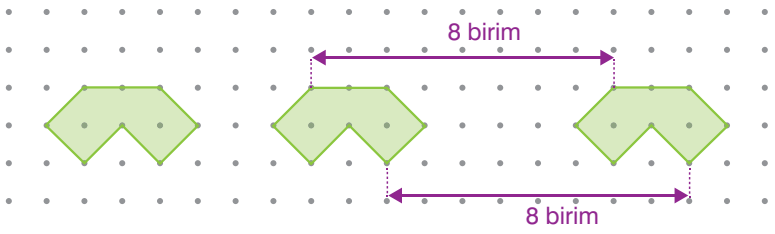
Noktalı kâğıttaki yeşil çokgeni 6 birim sağa öteleyiniz. Elde ettiğiniz görüntüyü 8 birim sağa öteleyerek yeni bir görüntü oluşturunuz.



Çözüm

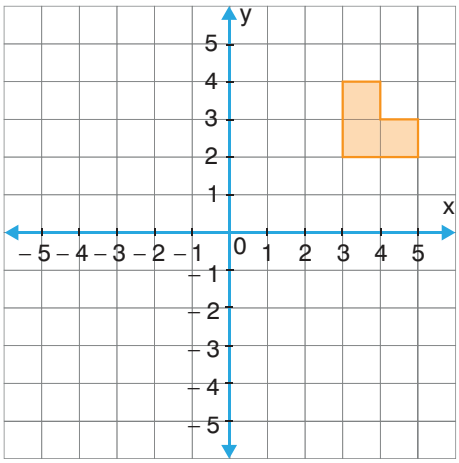
Noktalı kâğıttaki yeşil çokgeni yandaki gibi 6 birim sağa öteleyelim.

Yeşil çokgenin 6 birim sağa ötelenmiş hâlini yandaki gibi 8 birim sağa öteleyelim.



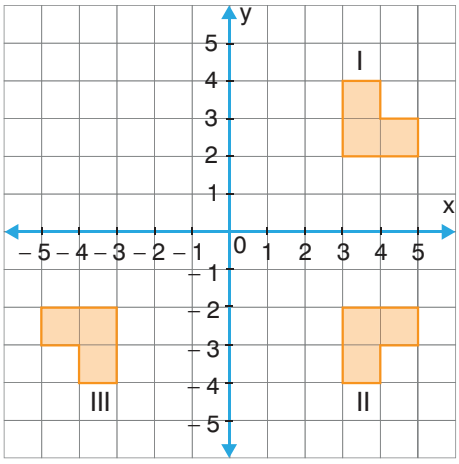
Örnek

Koordinat sisteminde verilen turuncu şeklin x eksenine göre yansımasının y eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.



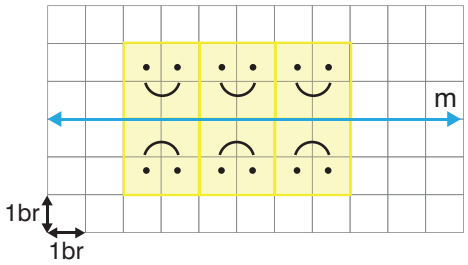
Çözüm

Turuncu şekil, I numaralı konumdayken turuncu şeklin x eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü II numaralı konumdadır. Görüntü, II numaralı konumdayken görüntünün y eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü III numaralı konumdadır.



Örnek

Yanda, bir şekil kullanılarak bir süsleme oluşturulmuştur. Süslemenin hangi şekle, hangi hareketlerin uygulanarak oluşturulduğunu belirleyiniz.

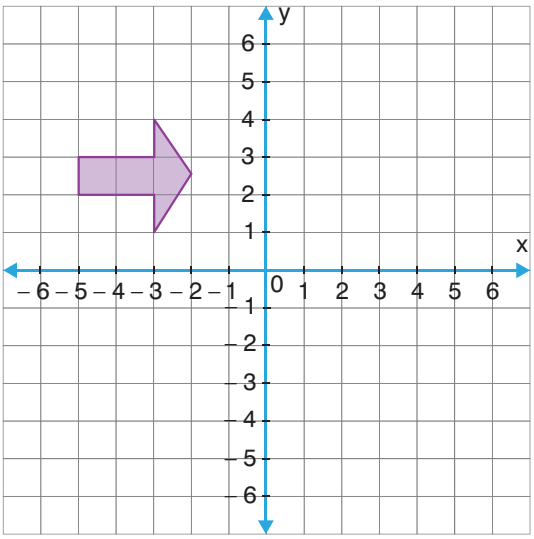


Çözüm

Yandaki şekil, sağa doğru ikişer birim 2 kez ötelenmiş ve elde edilen görüntülerin m doğrusuna göre yansımaları alınarak süsleme oluşturulmuştur.

Örnek

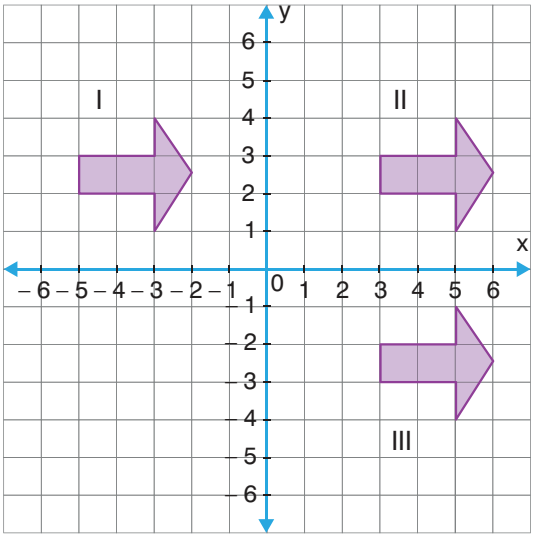
Koordinat sisteminde verilen mor okun 8 birim sağa ötelenmiş hâlinin x eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.



Çözüm

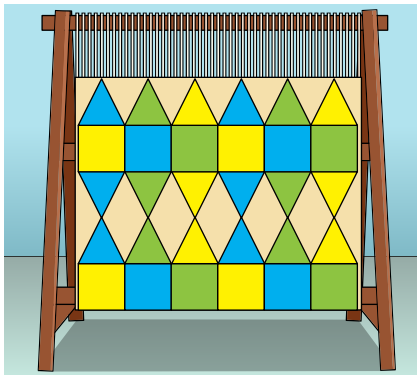
Koordinat sisteminde verilen mor ok, I numaralı konumdayken okun 8 birim sağa öteleme altındaki görüntüsü, II numaralı konumdadır.

Görüntü II numaralı konumdayken görüntünün x eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü, III numaralı konumdadır.

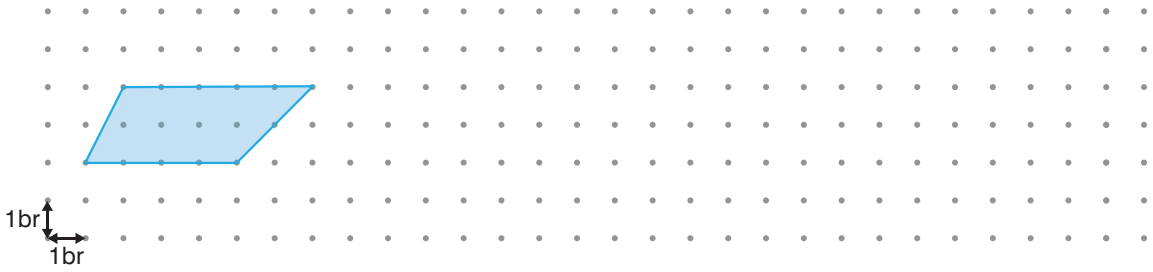


Alıştırmalar

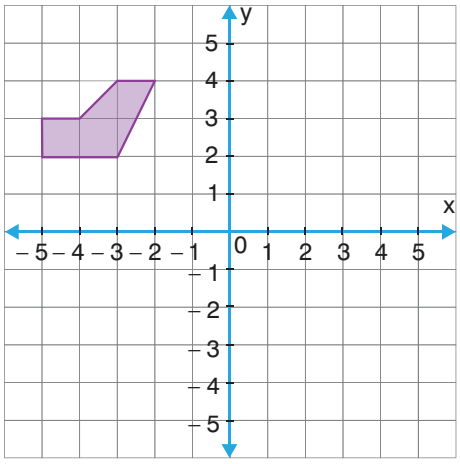
1. Yandaki kilimde hangi şekillerin öteleme ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntüleri ile desen oluşturulduğunu belirleyiniz.



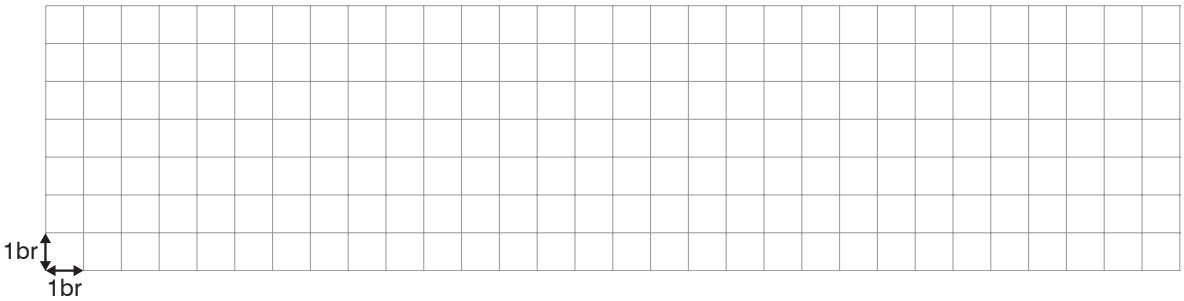
2. Noktalı kâğıttaki mavi dörtgeni 6 birim sağa öteleyiniz. Elde ettiğiniz görüntüyü 12 birim sağa öteleyerek yeni bir görüntü oluşturunuz.



3. Koordinat sisteminde verilen mor çokgenin y eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü 6 birim aşağıya öteleyiniz.



4. Kareli kâğıda bir şekil çiziniz. Çizdiğiniz şekli 3 birim aşağıya öteleyiniz. Elde ettiğiniz görüntüyü 6 birim sağa öteleyerek yeni bir görüntü oluşturunuz.



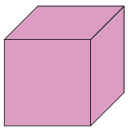
GEOMETRİK CİSİMLER

Dik Prizma

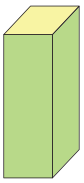
Karabük ilimize bağlı Safranbolu ilçesindeki evler, yüzlerce yıllık bir süreçte oluşan Türk kent kültürünün günümüzde yaşamaya devam eden en önemli yapı taşlarından biridir. İlçedeki 800'e yakın ev, yasal koruma altındadır. Safranbolu evleri, genellikle dik prizma biçimindedir.

Sizin çevrenizde de dik prizma biçiminde yapılar var mı? Örnekler veriniz.

Hatırlatma



Küp

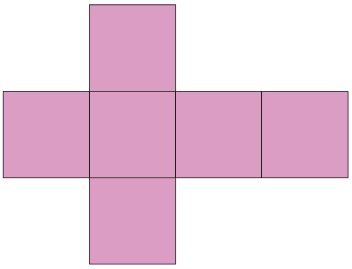


Kare prizma

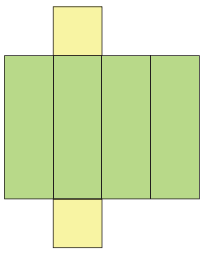
Dikdörtgenler prizması

Küp, kare prizma ve dikdörtgenler prizmasının açınımları aşağıda verilmiştir.

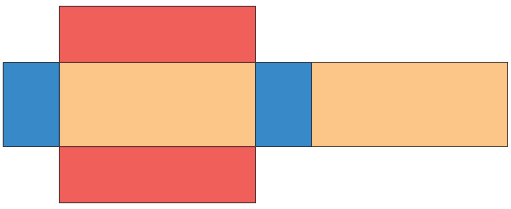
Küpün açınımı



Kare prizmanın açınımı



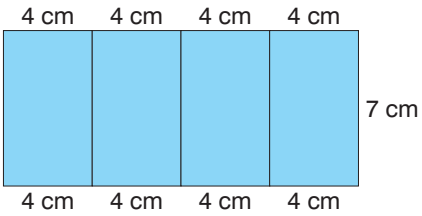
Dikdörtgenler prizmasının açınımı



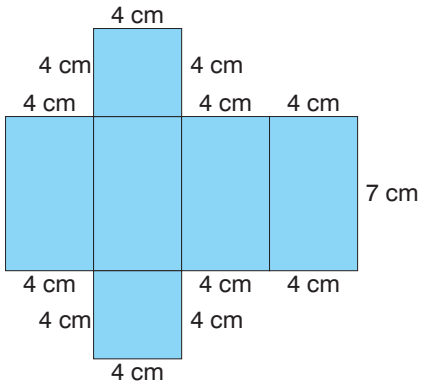
Etkinlik

Araç Gereçler: Karton, cetvel, selobant, makas.

- Cetvel kullanarak kenar uzunlukları 16 cm ve 7 cm olan bir dikdörtgeni kartona çiziniz.
- Dikdörtgeni, kenar uzunlukları 4 cm ve 7 cm olacak şekilde yandaki gibi dört eş parçaya ayırınız.



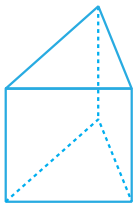
- Dikdörtgenin birer kenarı ile karelerin birer kenarı ortak olacak şekilde, yandaki gibi kenar uzunluğu 4 cm olan iki eş kare çiziniz.
- Çizdiğiniz açınımı makas kullanarak kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- Açınımı uygun şekilde katlayıp selobant ile yapıştırarak bir geometrik cisim oluşturunuz.

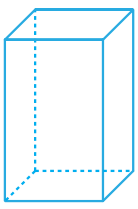


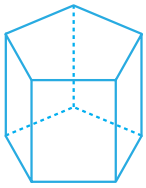
- Hangi geometrik cismi oluşturdunuz?
- Geometrik cisme genel bir ad vermek isteseydiniz nasıl bir ad verirdiniz? Nedenini açıklayınız.
- Oluşturduğunuz geometrik cismin yüz, köşe ve ayrıt sayılarını belirleyiniz.

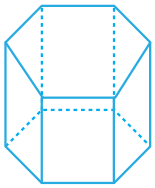
Bilgi Kutusu

- Bir prizmanın taban ayrıtları dışındaki ayrıtları, tabana dik ise o prizmaya **dik prizma** adı verilir.
- Prizmalar, tabanlarındaki çokgenlere göre isimlendirilir.
- Prizmaların alt ve üst tabanları, birbirine paralel ve eştir.
- Dik prizmaların yan yüzleri dikdörtgendir.
- Dik prizmaların yanal ayrıtları aynı zamanda yüksekliklerdir.
- Bir dik prizmanın temel elemanları; taban, yan yüzler, yükseklik, köşe ve ayrıttır.


Üçgen dik prizma

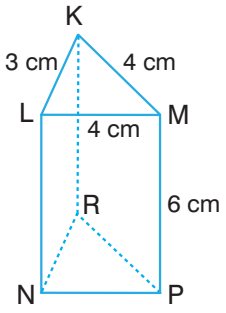

Dörtgen dik prizma


Beşgen dik prizma


Altıgen dik prizma

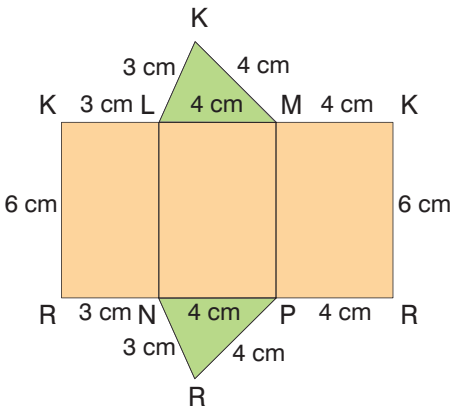
Örnek

Yandaki üçgen dik prizmanın açınımını çiziniz. Temel özelliklerini yazınız. Temel elemanlarını belirleyiniz.



Çözüm

Üçgen dik prizmanın açınımı yanda verilmiştir.



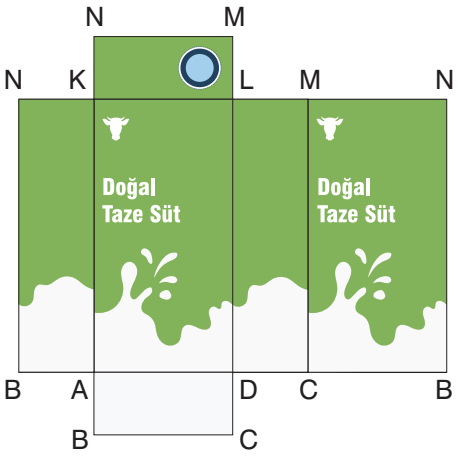
- Açınımdaki yeşil üçgenler, alt ve üst taban; turuncu dikdörtgenler ise yan yüzlerdir.
- Üçgen dik prizmanın 6 köşesi, 5 yüzü, 9 ayrıtı vardır.
- Açınımdaki yeşil üçgenler eştir.
- Üçgen dik prizmanın yanal ayrıtları ve yükseklikleri; [KR], [LN] ve [MP]'dır.
- Üçgen dik prizmanın temel elemanları; taban, yan yüzler, yükseklik, köşe ve ayrıttır.

Örnek

Yandaki süt kutusu, dikdörtgenler prizması biçimindedir. Süt kutusunun açınımını çiziniz. Temel elemanlarını belirleyiniz.

Çözüm

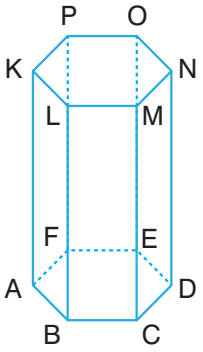
Dikdörtgenler prizması biçimindeki süt kutusunun açınımı yanda verilmiştir. Süt kutusunun açınımına göre



- 6 yüzü, 8 köşesi ve 12 ayrıtı vardır.
- Karşılıklı yüzleri eştir.
- Yükseklikleri [NB], [KA], [LD] ve [MC]'dır.
- Dikdörtgenler prizmasının (dikdörtgen dik prizma) temel elemanları; taban, yan yüzler, yükseklik, köşe ve ayrıttır.

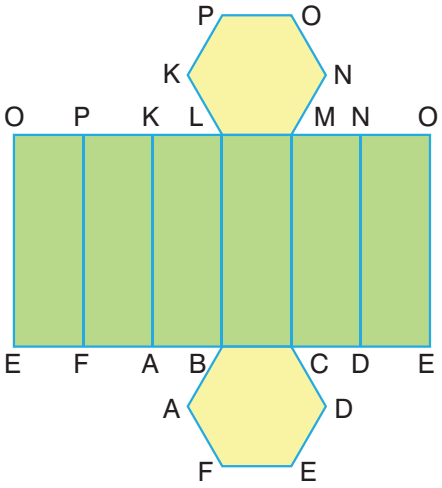
Örnek

Yandaki düzgün altıgen dik prizmanın açınımını çiziniz. Temel özelliklerini yazınız. Temel elemanlarını belirleyiniz.



Çözüm

Düzgün altıgen dik prizma açınımı, yanda verilmiştir.

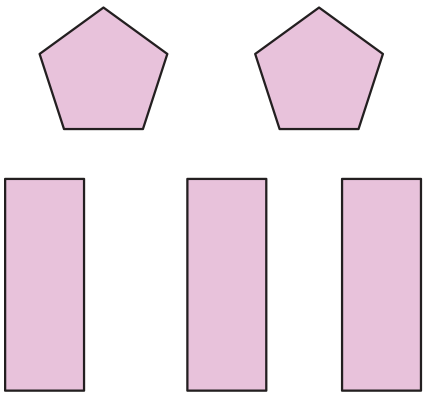


- Düzgün altıgen dik prizmanın 12 köşesi, 18 ayrıtı ve 2'si altıgen, 6'sı dikdörtgen olan 8 yüzü vardır.
- Düzgün altıgen dik prizmadaki sarı düzgün altıgenler alt ve üst tabanlardır. Yeşil dikdörtgenler ise yan yüzlerdir. Aynı renkli çokgenler eştir.
- Düzgün altıgen dik prizmanın yanal ayrıtları ve yükseklikleri; [OE], [PF], [KA], [LB], [MC] ve [ND]'dır.
- Düzgün altıgen dik prizmanın temel elemanları; taban, yan yüzler, yükseklik, köşe ve ayrıttır.

Örnek

Şengül, yandaki eş dikdörtgenleri ve eş düzgün beşgenleri projesi için kartondan kesmiştir. Kestiği şekilleri kullanarak bir dik prizma inşa etmek isteyen Şengül, iki şekli eksik kestiğini fark etmiştir.

Buna göre Şengül'ün eksik kestiği şekilleri belirleyiniz.

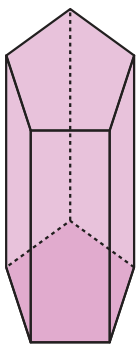


Çözüm

Şengül'ün inşa etmek istediği dik prizmanın alt ve üst tabanları düzgün beşgen, yan yüzleri ise dikdörtgendir. Buna göre Şengül'ün inşa etmek istediği dik prizma, yandaki görselde olduğu gibi bir düzgün beşgen dik prizmadır.

Düzgün beşgen dik prizmanın açınımında 5 adet eş dikdörtgen bulunur. Ancak Şengül, kartondan 3 adet eş dikdörtgen kesmiştir.

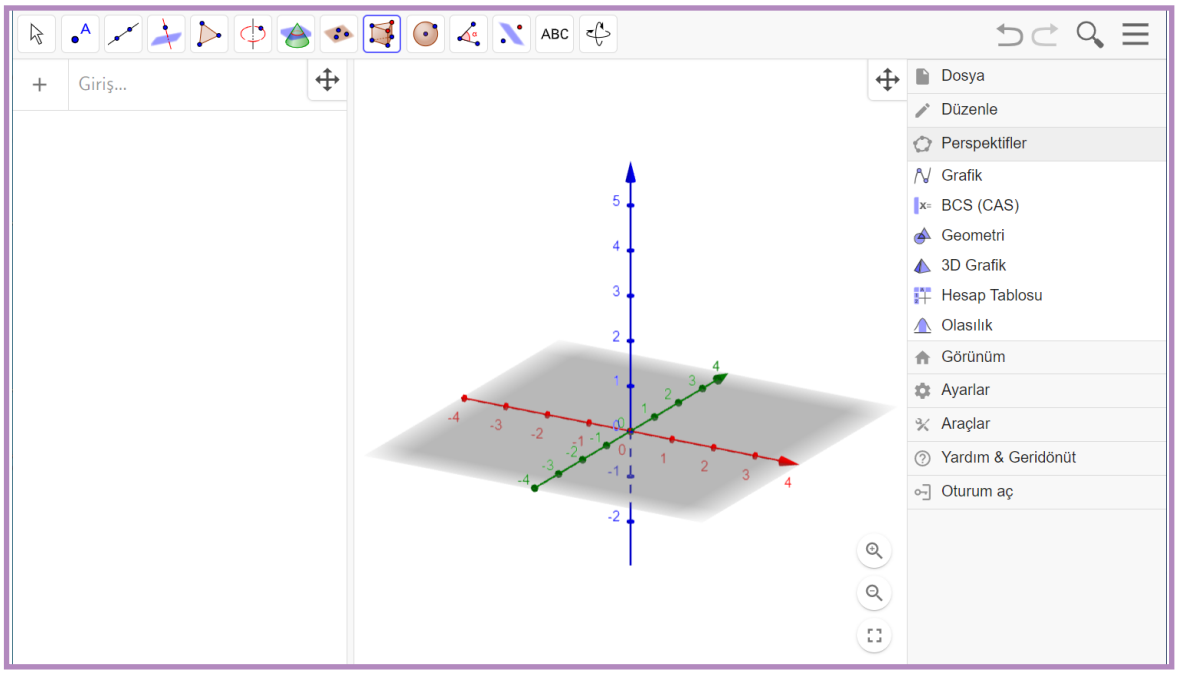
Buna göre Şengül'ün eksik kestiği şekiller, 2 adet eş dikdörtgendir.



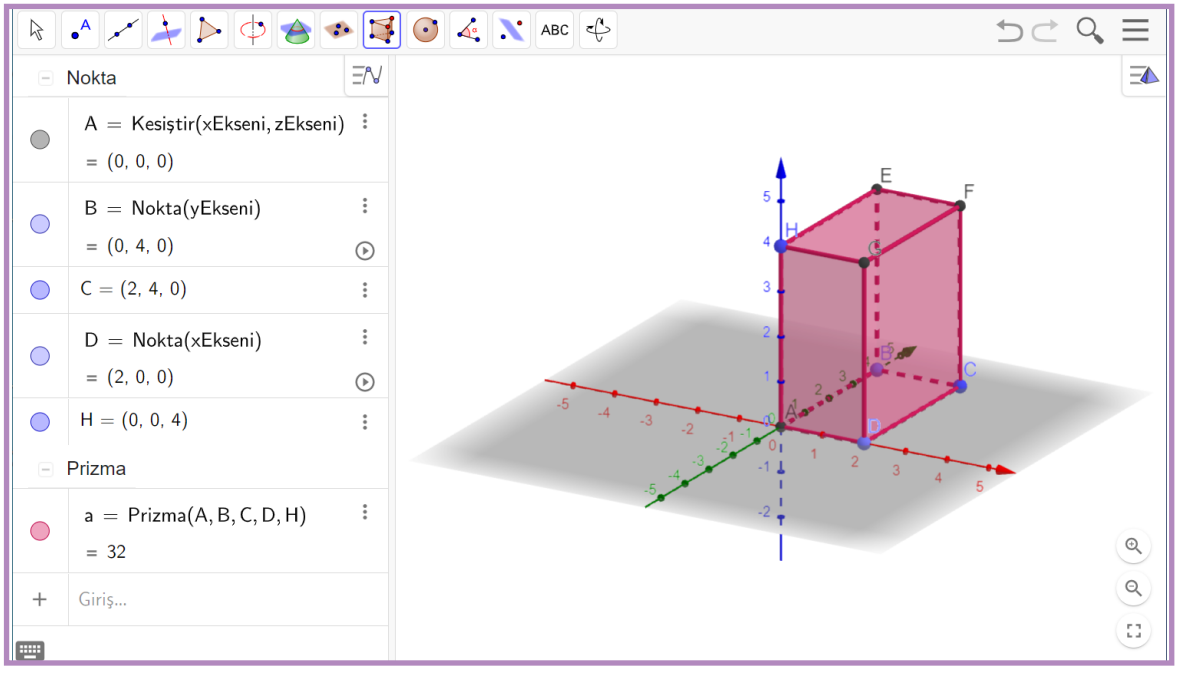
Bilgi Teknolojileri

Dinamik matematik ve geometri yazılımında bir dörtgen dik prizma inşa edelim.

Programın "Menü" bölümünden sırasıyla "Perspektifler", "3D Grafik" ve "Prizma" sekmelerini tıklayalım. Ekranda dört noktayı belirleyerek prizmanın tabanını oluşturalım.

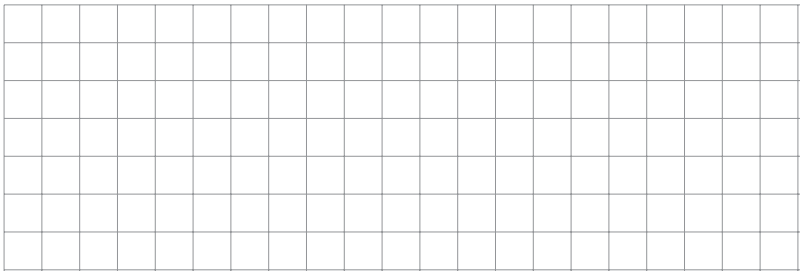


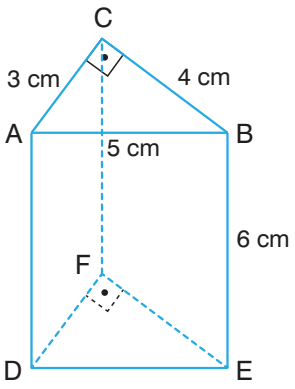
Okla tabanı yukarı doğru hareket ettirerek bir dörtgen dik prizmayı aşağıdaki gibi inşa edelim.



Alıştırmalar

1. Yanda ayrıt uzunlukları verilen dik üçgen dik prizmanın açınımını çiziniz. Çizdiğiniz açınımın temel özelliklerini yazınız ve temel elemanlarını belirleyiniz.

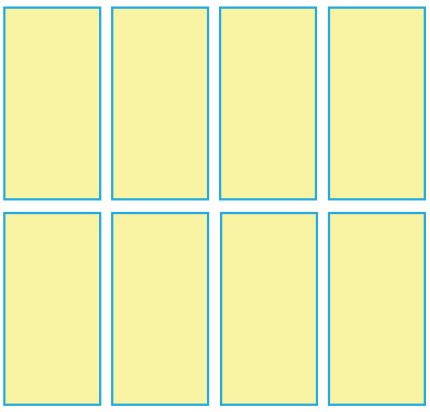




2. Bir altıgen dik prizmanın açınımını izometrik kâğıda çiziniz. Çizdiğiniz dik prizmanın temel elemanlarını belirleyiniz.

3. İbrahim, bir dik prizma inşa ederken prizmanın yan yüzleri için sarı kartonlardan yandaki eş dikdörtgenleri kesti.

İbrahim, dik prizmayı inşa ederken kestiği dikdörtgenlerin tamamını kullandı. Buna göre İbrahim'in inşa etmek istediği dik prizmayı ve prizmanın temel özelliklerini belirleyiniz. Noktalı kâğıda dik prizmanın açınımını çiziniz.



Dik Dairesel Silindir

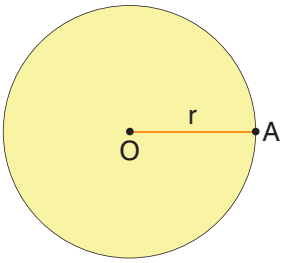
MS 2. yüzyıldan kalma bir anıt mezar olan ve Antalya'da bulunan Hıdırlık Kulesi; Roma, Bizans, Selçuklu ve Osmanlı dönemlerinde kilise, burç, gözetleme kulesi olarak kullanılmıştır.

Hıdırlık Kulesi'nin alt tarafı kare prizma, üst tarafı ise silindir biçimindedir.

Siz de çevrenizde bulunan silindir biçimindeki yapıları araştırınız.

Hatırlatma

Yandaki O merkezli dairenin yarıçap uzunluğu r olmak üzere çevre uzunluğu ve alanı, aşağıdaki bağıntılar kullanılarak bulunabilir.



Çevre uzunluğu = Ç = $2\pi r$

Alan = A = πr^2

Dik Dairesel Silindirin Temel Elemanları ve Açınımı

Etkinlik

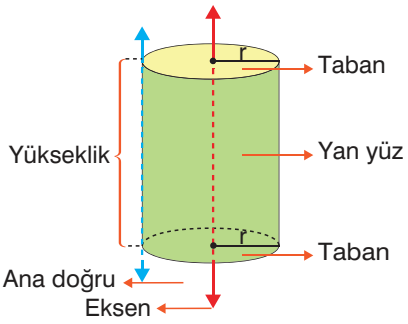
Araç Gereçler: Karton, cetvel, pergel, selobant, makas, ip.

- Pergelinizi, cetvel kullanarak 10 cm açınız.
- Pergelinizi kullanarak kartona, yarıçap uzunluğu 10 cm olan iki eş daire çiziniz.
- Çizdiğiniz daireleri makas kullanarak kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- İpinizi, kestiğiniz dairelerden birinin çevresine dolayarak dairelerin çevre uzunluğunu iple işaretleyiniz.
- İple işaretlediğiniz ölçüye göre uzun kenar uzunluğu, dairenin çevre uzunluğuna eşit olan bir dikdörtgeni kartona çiziniz.
- Çizdiğiniz dikdörtgeni makas kullanarak kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- Dikdörtgeni, kısa kenarları çakışacak şekilde rulo hâline getiriniz ve kısa kenarların olduğu kısmı selobantla yapıştırınız.
- Daireleri, ruloda boşluk kalmayacak şekilde selobantla yapıştırınız.
- Hangi geometrik cismi oluşturdunuz?
- Geometrik cismi oluştururken hangi şekilleri kullandınız?
- Kullandığınız şekiller ile oluşturduğunuz geometrik cismin yüzlerinin arasındaki ilişkiyi açıklayınız.
- Oluşturduğunuz geometrik cismin açınımını çizmek isterseniz hangi şekilleri kullanırsınız? Açıklayınız.

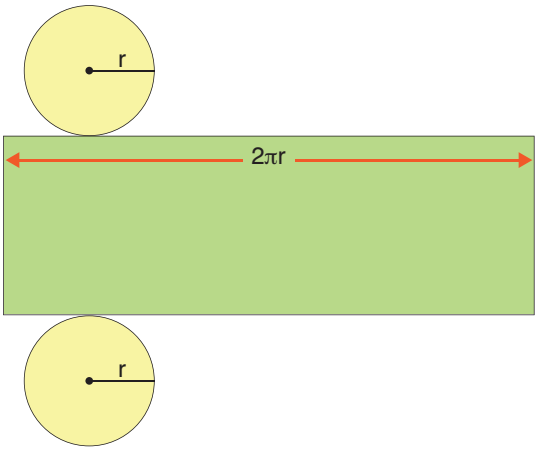
Bilgi Kutusu

Bir dik dairesel silindirin açınımında iki eş daire ve bir dikdörtgen bulunur. Bir dik dairesel silindirin tabanlarının merkezlerinden geçen doğruya **eksen**, üst tabanının bir noktasından alt tabanına indirilen dikmeye **yükseklik** adı verilir.

Dik dairesel silindirin tabanlarının karşılıklı iki noktasından geçen ve eksene paralel olan doğrular, **ana doğrular**dır.Yandaki dik dairesel silindirin temel elemanları; taban, yan yüz, **yükseklik**, eksen ve ana doğrulardır. Dik dairesel silindirin ekseni, tabana diktir.

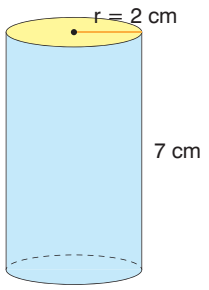


Yandaki dik dairesel silindirin açınımı, aşağıda verilmiştir.



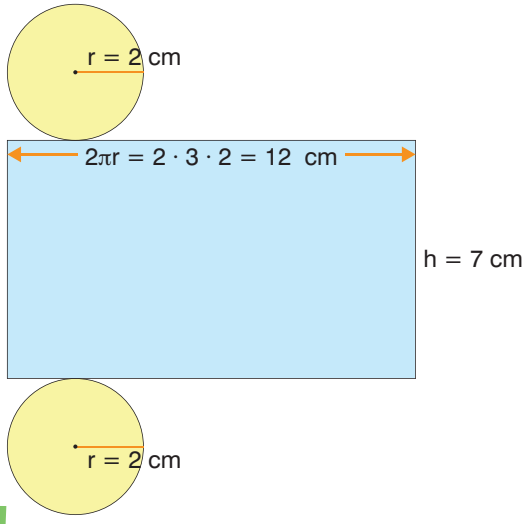
Örnek

Ölçülerinden bazıları verilen yandaki dik dairesel silindirin açınımını çiziniz. Temel elemanlarını belirleyiniz (π'yi 3 alınız.).



Çözüm

Verilen dik dairesel silindirin açınımında alt ile üst taban olan iki eş daire ve uzun kenar uzunluğu, tabanındaki dairenin çevre uzunluğuna eşit olan bir dikdörtgen bulunur. Dikdörtgenin kısa kenar uzunluğu, dik dairesel silindirin yüksekliğine eşittir. Dik dairesel silindirin açınımı aşağıda verilmiştir.

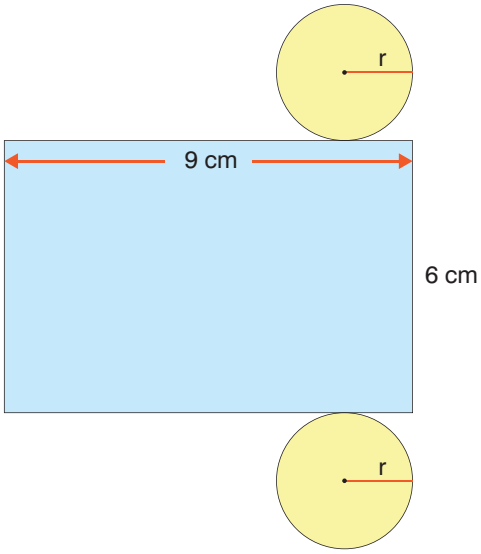


Dik dairesel silindirin açınımındaki eş dairelerin yarıçap uzunluğu 2 cm, dikdörtgenin kenar uzunlukları 12 cm ve 7 cm'dir.

Dik dairesel silindirin temel elemanları; taban, yan yüz, yükseklik, eksen ve ana doğrulardır.

Örnek

Yanda açınımı verilen dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğunu bulunuz. Dik dairesel silindiri çiziniz (π'yi 3 alınız.).



Çözüm

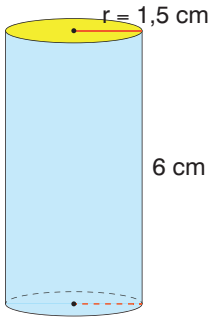
Açınımdaki silindirin yan yüzünü belirten dikdörtgenin kenar uzunlukları, 9 cm ve 6 cm'dir. Buna göre dik dairesel silindirin yarıçap uzunluğunu bulalım.

$2\pi r = 9$

$2 \cdot 3 \cdot r = 9 \rightarrow 6r = 9$

$$r = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1{,}5\,\text{cm}$$

Açınımı verilen dik dairesel silindir, yandaki gibidir. Dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 1,5 cm ve yüksekliği 6 cm'dir.



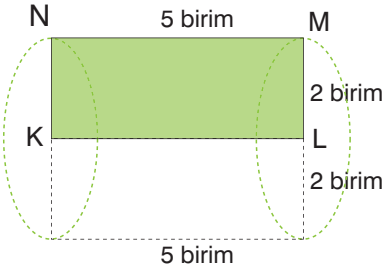
Örnek

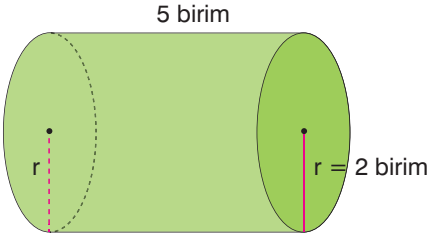
Yandaki KLMN dikdörtgeninde $|MN| = 5$ birim, $|LM| = 2$ birimdir. KLMN dikdörtgeninin $[KL]$ etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen geometrik cismi çiziniz. Çizdiğiniz geometrik cismin temel elemanlarını belirleyiniz.

Çözüm

KLMN dikdörtgeninin $[KL]$ etrafında 360° döndürülmesiyle taban yarıçap uzunluğu 2 birim, yüksekliği 5 birim olan bir dik dairesel silindir elde edilir.

Elde edilen dik dairesel silindir, aşağıda verilmiştir.





Dik dairesel silindirin temel elemanları; taban, yan yüz, yükseklik, eksen ve ana doğrulardır.

Dik Dairesel Silindirin Yüzey Alanı

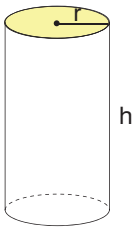
Etkinlik

Araç Gereçler: Kareli kâğıt, A4 kâğıdı, pergel, makas, cetvel, yapıştırıcı.

- Pergelinizi, kareli kâğıttaki birimkarelerden yararlanarak 2 br açınız.
- Kareli kâğıda, pergelinizi kullanarak yarıçap uzunluğu 2 br olan iki eş daire çiziniz.
- Kareli kâğıda, uzun kenar uzunluğu eş dairelerden birinin çevre uzunluğuna eşit, kısa kenar uzunluğu 6 br olan bir dikdörtgeni cetvel kullanarak çiziniz.
- Dairelerin ve dikdörtgenin alanlarını hesaplayınız ve alanların toplamını bulup not ediniz.
- Kareli kâğıda çizdiğiniz daireleri ve dikdörtgeni, makas kullanarak kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- Kestiğiniz dikdörtgen ve daireleri yapıştırıcı kullanarak A4 kâğıdına yapıştırınız ve bir dik dairesel silindirin açınımını oluşturunuz.
- Açınımını oluşturduğunuz dik dairesel silindirin yüzey alanı ile not ettiğiniz alanın arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- Belirlediğiniz ilişkiye göre bir dik dairesel silindirin yüzey alanını bulmaya yönelik genel bir ifade yazınız.

Bilgi Kutusu

Bir dik dairesel silindirin taban alanlarının toplamı, iki eş dairenin alanlarının toplamına eşittir.



Yandaki dik dairesel silindirin taban alanlarının toplamı, yanal ve yüzey alanı, aşağıdaki bağıntılar kullanılarak bulunur.

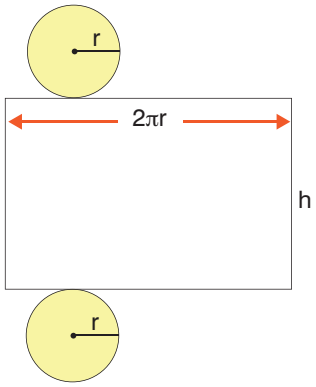
Taban alanı $= \pi r^2$

Taban alanlarının toplamı $= 2\pi r^2$

Yanal alan $= 2\pi rh$

Yüzey alanı $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

$= 2\pi r \cdot (r + h)$



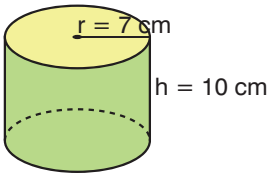
Örnek

Taban yarıçap uzunluğu 7 cm, yüksekliği 10 cm olan yandaki dik dairesel silindirin açınımını çiziniz. Dik dairesel silindirin

a) Taban alanlarının toplamını,

b) Yanal alanını,

c) Yüzey alanını bulunuz (π'yi $\frac{22}{7}$ alınız.).

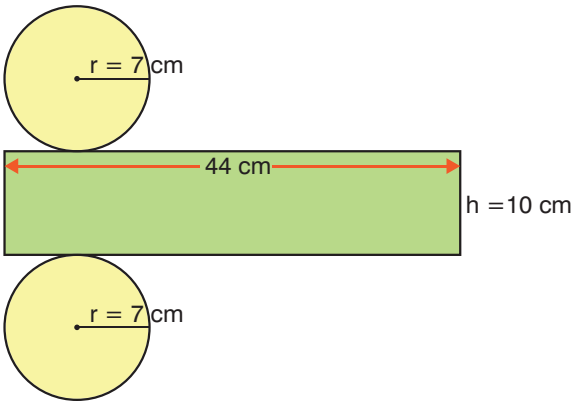


Çözüm

Dik dairesel silindirin açınımındaki dikdörtgenin kısa kenar uzunluğu 10'cm'dir. Uzun kenar uzunluğunu bulalım.

$Ç = 2\pi r \rightarrow Ç = 2 \cdot \frac{22}{\cancel{7}_{1}} \cdot \cancel{7}^{1} = 44\,cm$

Dik dairesel silindirin açınımı, yanda verilmiştir.



a) Dik dairesel silindirin taban alanlarının toplamı $2\pi r^2$ bağıntısı kullanılarak bulunur.

Taban alanlarının toplamı $= 2\pi r^2$

$= 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7^2$

$= \frac{44}{\cancel{7}_{1}} \cdot \cancel{49}^{7} = 44 \cdot 7 = 308\,cm^2$

b) Dik dairesel silindirin yanal alanı $2\pi rh$ bağıntısı kullanılarak bulunur.

Yanal alan $= 2\pi rh$

$= 2 \cdot \frac{22}{\cancel{7}_{1}} \cdot \cancel{7}^{1} \cdot 10$

$= 44 \cdot 10 = 440\,cm^2$

c) Dik dairesel silindirin yüzey alanı $2\pi r \cdot (r + h)$ bağıntısı kullanılarak bulunur.

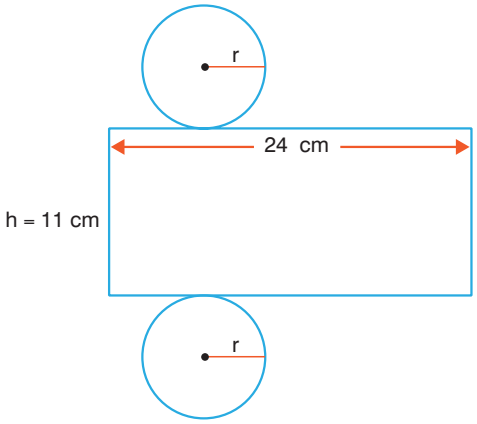
Yüzey alanı $= 2\pi r \cdot (r + h)$

$= 2 \cdot \frac{22}{\cancel{7}_{1}} \cdot \cancel{7}^{1} \cdot (7 + 10)$

$= 44 \cdot 17 = 748\,cm^2$

Örnek

Yanda açınımı verilen dik dairesel silindirin yüzey alanını bulunuz (π'yi 3 alınız.).



Çözüm

Verilen açınıma göre önce dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğunu bulalım.

$Ç = 2\pi r \rightarrow 24 = 2 \cdot 3 \cdot r$

$24 = 6r$

$r = 4\,cm$

Taban yarıçap uzunluğu 4 cm, yüksekliği 11 cm olan bir dik dairesel silindirin yüzey alanı, $2\pi r \cdot (r + h)$ bağıntısı kullanılarak bulunur.

Yüzey alanı $= 2\pi r \cdot (r + h)$

$= 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot (4 + 11)$

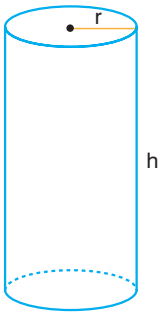
$= 24 \cdot 15$

$= 360\,cm^2$

Örnek

Yandaki dik dairesel silindirin yüksekliği, taban çap uzunluğunun 2 katıdır.

Dik dairesel silindirin yanal alanı 100,48 br^2 olduğuna göre taban yarıçap uzunluğunu bulunuz (π'yi 3,14 alınız.).



Çözüm

Dik dairesel silindirin yüksekliği, taban çap uzunluğunun 2 katı ise taban yarıçap uzunluğunun $2 \cdot 2 = 4$ katıdır.

Yanal alan $= 2\pi rh$ bağıntısındaki yanal alan yerine 100,48; h yerine 4r ve π yerine 3,14 yazalım ve dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğunu (r) bulalım.

Yanal alan $= 2\pi rh$

$100,48 = 2 \cdot 3,14 \cdot r \cdot 4r$

$100,48 = 25,12 \cdot r^2$

$\frac{100,48}{25,12} = r^2$

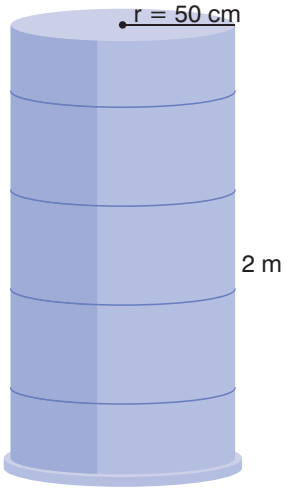
$4 = r^2$

$r = 2\,br$

Dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 2 br'dir.

Örnek

Seher Hanım, yanda bazı ölçüleri verilen dik dairesel silindir biçimindeki su deposunun alt tabanı dışındaki dış yüzeyini boyamak istiyor. 10 000 cm^2 lik alan için 1 L boya kullanacak olan Seher Hanım'ın kaç L boyaya ihtiyacı olduğunu bulunuz (π'yi 3 alınız.).

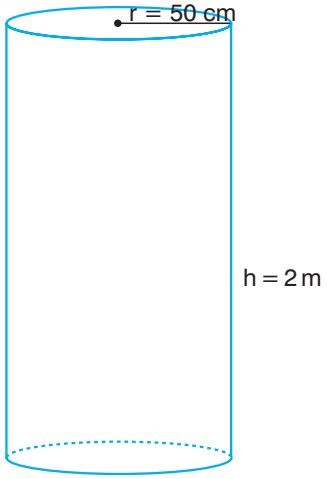


Çözüm

Seher Hanım'ın boyayacağı su deposu, aşağıdaki gibi modellenebilir.

Seher Hanım'ın boyayacağı alan bulunurken dik dairesel silindirin üst tabanının alanı ile yanal alanının toplamı bulunur.

$$\text{Taban alanı} = \pi r^2 = 3 \cdot 50^2$$
$$= 3 \cdot 2500$$
$$= 7500\ cm^2$$



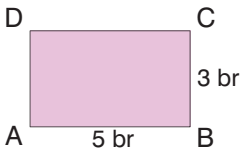
Dik dairesel silindirin yüksekliği, h = 2 m = 200 cm'dir.

$$\text{Yanal alan} = 2\pi rh = 2 \cdot 3 \cdot 50 \cdot 200$$
$$= 60\,000\ cm^2$$

Seher Hanım'ın boyayacağı alan, $7500 + 60000 = 67500\ cm^2$ olur. Seher Hanım, 10 000 cm^2 lik alan için 1 L boya kullanacağına göre Seher Hanım'ın $\frac{67\,500}{10\,000} = 6,75$ L boyaya ihtiyacı vardır.

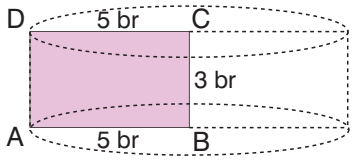
Örnek

Yandaki ABCD dikdörtgeninde $|AB| = 5$ br, $|BC| = 3$ br'dir. ABCD dikdörtgeninin [BC] etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen geometrik cismin yüzey alanını bulunuz (π'yi 3 alınız.).

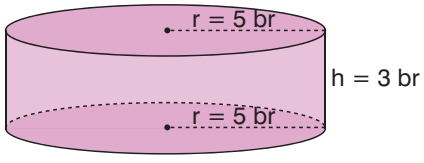


Çözüm

ABCD dikdörtgeninin [BC] etrafında 360° döndürülmesiyle yarıçap uzunluğu 5 br, yüksekliği 3 br olan bir dik dairesel silindir elde edilir.



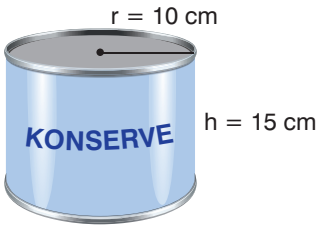
Elde edilen dik dairesel silindir, yanda verilmiştir. Dik dairesel silindirin yüzey alanını bulalım.



$$\text{Yüzey alanı} = 2\pi r \cdot (r + h)$$
$$= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (5 + 3)$$
$$= 30 \cdot 8 = 240\ br^2$$

Problem

Bir firma, yanda bazı ölçüleri belirtilen dik dairesel silindir biçimindeki konserve kutularını üretmekte ve ürettiği konserve kutularının yan yüzlerinin tamamını kaplayacak şekilde bu kutulara etiket yapıştırmak istemektedir. Buna göre firmanın her bir konserve kutusuna yapıştıracağı etiketin alanı kaç cm^2 olmalıdır? (π'yi 3 alınız.)



Problemi Anlayalım

Üretilen konserve kutularının yan yüzlerinin tamamı etiketle kaplanacaktır. Bizden her bir konserve kutusuna yapıştırılacak etiketin alanını bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Dik dairesel silindir biçimindeki bir konserve kutusunun yanal alanını bulmalıyız. Yanal alanı bulmak için $2\pi rh$ bağıntısını kullanmalıyız.

Problemi Çözelim

Dik dairesel silindir biçimindeki konserve kutusunun yanal alanını bulalım.

Yanal alan $= 2\pi rh$

$= 2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 15 = 900\,cm^2$

Firmanın her bir konserve kutusuna yapıştıracağı etiketin alanı 900 cm^2dir.

Çözümü Kontrol Edelim

Konserve kutusunun açınımındaki yan yüzü belirten dikdörtgen, aşağıda verilmiştir.

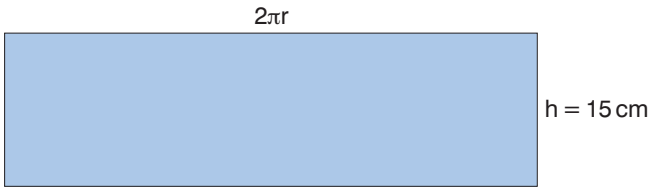
Önce dikdörtgenin uzun kenar uzunluğunu bulalım.

$2\pi r = 2 \cdot 3 \cdot 10 = 60\,cm$

Şimdi, dikdörtgenin alanını bulalım.

Alan $= 60 \cdot 15 = 900\,cm^2$

Çözümümüz doğrudur.



Dik Dairesel Silindirin Hacmi

Etkinlik

Araç Gereçler: 1 TL değerinde 5 adet madenî para.

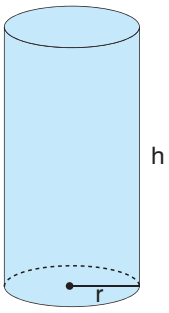
- Madenî paraları üst üste ve tam olarak çakışacak şekilde koyarak bir geometrik cisim oluşturunuz.
- Hangi geometrik cismi oluşturdunuz?
- Geometrik cismin taban alanı ile her bir madenî paranın bir yüzünün alanı arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.
- Geometrik cismin taban alanı ile yüksekliği kullanılarak hacmi bulunabilir mi? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

Taban yarıçap uzunluğu r, yüksekliği h olan yandaki dik dairesel silindirin hacmi, taban alanı ile yüksekliğin çarpımına eşittir.

Hacim = Taban Alanı x Yükseklik

Hacim = $\pi r^2 h$



Örnek

Bir ayrıtının uzunluğu 20 cm olan bir küpün içi tamamen su ile doludur. Küpün içine, her bir kısmı küpün içinde kalacak şekilde en büyük hacme sahip dik dairesel silindir biçiminde bir kap yerleştiriliyor. Küpün içine kabın yerleştirilmesiyle birlikte küpten kaç cm^3 su taşacağını ve küpte kaç cm^3 su kalacağını belirleyiniz. (π'yi 3 alınız.)

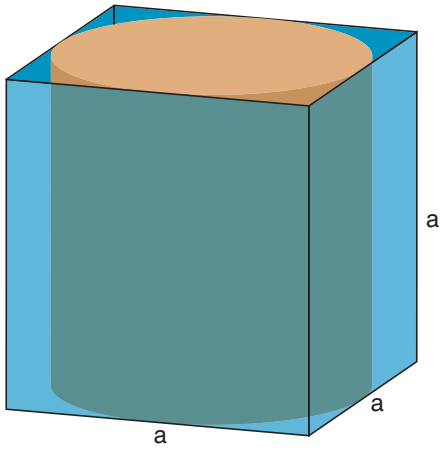
Çözüm

Bir küpün hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımına eşittir. Küpün hacmini bulalım.

Hacim = $a \cdot a \cdot a$

$= 20 \cdot 20 \cdot 20$

$= 8000\ cm^3$



Dik dairesel silindir, içi tamamen su ile dolu olan küpün içine yerleştirildiğinde küpün içinden dik dairesel silindirin hacmi kadar su taşar. Küpün içine yerleştirilen en büyük hacimli dik dairesel silindirin taban çapı ve yüksekliği küpün bir ayrıt uzunluğuna eşit olur. Buna göre dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu $20 \div 2 = 10$ cm, yüksekliği 20 cm'dir. Dik dairesel silindirin hacmini bulalım.

Hacim = Taban alanı · Yükseklik

Hacim = $\pi r^2 \cdot h$

$= 3 \cdot 10^2 \cdot 20$

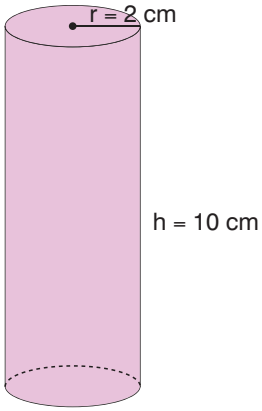
$= 3 \cdot 100 \cdot 20$

$= 6000\ cm^3$

Küpten taşan su miktarı $6000\ cm^3$ ise küpte kalan su miktarı $8000 - 6000 = 2000\ cm^3$ olur.

Örnek

Yandaki dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 2 cm, yüksekliği 10 cm'dir. Buna göre dik dairesel silindirin hacmini bulunuz (π'yi 3,14 alınız.).



Çözüm

Hacim $= \pi r^2 h$ bağıntısındaki r yerine 2, h yerine 10 ve π yerine 3,14 yazarak dik dairesel silindirin hacmini bulalım.

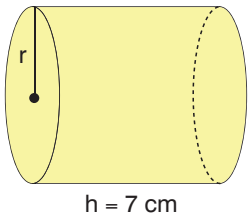
$$\text{Hacim} = \pi r^2 h$$

$$\text{Hacim} = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 10$$

$$= 31{,}4 \cdot 4 = 125{,}6 \text{ cm}^3$$

Örnek

Yandaki dik dairesel silindirin yüksekliği 7 cm, hacmi 198 cm^3 tür. Buna göre dik dairesel silindirin taban alanını bulunuz (π'yi $\frac{22}{7}$ alınız.).



Çözüm

Önce dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğunu bulalım.

$$\text{Hacim} = \pi r^2 h$$

$$198 = \frac{22}{7} \cdot r^2 \cdot 7$$

$$198 = \frac{22}{\cancel{7}_{1}} \cdot r^2 \cdot \frac{1}{\cancel{7}}$$

$$9 = r^2 \rightarrow r = 3 \text{ cm}$$

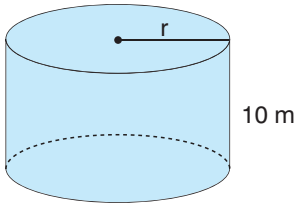
Şimdi, dik dairesel silindirin taban alanını bulalım.

$$\text{Taban alanı} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \cdot 3^2 = \frac{22}{7} \cdot 9 = \frac{198}{7} \text{ cm}^2$$

Örnek

Yandaki dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 10 m, yüksekliği 10 m'dir. Buna göre dik dairesel silindirin hacmini bulunuz (π'yi 3 alınız.).



Çözüm

Önce dik dairesel silindirin taban alanını bulalım.

Taban alanı $= \pi r^2$

$= 3 \cdot 10^2$

$= 3 \cdot 100$

$= 300\,m^2$

Şimdi, dik dairesel silindirin hacmini bulalım.

Hacim = Taban alanı · Yükseklik

$= 3 \cdot 10$

$= 3000\ m^3$

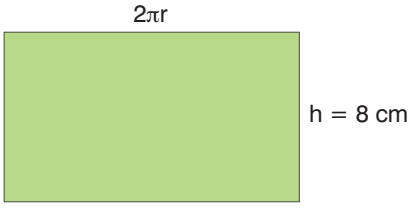
Dik dairesel silindirin hacmi, 3000 m^3 tür.

Örnek

Bir dik dairesel silindirin yüksekliği 8 cm, yanal alanı 240 cm^2 ise hacmini bulunuz (π'yi 3 alınız.).

Çözüm

Dik dairesel silindirin yan yüzünü belirten dikdörtgen yanda verilmiştir. Dikdörtgenin alan bağıntısını yazarak dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğunu bulalım.



Alan $= 2\pi r \cdot h$

$240 = 2 \cdot 3 \cdot r \cdot 8$

$240 = 48 \cdot r$

$r = 5$ cm

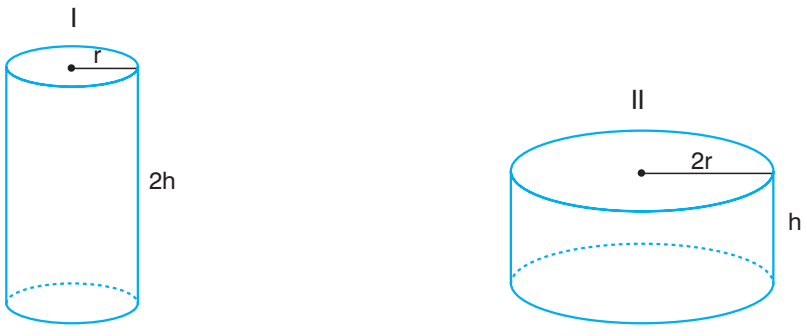
Dik dairesel silindirin hacmini bulalım.

Hacim $= \pi r^2 h$

Hacim $= 3 \cdot 5^2 \cdot 8$

Hacim $= 24 \cdot 25 = 600\ cm^3$

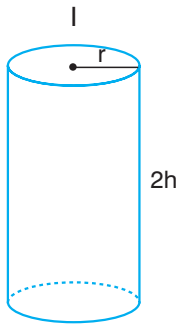
Örnek



Yukarıdaki I numaralı dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu r, yüksekliği 2h'dir. II numaralı dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 2r, yüksekliği h'dir. Buna göre I ve II numaralı dik dairesel silindirlerin hacimlerinin oranını bulunuz.

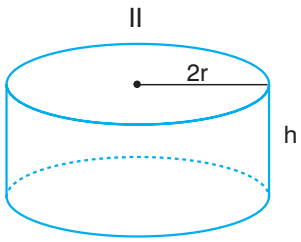
Çözüm

I numaralı dik dairesel silindirin hacmini bulalım.



Hacim $= \pi r^2 \cdot 2h = 2\pi r^2 h$

II numaralı dik dairesel silindirin hacmini bulalım.



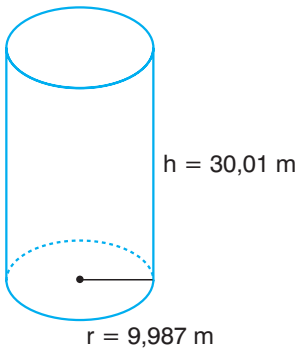
Hacim $= \pi(2r)^2 \cdot h = 4\pi r^2 h$

I ve II numaralı dik dairesel silindirlerin hacimlerinin oranını bulalım.

$$\frac{2\pi r^2 h}{4\pi r^2 h} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Örnek

Yandaki dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 9,987 m ve yüksekliği 30,01 m'dir. Buna göre dik dairesel silindirin hacmini tahmin ediniz (π'yi 3 alınız.).



Çözüm

Verilen dik dairesel silindirin hacmini tahmin ederken taban yarıçap uzunluğunu 10 m, yüksekliğini 30 m alalım.

Hacim $= \pi r^2 h$

$= 3 \cdot 10^2 \cdot 30$

$= 3 \cdot 100 \cdot 30$

$= 9000\ m^3$

Taban yarıçap uzunluğu 9,987 m, yüksekliği 30,01 m olan dik dairesel silindirin hacmi 9000 m^3 olarak tahmin edilebilir.

Örnek

Bir dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu ile yüksekliği 100,013 cm'dir. Buna göre dik dairesel silindirin alanının kaç m^3 olacağını tahmin ediniz (π'yi 3 alınız.).

Çözüm

Dik dairesel silindirin taban yarıçapı ile yüksekliği 100,013 cm olarak verilmiş. 100 cm = 1 m olduğundan 100,013 cm uzunluğu yani dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu ile yüksekliğini 1 m alalım ve hacmini bulalım.

Hacim $= \pi r^2 h$

$= 3 \cdot 1^2 \cdot 1$

$= 3 \cdot 1 \cdot 1$

$= 3\ m^3$

Taban yarıçap uzunluğu ile yüksekliği 100,013 cm olan dik dairesel silindirin hacmi 3 m^3 olarak tahmin edilebilir.

Problem

Bir firma, tamamen dolu olan dik dairesel silindir biçimindeki varilin içindeki benzini litresi 20 TL'den satmaktadır. Varilin taban yarıçap uzunluğu 70 cm, yüksekliği 160 cm olduğuna göre firma, tamamen dolu olan bir varildeki benzinin satışından kaç TL elde eder? (π'yi $\frac{22}{7}$ alınız.)

Problemi Anlayalım

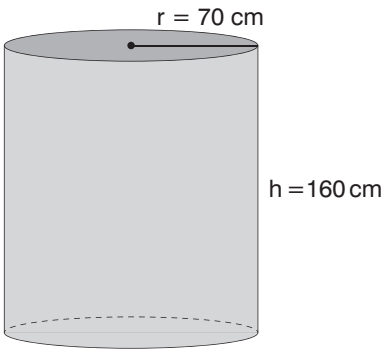
Problemde dik dairesel silindir biçiminde bir varilin tamamen benzinle dolu olduğu belirtiliyor. Firmanın bazı ölçüleri verilen varildeki benzinin litresini 20 TL'den sattığı ifade ediliyor. Bizden firmanın tamamen dolu olan varildeki benzinin satışından elde ettiği parayı bulmamız istenmektedir.

Plan Yapalım

Önce bir varilin hacmini bulalım. Bulduğumuz hacmi "L" biriminde yazalım. Yazdığımız miktarı, benzinin litre fiyatı ile çarpalım ve firmanın, tamamen dolu olan bir varilin içindeki benzinin satışından elde ettiği parayı belirleyelim.

Problemi Çözelim

Dik dairesel silindir biçimindeki varil, yandaki gibi modellenebilir.



$$\text{Hacim} = \pi r^2 h$$
$$= \frac{22}{7} \cdot (70)^2 \cdot 160$$
$$= \frac{22}{7} \cdot 4900 \cdot 160$$
$$= 2\,464\,000\ \text{cm}^3$$
$$2\,464\,000\ \text{cm}^3 = 2464\ \text{dm}^3 = 2464\ \text{L}$$

Firmanın tamamen dolu olan bir varilin içindeki benzinin satışından elde ettiği parayı belirleyelim.

$2464 \cdot 20 = 49\,280$ TL

Çözümü Kontrol Edelim

Firmanın tamamen dolu olan bir varilin içindeki benzin satışından elde ettiği parayı, benzinin litre fiyatına bölerek varilin hacmini bulalım.

$49\,280 : 20 = 2464$ L

$2464\ \text{L} = 2464\ \text{dm}^3 = 2\,464\,000\ \text{cm}^3$

Hacim $= \pi r^2 h$ bağıntısındaki hacim yerine 2 464 000, π yerine $\frac{22}{7}$, h yerine 160 yazdığımızda r değerini 70 olarak bulmalıyız.

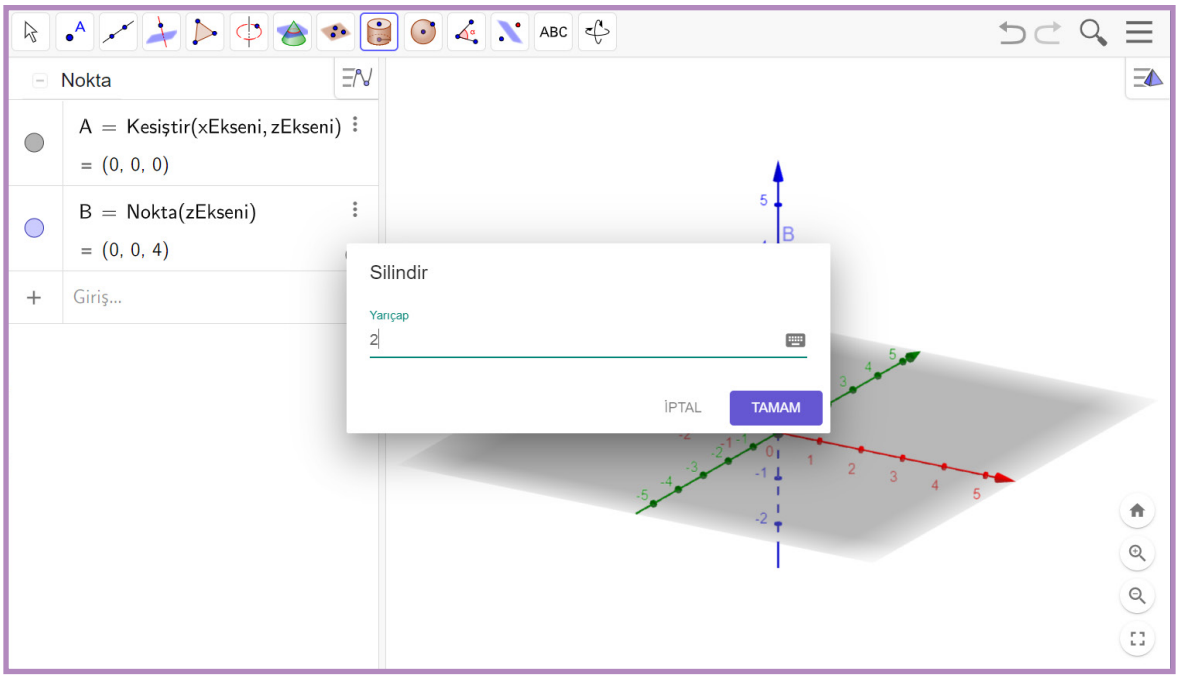
$$\text{Hacim} = \pi r^2 h$$
$$2\,464\,000 = \frac{22}{7} \cdot r^2 \cdot 160$$
$$2\,464\,000 \cdot 7 = 22 \cdot r^2 \cdot 160$$
$$17\,248\,000 = 3520 \cdot r^2$$
$$\frac{17\,248\,000}{3520} = \frac{3520}{3520} \cdot r^2$$
$$4900 = r^2$$
$$r = 70\ \text{cm}$$

Çözümümüz doğrudur.

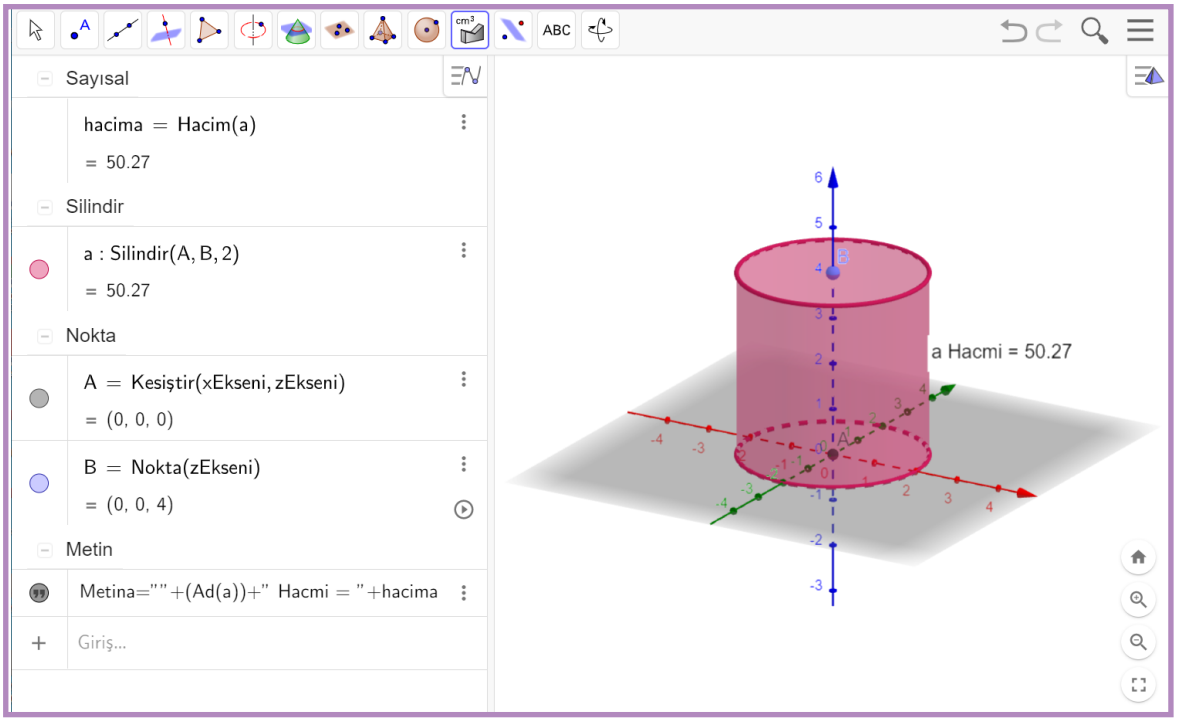
Bilgi Teknolojileri

Dinamik matematik ve geometri yazılımında bir dik dairesel silindir inşa edelim. Dik dairesel silindirin hacmini belirleyelim.

Programın "Menü" bölümünden sırasıyla "Perspektifler", "3D Grafik" ve "Silindir" sekmelerini tıklayalım. Ekranda yükseklik 4 cm olacak şekilde bir nokta belirleyelim. Açılan pencereye 2 yazarak taban yarıçap uzunluğunu 2 cm olarak belirleyelim.

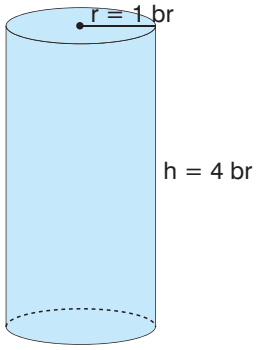


Önce "Hacim" sekmesi sonra "Silindir"e tıklayarak taban yarıçap uzunluğu 2 cm, yüksekliği 4 cm olan dik dairesel silindirin hacmini 50,27 cm^3 olarak buluruz.



Alıştırmalar

1. Taban yarıçap uzunluğu 1 br, yüksekliği 4 br olan yandaki dik dairesel silindirin açınımını kareli alana çiziniz. Temel elemanlarını belirtiniz. Yüzey alanını ve hacmini bulunuz (π'yi 3 alınız.).

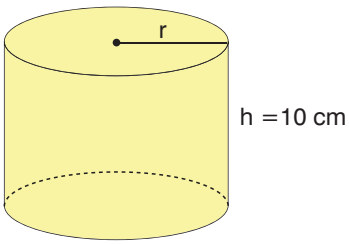


2. Taban alanı 192 cm^2, yüksekliği 10 cm olan yandaki dik dairesel silindirin

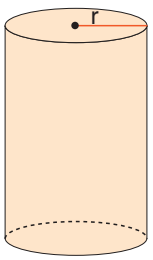
a) Yanal alanını,

b) Yüzey alanını,

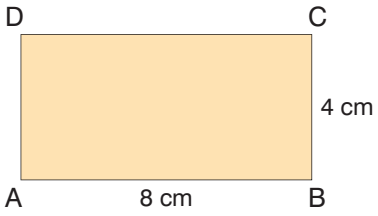
c) Hacmini bulunuz (π'yi 3 alınız.).



3. Yandaki dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 4 katına çıkartılır, yüksekliği yarıya indirilirse hacminde nasıl bir değişim olur?



4. Yandaki ABCD dikdörtgeninde $|BC| = 4$ cm, $|AB| = 8$ cm'dir. ABCD dikdörtgeni, $[AB]$ etrafında 360° döndürülüyor. Elde edilen geometrik cismin



a) Temel elemanlarını belirleyiniz.

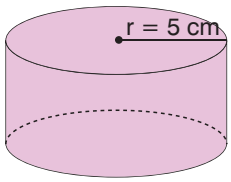
b) Taban alanını,

c) Yanal alanını,

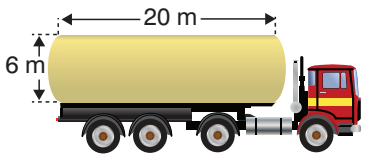
ç) Yüzey alanını,

d) Hacmini bulunuz (π'yi 3 alınız.).

5. Taban yarıçap uzunluğu 5 cm olan yandaki dik dairesel silindirin hacmini tahmin ediniz.



6. Yanda ölçülerinden bazıları verilen dik dairesel silindir biçimindeki tankerde bulunan mazot, benzin istasyonuna aktarılıyor. Tanker tam olarak dolu olduğuna göre tankerden benzin istasyonuna kaç L mazot aktarılmıştır? (π'yi 3 alınız.)



Dik Pramit

Mısır Piramitleri, Mısır

Cam Piramit, Türkiye

Barış ve Birlik Sarayı, Kazakistan

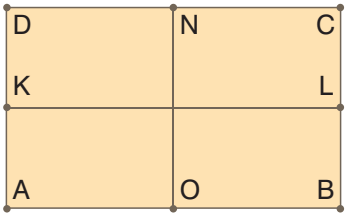
Louvre (Louvf) Müzesi, Fransa

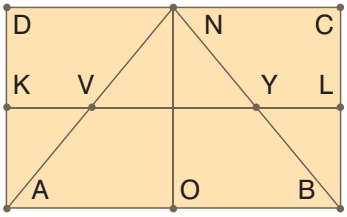
Dünyanın birçok yerinde piramit biçiminde yapılar inşa edilmiştir. Bunlardan bazıları; Mısır'daki piramitler, Türkiye'deki Cam Piramit, Kazakistan'daki Barış ve Birlik Sarayı, Fransa'daki Louvre (Louvf) Müzesidir. Yapıların piramit biçiminde yapılmasının nedenleri neler olabilir? Açıklayınız.

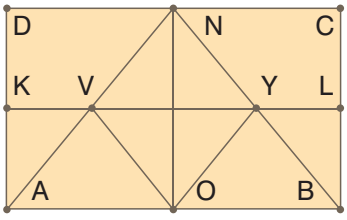
Etkinlik

Araç Gereçler: Karton, cetvel, makas, selobant.

- Dikdörtgen biçimindeki kartonun uzun ve kısa kenarlarının orta noktalarını yandaki gibi belirleyiniz ve K, L, O ve N olarak isimlendiriniz.
- K ile L ve O ile N noktalarını, cetvel kullanarak birleştiriniz ve dört eş dikdörtgen elde ediniz.
- A ile N ve B ile N noktalarını, cetvel kullanarak birleştiriniz ve bir ANB üçgenini elde ediniz.
- [AN] ile [BN]'nın [KL] ile kesişim noktalarını, yandaki gibi V ve Y olarak isimlendiriniz.
- V ile O ve Y ile O noktalarını, cetvel kullanarak birleştiriniz.
- ANB üçgenini makas kullanarak kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- A, N ve B noktaları, üst üste gelecek (çakışacak) şekilde üçgen biçimindeki kartonu [VO], [YO] ve [VY] boyunca katlayınız.
- Oluşacak geometrik cismin ayrıtlarını selobantla yapıştırınız.
- Hangi geometrik cismi oluşturdunuz?
- Oluşturduğunuz geometrik cismin yüz, köşe ve ayrıtlarını belirleyiniz.





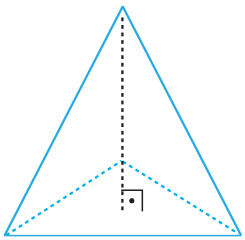


Bilgi Kutusu

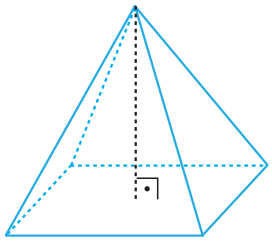
Bir çokgende bulunan tüm noktaların çokgenin bulunduğu düzlemin dışındaki bir nokta ile birleştirilmesi sonucunda bir **piramit** elde edilir. Belirtilen çokgen piramidin **taban**ıdır. Çokgenin bulunduğu düzlemin dışındaki nokta ise **tepe noktası**dır. Piramidin tepe noktasından tabanına indirilen dikmeye **yükseklik** adı verilir.

Piramidin yüksekliği, tabanındaki çokgenin orta noktasına denk geliyorsa bu piramide **dik piramit** adı verilir.

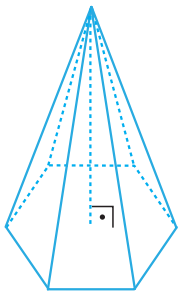
Piramitler, tabanlarındaki çokgenlere göre isimlendirilir.



Üçgen dik piramit



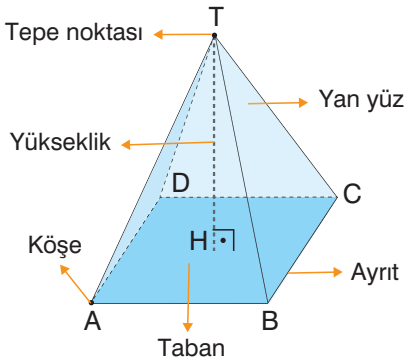
Dörtgen dik piramit



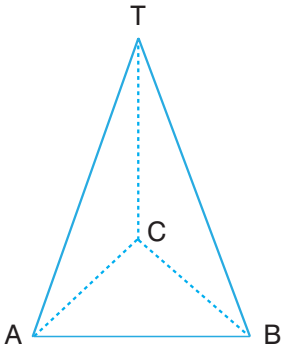
Altıgen dik piramit

Piramidin taban dışındaki üçgen şeklindeki yüzlerine **yan yüzler** adı verilir.

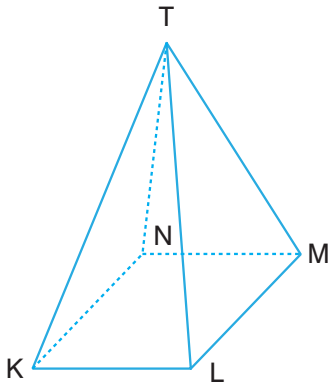
Dik piramidin temel elemanları; tepe noktası, taban, yan yüzler, ayrıt, köşe ve yükseklikliktir.



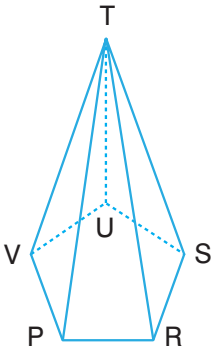
Örnek



Üçgen dik piramit



Kare dik piramit

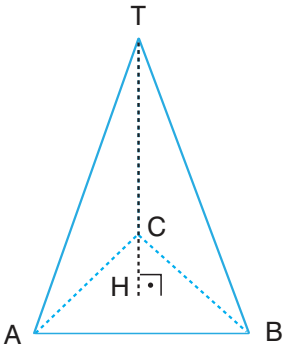


Düzgün beşgen dik piramit

Yukarıda verilen üçgen dik piramit, kare dik piramit ve düzgün beşgen dik piramidin açınımlarını çiziniz. Bu piramitlerin temel özelliklerini yazınız ve temel elemanlarını belirleyiniz.

Çözüm

Üçgen dik piramit ile ilgili aşağıda bazı özellikler belirtilmiştir.



Tepe noktası : T noktası

Köşeleri : A, B, C ve T noktaları

Taban : $\widehat{ACB}$

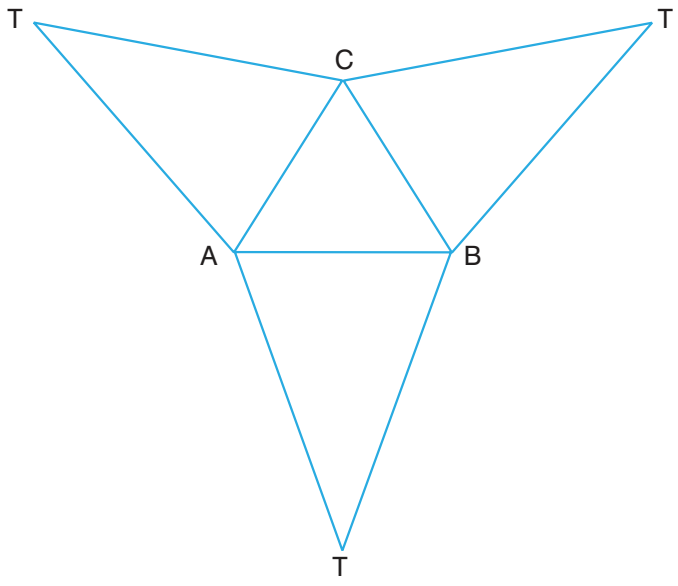
Yan yüzleri : $\widehat{ACT}$, $\widehat{ABT}$, $\widehat{BCT}$

Yüksekliği : [TH]

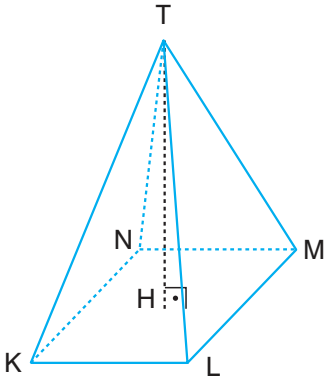
Ayrıtları : [TA], [TC], [TB], [AC], [AB], [BC]

Üçgen dik piramidin 4 yüzü, 4 köşesi ve 6 ayrıtı vardır. Üçgen dik piramidin temel elemanları; tepe noktası, taban, yan yüzler, ayrıt, köşe ve yüksekliktir.

Üçgen dik piramidin açınımı aşağıda verilmiştir.



Kare dik piramit ile ilgili aşağıda bazı özellikler belirtilmiştir.



Tepe noktası : T noktası

Köşeleri : K, L, M, N ve T noktaları

Taban : KLMN karesi

Yan yüzleri : $\widehat{KNT}$, $\widehat{KLT}$, $\widehat{LMT}$, $\widehat{NMT}$

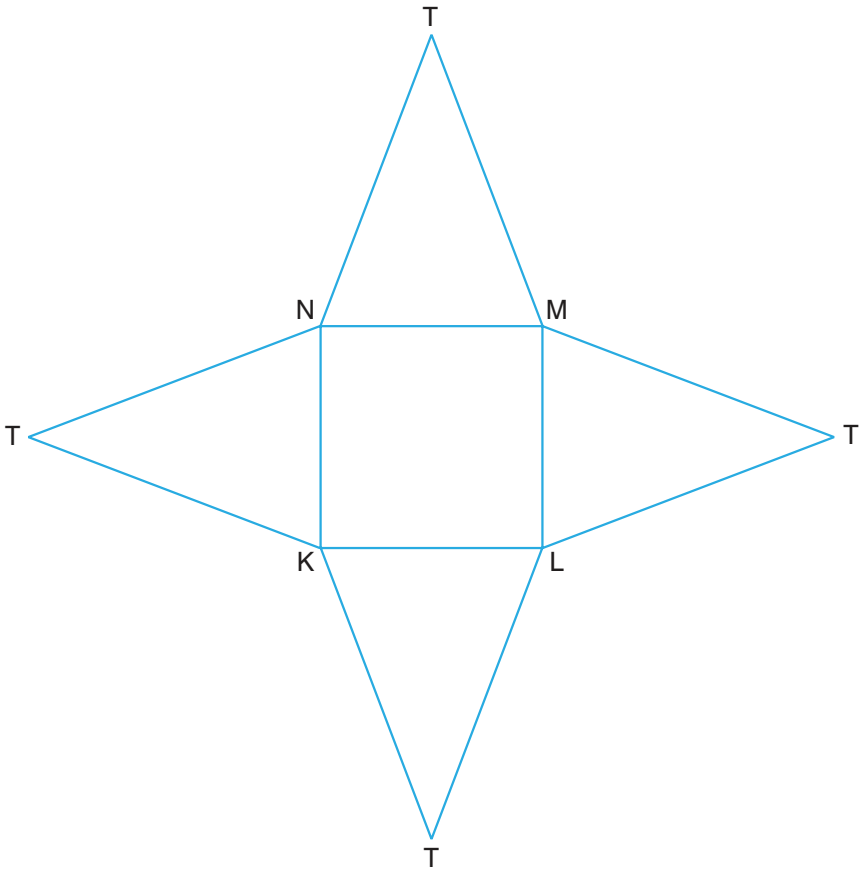
Yüksekliği : [TH]

Ayrıtları : [KL], [LM], [MN], [NK], [KT], [LT], [MT], [NT]

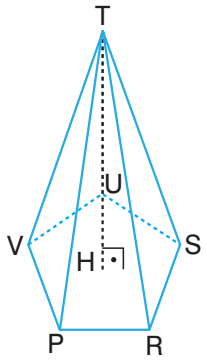
Kare dik piramidin 5 yüzü, 5 köşesi ve 8 ayrıtı vardır.

Kare dik piramidin temel elemanları; tepe noktası, taban, yan yüzler, ayrıt, köşe ve yüksekliktir.

Kare dik piramidin açınımı aşağıda verilmiştir.



Düzgün beşgen dik piramit ile ilgili aşağıda bazı özellikler belirtilmiştir.



Tepe noktası : T noktası

Köşeleri : P, R, S, U, V ve T noktaları

Tabanı : PRSUV beşgeni

Yan yüzleri : $\widehat{VUT}$, $\widehat{UST}$, $\widehat{VPT}$, $\widehat{PRT}$, $\widehat{RST}$

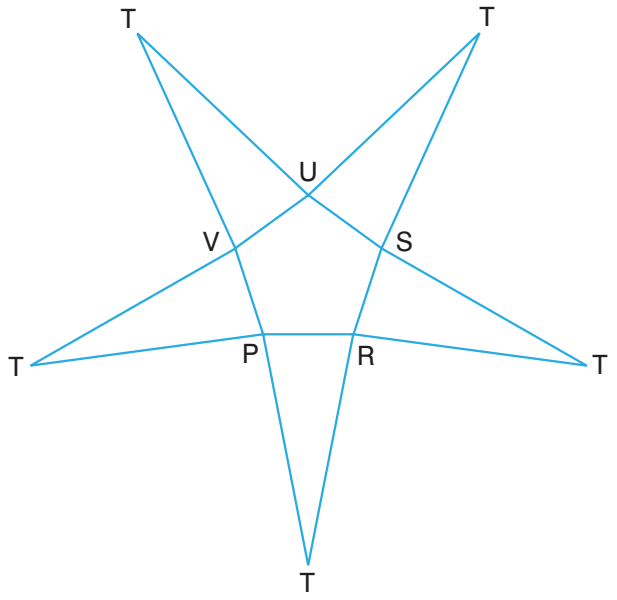
Yüksekliği : [TH]

Ayrıtları : [PR], [RS], [SU], [UV], [VP], [PT], [RT], [ST], [UT], [VT]

Düzgün beşgen dik piramidin 6 yüzü, 6 köşesi ve 10 ayrıtı vardır.

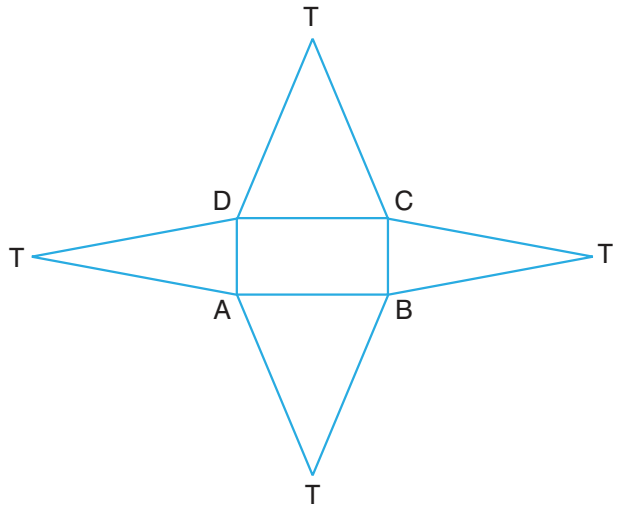
Düzgün beşgen dik piramidin temel elemanları; tepe noktası, taban, yan yüzler, ayrıt, köşe ve yüksekliktir.

Düzgün beşgen dik piramidin açınımı aşağıda verilmiştir.



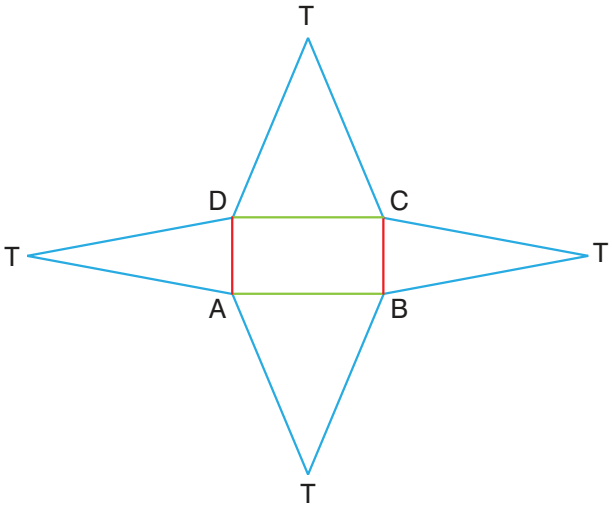
Örnek

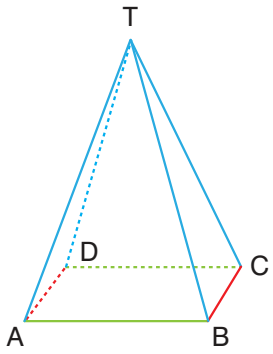
Nevin, projesi için bir dik piramidin açınımını aşağıdaki gibi çizmiştir. Nevin'in hangi dik piramidin açınımını çizdiğini belirleyiniz. Dik piramidin özelliklerini yazınız.



Çözüm

Nevin'in çizdiği dik piramidin tabanı dikdörtgen, yan yüzleri ise üçgen şeklindedir. Tabanı dikdörtgen ve yan yüzleri üçgen olan dik piramit, dikdörtgen dik piramittir.

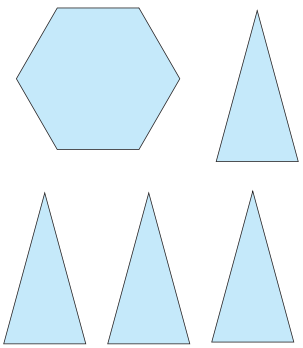




Dikdörtgen dik piramitteki ve piramidin açınımındaki aynı renkli ayrıtların uzunlukları eşittir. Dikdörtgen dik piramidin 4'ü yan yüz, 1'i taban olmak üzere 5 yüzü, 5 köşesi ve 8 ayrıtı vardır. Dikdörtgen dik piramidin temel elemanları; tepe noktası, taban, yan yüzler, ayrıt, köşe ve yüksekliktir. Dikdörtgen dik piramidin karşılıklı yan yüzleri eştir.

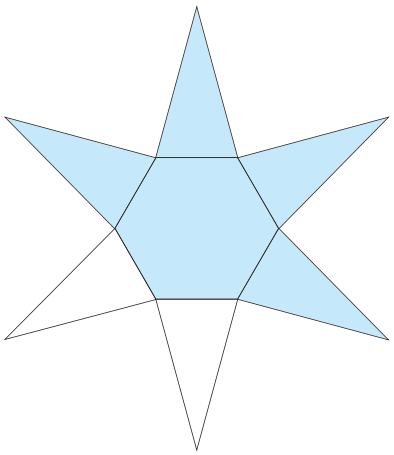
Örnek

Alp, kartondan yandaki çokgenleri keserek bir dik piramit oluşturmak istiyor. Alp, kartondan kestiği 1 adet düzgün altıgen ve 4 adet eş üçgeni kullanarak piramit oluşturamayacağını fark etti. Buna göre Alp'in oluşturmak istediği piramidi ve bu piramidi oluşturabilmesi için kartondan kaç adet daha şekil kesmesi gerektiğini belirleyiniz.

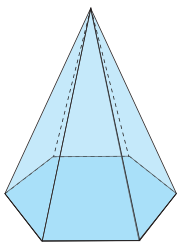


Çözüm

Alp'in oluşturmak istediği dik piramidin tabanı düzgün altıgen, yan yüzleri ise üçgendir. Buna göre Alp düzgün altıgen dik piramit oluşturmak istemektedir. Alp'in oluşturmak istediği düzgün altıgen dik piramidin açınımını aşağıdaki gibi çizelim.



Çizdiğimiz açınıma göre bir düzgün altıgen dik piramidin 1'i düzgün altıgen, 6'sı üçgen olan 7 yüzü vardır. Alp, kartondan 1 adet düzgün altıgen, 4 adet eş üçgen kesmiştir.

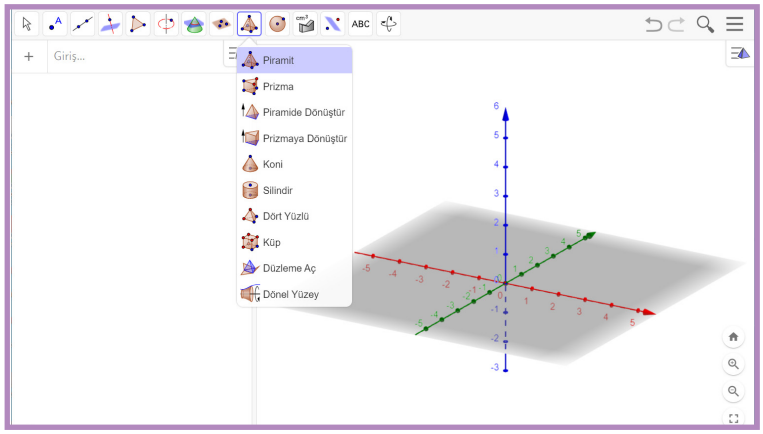


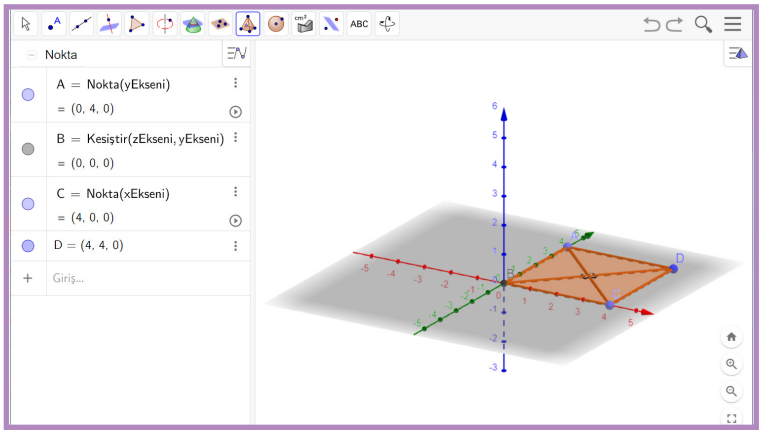
Buna göre Alp'in düzgün altıgen dik piramidi oluşturabilmesi için kartondan, diğerlerine eş olan 2 adet daha üçgen kesmesi gerekmektedir.

Bilgi Teknolojileri

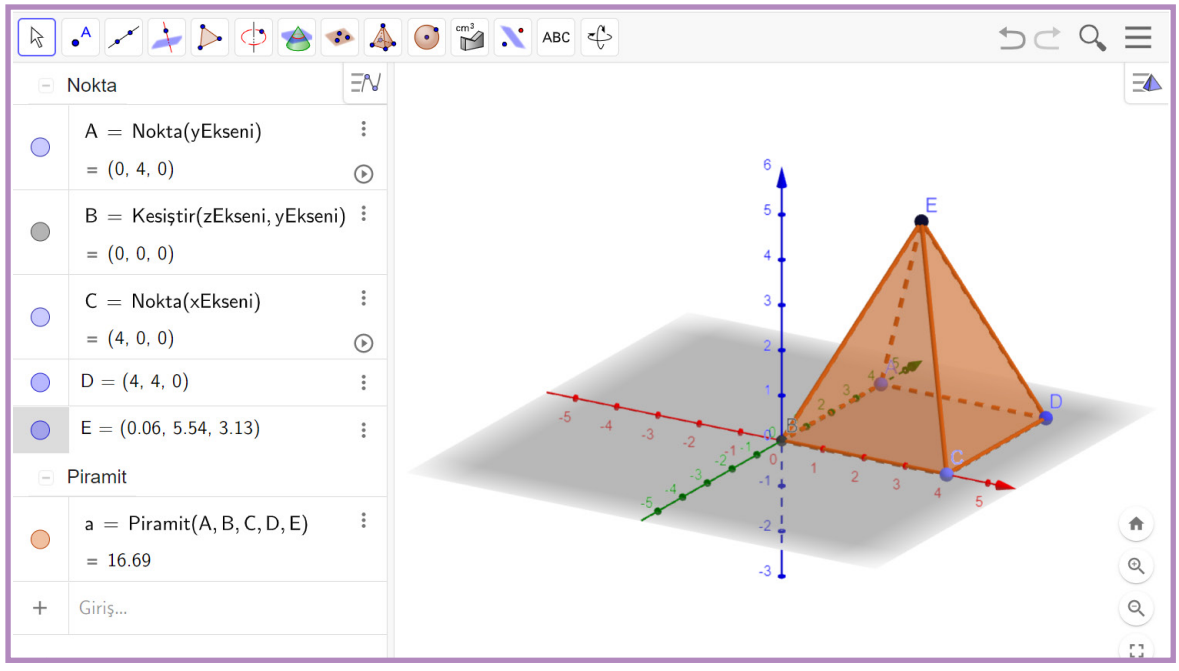
Dinamik matematik ve geometri yazılımında bir kare dik piramiti inşa edelim.

Programın "Menü" bölümünden sırasıyla "Perspektifler", "3D Grafik" ve "Piramit" sekmelerini tıklayalım. Ekranda karenin köşeleri olan dört noktayı belirleyerek piramidin tabanını oluşturalım.





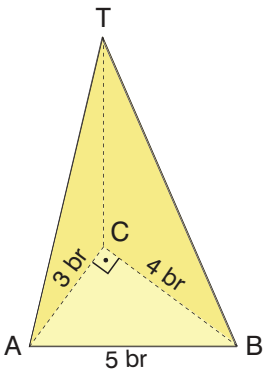
Okla tepe noktasını yukarı doğru hareket ettirerek aşağıdaki gibi bir kare dik piramidi inşa edelim.



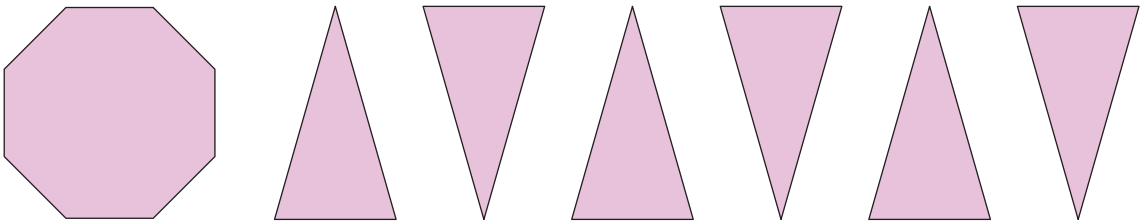
Alıştırmalar

1. İzometrik kâğıda, bir eşkenar üçgen dik piramidin ve bir düzgün altıgen dik piramidin açınımını çiziniz. Açınımını çizdiğiniz piramitlerin temel elemanlarını belirleyiniz.

2. Yandaki dik üçgen dik piramidin açınımını kareli kâğıda çiziniz. Piramidin temel elemanlarını belirleyiniz.



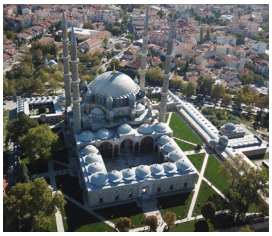
3. Nihan, aşağıdaki 1 adet düzgün sekizgeni ve 6 adet eş üçgeni kartondan kesmiş ve kestiği sekizgen ve üçgenler ile bir piramit oluşturmak istemiştir. Ancak piramidi oluştururken iki şekil daha kesmesi gerektiğini fark etmiştir. Nihan'ın oluşturmak istediği piramidi ve kesmesi gereken şekilleri belirleyiniz.



Dik Koni

Galata Kulesi
İstanbul

Fatih Camii
İstanbul


Selimiye Camii
Edirne

Döner Kümbet
Kayseri

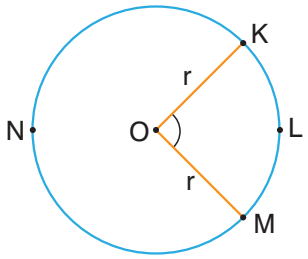
Ülkemizin birçok şehrinde yerli ve yabancı turistlerin ziyaret ettikleri çok sayıda kule, kümbet ve cami vardır.

Kule, kümbet ve camilerde koni biçiminde bölümler bulunmaktadır. İstanbul'daki Galata Kulesi ve Fatih Camii, Edirne'deki Selimiye Camii, Kayseri'deki Döner Kümbet bunlardan birkaçıdır. Kule, kümbet ve camilerin bazı bölümlerinin koni biçiminde olmasının sebebi ne olabilir? Araştırınız.

Hatırlatma

Yarıçap uzunluğu r olan yandaki O merkezli çemberde $\overset{\frown}{KLM}$'nın uzunluğu, aşağıdaki bağıntı kullanılarak bulunabilir.

$$|\overset{\frown}{KLM}| = 2\pi r \cdot \frac{m(\overset{\frown}{KOM})}{360^\circ}$$



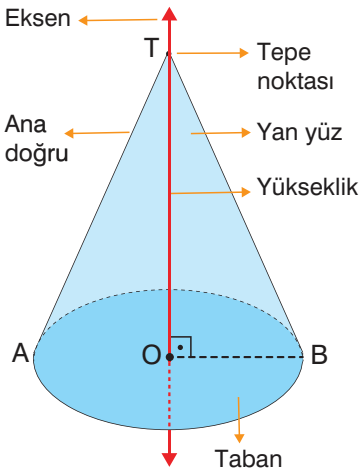
Etkinlik

Araç Gereçler: Karton, cetvel, pergel, makas, selobant, açıölçer.

- Cetvelinizi kullanarak pergelinizi 15 cm açınız.
- Kartona pergelinizi kullanarak yarıçap uzunluğu 15 cm olan bir daire çiziniz.
- Çizdiğiniz dairede, merkez açısı 60° olan bir daire dilimini açıölçer kullanarak belirleyiniz.
- Belirlediğiniz daire dilimini makas kullanarak kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- Daire dilimindeki yayın uzunluğunu hesaplayınız ve bulduğunuz uzunluğu not ediniz.
- Çevre uzunluğu, not ettiğiniz uzunluğa eşit olan bir daireyi pergel kullanarak kartona çiziniz.
- Çizdiğiniz daireyi makas kullanarak kesiniz (Makas kullanırken dikkatli olunuz.).
- Daire dilimindeki yarıçapları birbirine selobant ile yapıştırarak daire diliminden bir külah elde ediniz.
- Külahın açık kısmını kapatacak şekilde daireyi külaha selobant ile yapıştırınız ve bir geometrik cisim oluşturunuz.
- Hangi geometrik cismi oluşturdunuz?
- Oluşturduğunuz geometrik cismin özellikleri ile ilgili neler söyleyebilirsiniz? Açıklayınız.

Bilgi Kutusu

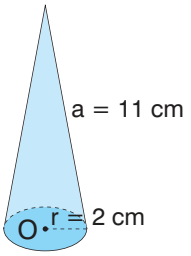
- Bir dairedeki noktaların tamamının dairenin bulunduğu düzlemin dışındaki bir nokta ile birleşimine **koni** adı verilir.
- Koninin tabanındaki dairenin bulunduğu düzlemin dışında alınan nokta, koninin **tepe noktası**dır.
- Tepe noktasından ve dairenin sınırından geçen doğrulara **ana doğru** adı verilir.
- Bir dairesel konide bir adet yan yüz ve daire biçiminde 1 adet taban bulunur.
- Tepe noktasından ve taban merkezinden geçen doğruya **eksen** adı verilir.
- Tepe noktasından tabana indirilen dikmeye **yükseklik** adı verilir. Yüksekliği taban merkezine denk gelen koniye **dik koni** adı verilir.



- Dik koninin temel elemanları; taban, yan yüz, tepe noktası, ana doğru ve eksendir.

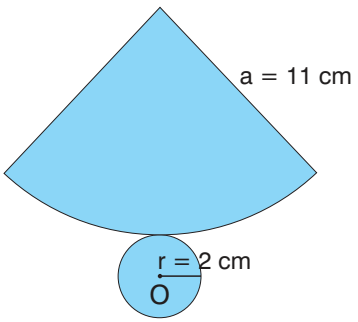
Örnek

Yanda taban yarıçap uzunluğu 2 cm ve ana doğrusunun uzunluğu 11 cm olan dik dairesel koninin açınımını çiziniz. Dik dairesel koninin temel özelliklerini yazınız ve temel elemanlarını belirleyiniz.



Çözüm

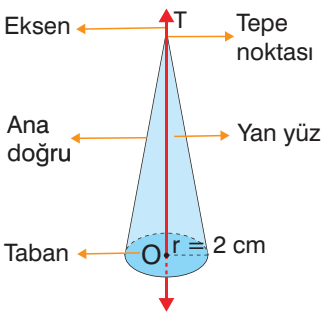
Verilen dik dairesel koninin tabanı, O merkezli dairedir. Dik koninin 1 adet yan yüzü vardır. Ölçülerinden bazıları verilen dik koninin açınımı yanda verilmiştir.



Açınımdaki yan yüzü belirten daire dilimindeki yayın uzunluğu, tabanı belirten dairenin çevre uzunluğuna eşittir.

Dik dairesel koninin temel elemanları; taban, yan yüz, tepe noktası, ana doğru ve eksendir.

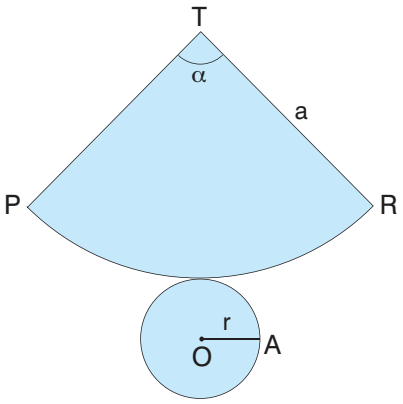
Yandaki dik dairesel koninin taban yarıçap uzunluğu 2 cm, ana doğrusunun uzunluğu ise 11 cm'dir.



Etkileşimli içerik

Bilgi Kutusu

Aşağıdaki bağıntılar, yandaki dik dairesel koninin açınımından elde edilir.



Tabandaki dairenin çevresi $= 2\pi r$

PR yayının uzunluğu $= 2\pi a \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$

PR yayının uzunluğu ile tabandaki dairenin çevre uzunluğu birbirine eşit olduğundan

$2\pi r$ ile $2\pi a \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$ ifadeleri birbirine eşittir.

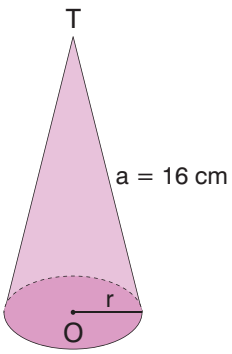
$$2\pi r = 2\pi a \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$r = a \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$\frac{r}{a} = \frac{a}{a} \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \rightarrow \frac{r}{a} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

Örnek

Yandaki dik dairesel koninin açınımında yan yüzü belirten daire dilimindeki merkez açının ölçüsü 90°dir. Dik koninin ana doğrusunun uzunluğu 16 cm olduğuna göre açınımını çiziniz (π'yi 3 alınız.).



Çözüm

Açınımdaki yan yüzü belirten daire dilimindeki yayın uzunluğunu bulalım.

$$\text{Yayın uzunluğu} = 2\pi a \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ} \quad (90^\circ \to 1,\ 360^\circ \to 4)$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 16 \cdot \frac{1}{4}$$

$$= \frac{96}{4} = 24 \text{ cm}$$

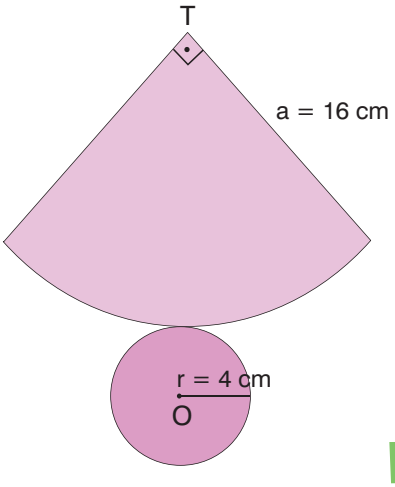
Bulduğumuz yayın uzunluğu, dik dairesel koninin tabanındaki dairenin çevre uzunluğuna eşittir. Buna göre dairenin yarıçap uzunluğunu bulalım.

Yayın uzunluğu $= 2\pi r$

$$24 = 2 \cdot 3 \cdot r$$

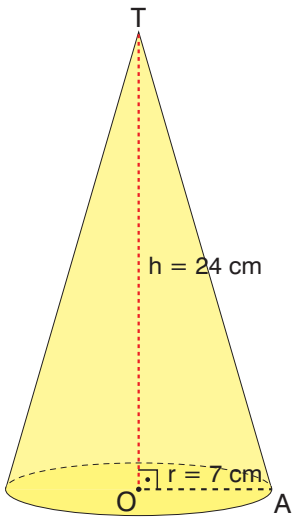
$$24 = 6r \rightarrow r = \frac{24}{6} = 4 \text{ cm}$$

Bulduğumuz değerlere göre dik dairesel koninin açınımı, yandaki gibi çizilebilir.



Örnek

Taban yarıçap uzunluğu 7 cm, yüksekliği 24 cm olan yandaki dik dairesel koninin açınımını çiziniz.



Çözüm

Dik dairesel konideki TOA dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve $|TA| = a$ uzunluğunu bulalım.

$$|TA|^2 = |TO|^2 + |OA|^2$$

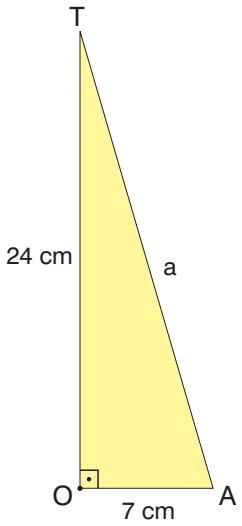
$$a^2 = 24^2 + 7^2$$

$$a^2 = 576 + 49$$

$$a^2 = 625$$

$$a = 25\,\text{cm}$$

Dik dairesel konideki ana doğrunun uzunluğu 25 cm olduğuna göre dik koninin açınımındaki yan yüzü belirten daire dilimindeki merkez açının ölçüsünü bulalım.

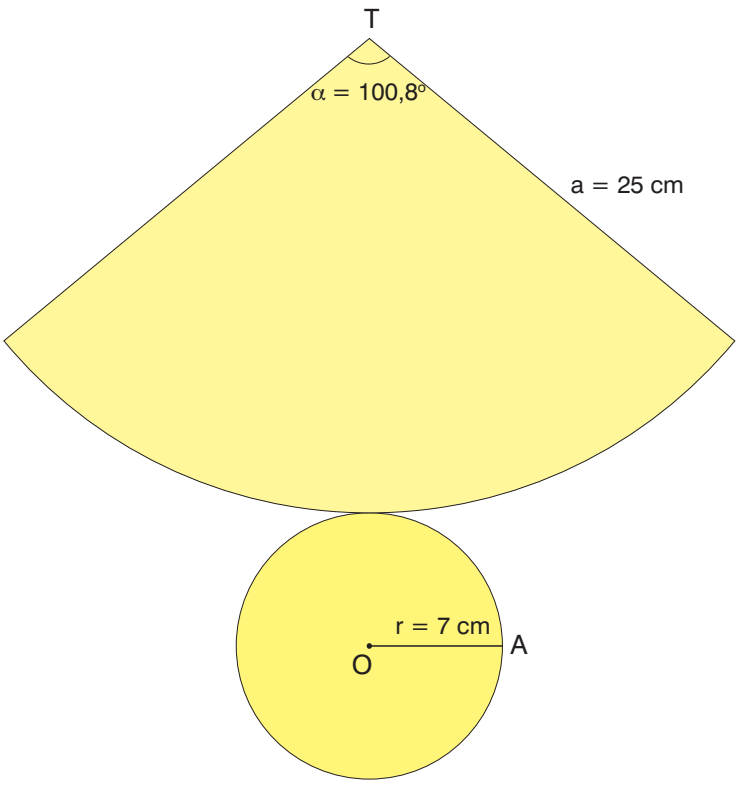


$$\frac{r}{a} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$\frac{7}{25} = \frac{\alpha}{360^\circ} \rightarrow 25 \cdot \alpha = 7 \cdot 360^\circ$$

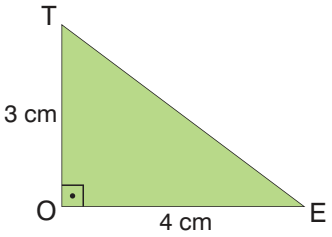
$$\alpha = \frac{7 \cdot 360^\circ}{25} = 100,8^\circ$$

Bulduğumuz değerlere göre dik koninin açınımı, aşağıdaki gibi çizilebilir.



Örnek

Yandaki TOE dik üçgeninde $|TO| = 3\,cm$, $|OE| = 4\,cm$'dir. TOE dik üçgeni, $[TO]$ etrafında 360° döndürülerek bir geometrik cisim elde ediliyor. Elde edilen geometrik cismin açınımını çiziniz.



Çözüm

TOE dik üçgeninde Pisagor bağıntısını yazalım ve $|TE|$'nu bulalım.

$|TE|^2 = |TO|^2 + |OE|^2$

$|TE|^2 = 3^2 + 4^2$

$|TE|^2 = 9 + 16$

$|TE|^2 = 25$

$|TE| = 5\,cm$

TOE dik üçgeni $[TO]$ etrafında 360° döndürüldüğünde taban yarıçap uzunluğu 4 cm, yüksekliği 3 cm, ana doğrusunun uzunluğu 5 cm olan aşağıdaki dik koni elde edilir.

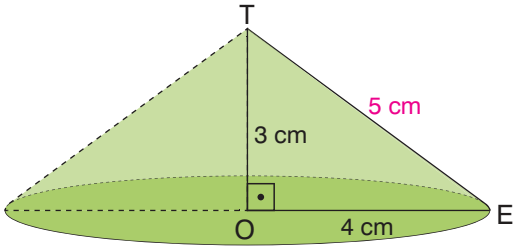
Dik koninin açınımında, yan yüzü belirten daire dilimindeki merkez açının ölçüsünü bulalım.

$$\frac{r}{a} = \frac{\alpha}{360^o}$$

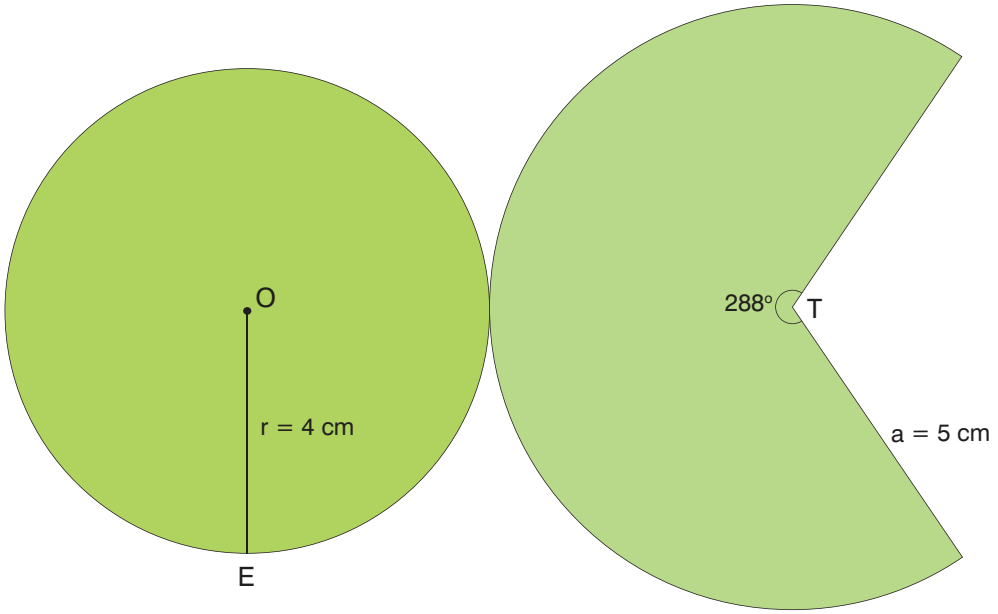
$$\frac{4}{5} = \frac{\alpha}{360^o} \rightarrow 5 \cdot \alpha = 4 \cdot 360^o$$

$$5 \cdot \alpha = 1440^o$$

$$\alpha = 288^o$$



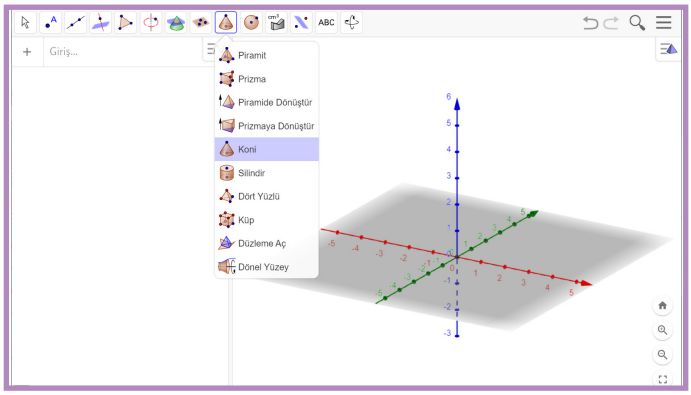
Bulduğumuz değerlere göre TOE dik üçgeninin $[TO]$ etrafında 360° döndürülmesiyle elde edilen dik koninin açınımı, aşağıdaki gibi çizilebilir.

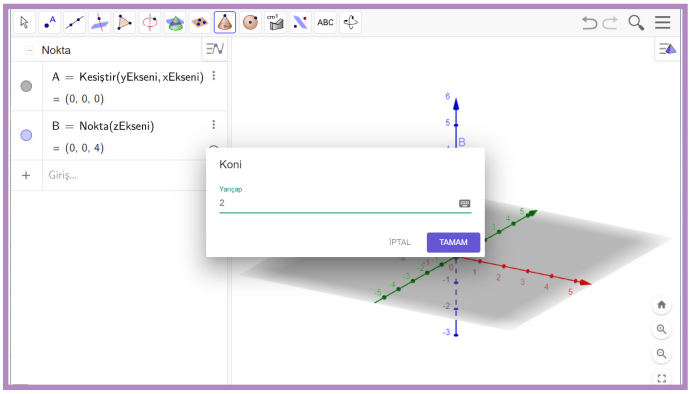


Bilgi Teknolojileri

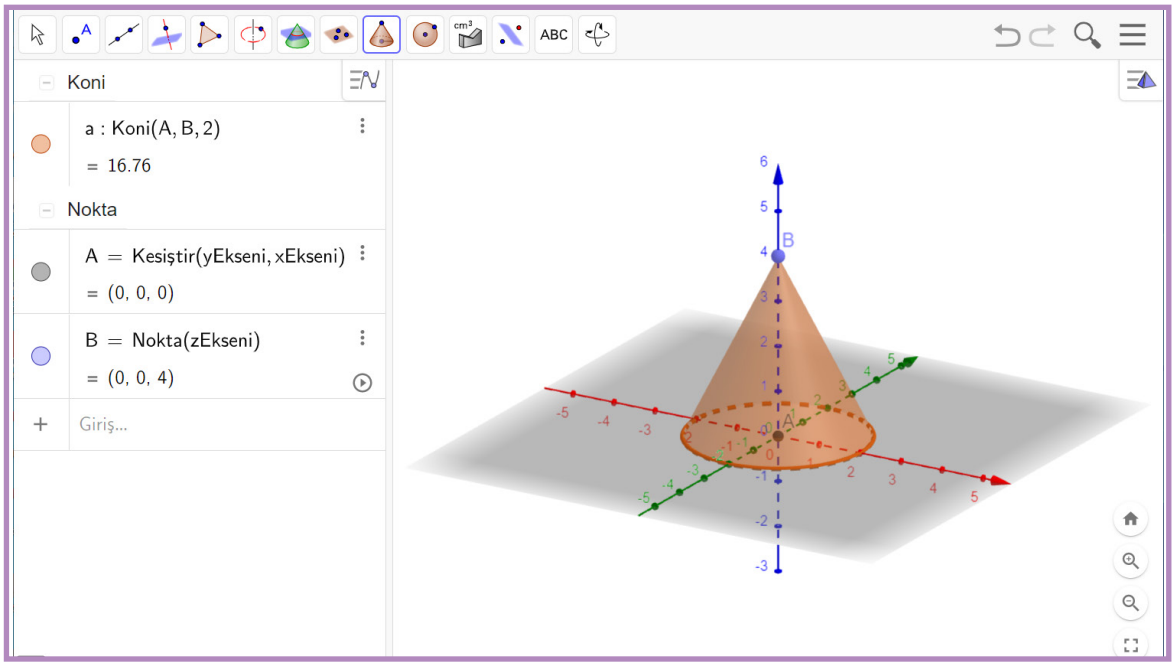
Dinamik matematik ve geometri yazılımında bir dik koni inşa edelim.

Programın "Menü" bölümünden sırasıyla "Perspektifler", "3D Grafik" ve "Koni" sekmelerini tıklayalım. Ekranda yükseklik 4 cm olacak şekilde bir nokta belirleyelim. Açılan pencereye 2 yazarak yarıçap uzunluğunu 2 cm olarak belirleyelim.



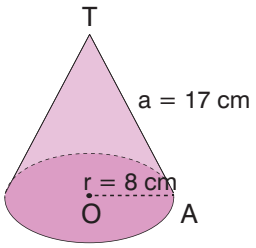


"Tamam" butonunu tıklayarak yüksekliği 4 cm, yarıçap uzunluğu 2 cm olan bir dik koniyi aşağıdaki gibi inşa edelim.

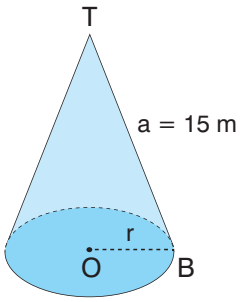


Alıştırmalar

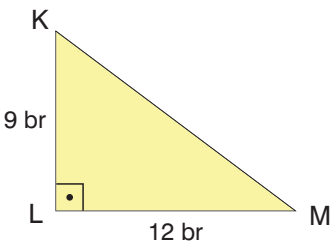
1. Taban yarıçap uzunluğu 8 cm, ana doğrusunun uzunluğu 17 cm olan yandaki dik koninin açınımını çiziniz. Dik koninin temel elemanlarını belirleyiniz.



2. Ana doğrusunun uzunluğu 15 m olan yandaki dik koninin açınımında, yan yüzü belirten daire dilimindeki merkez açının ölçüsü 60°dir. Buna göre dik koninin açınımını çiziniz (π'yi 3 alınız.).

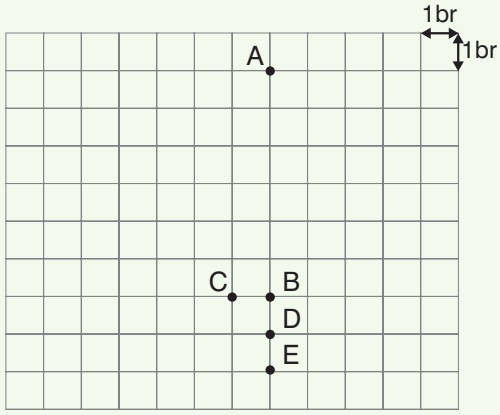


3. Yandaki KLM dik üçgeninde $|KL| = 9\,br$, $|LM| = 12\,br$'dir. KLM dik üçgeni [LM] etrafında 360° döndürülerek bir geometrik cisim elde ediliyor. Elde edilen geometrik cismin açınımını çiziniz ve temel elemanlarını belirleyiniz.

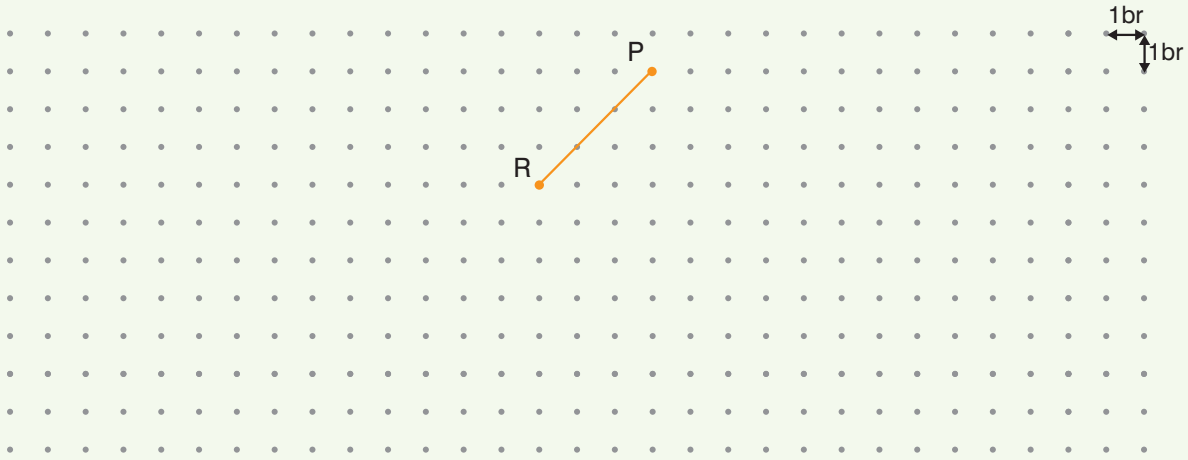


1. Kareli kâğıttaki A noktasının 7 birim aşağıya öteleme sonucundaki görüntüsü hangi noktaya denk gelir?

A) B **B)** C **C)** D **D)** E



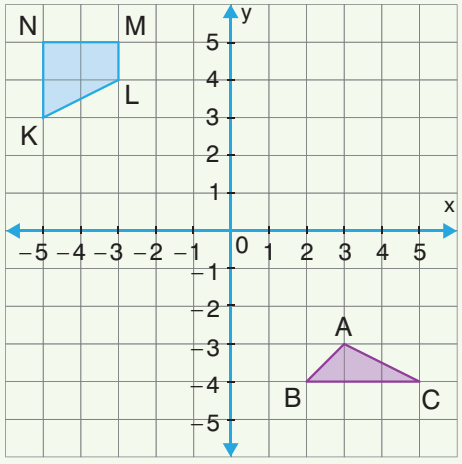
2. Noktalı kâğıttaki [PR]'nın 4 birim sola öteleme sonucundaki görüntüsünü çiziniz.



3. Koordinat sistemindeki

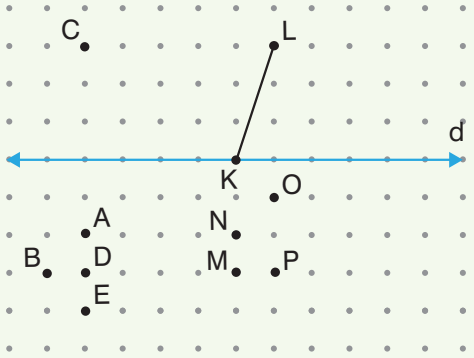
a) ABC üçgeninin y eksenine göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.

b) KLMN dörtgeninin 7 birim sağa öteleme sonucundaki görüntüsünü çiziniz.



Noktalı kâğıttaki C noktasının ve [KL]'nın d doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü alınıyor.

Buna göre 4, 5 ve 6. soruları cevaplayınız.



4. C noktasının görüntüsü hangi noktaya denk gelir?

A) A **B)** B **C)** D **D)** E

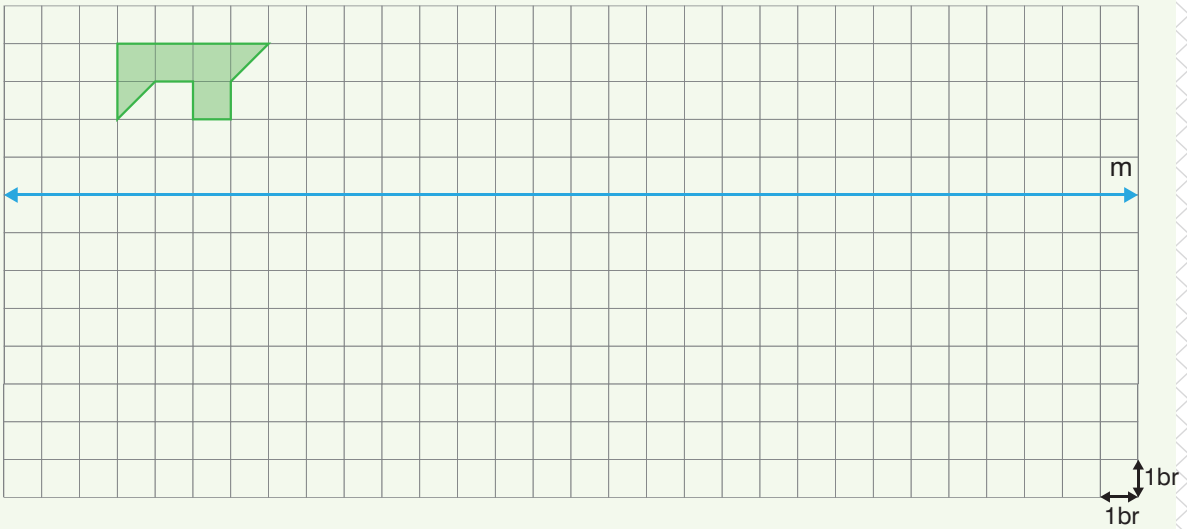
5. K noktasının görüntüsü hangi noktaya denk gelir?

A) K **B)** N **C)** M **D)** P

6. L noktasının görüntüsü hangi noktaya denk gelir?

A) M **B)** N **C)** O **D)** P

7. Kareli kâğıttaki yeşil şekli, 13 birim sağa öteleyerek m doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsünü çiziniz.



8. I. Tabanı dörtgendir.

II. Yan yüzleri dikdörtgendir.

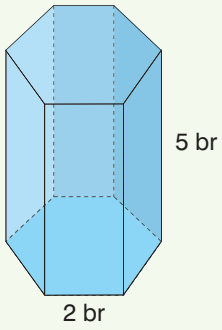
III. 6 köşesi vardır.

IV. 12 ayrıtı vardır.

Yukarıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri, bir dik prizma için her zaman doğrudur?

A) Yalnız II **B)** II ve III **C)** I ve III **D)** II ve IV

9. Yandaki düzgün altıgen dik prizmanın açınımı ile ilgili aşağıdakilerden hangisi söylenemez?



A) Açınımda 6 adet dikdörtgen vardır.

B) Açınımdaki düzgün altıgenlerin çevre uzunluklarının toplamı 60 br'dir.

C) Açınımda 2 adet düzgün altıgen vardır.

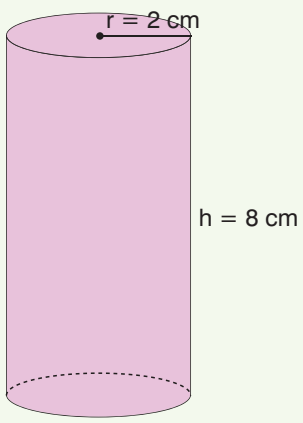
D) Açınımdaki dikdörtgenlerden her birinin alanı 10 br^2dir.

10. Bir dik prizmanın açınımında 3 adet dikdörtgen bulunmaktadır. Buna göre dik prizmayı belirleyiniz. Dik prizmanın açınımını kareli alana çiziniz ve temel elemanlarını belirleyiniz.

11. Yan yüz | Taban | Yarıçap | Yükseklik | Ana doğru

Yukarıdaki kutucuklarda yazılı olan elemanlardan hangileri dik prizmaların temel elemanlarındandır?

12. Bazı ölçüleri verilen yandaki dik dairesel silindirin açınımını defterinize çiziniz. Temel elemanlarını belirleyiniz. Dik dairesel silindirin



a) Taban alanını,

b) Yanal alanını,

c) Yüzey alanını,

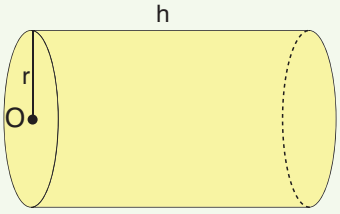
ç) Hacmini hesaplayınız (π'yi 3 alınız.).

13. Taban alanı 314 cm^2, yüksekliği 20 cm olan bir dik dairesel silindirin yüzey alanını ve hacmini hesaplayınız (π'yi 3,14 alınız.).

14. Yanal alanı 440 br^2, taban yarıçap uzunluğu 14 br olan bir dik dairesel silindirin hacmi kaç br^3'tür? (π'yi $\frac{22}{7}$ alınız.)

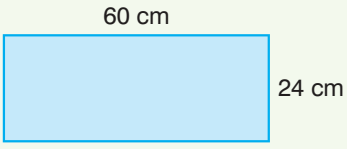
A) 3080 **B)** 3120 **C)** 3260 **D)** 3380

15. Yandaki dik dairesel silindirin taban yarıçap uzunluğu 4 katına çıkartılıp yüksekliği $\frac{1}{4}$'ine indirilirse hacmi kaç katına çıkar?



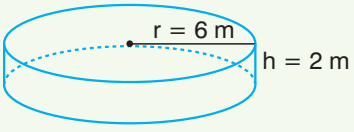
A) 16 **B)** 8 **C)** 4 **D)** 2

16. Miraç, projesini tamamlayabilmek için kartondan bir dik dairesel silindir oluşturmalıdır. Bunun için oluşturmak istediği dik dairesel silindirin yan yüzünü belirten yandaki dikdörtgeni kesmiştir. Dik dairesel silindirin yüksekliği 24 cm olduğuna göre Miraç, dik dairesel silindiri oluşturabilmek için kartondan toplam kaç cm^2 alana sahip daireler kesmelidir? (π'yi 3 alınız.)



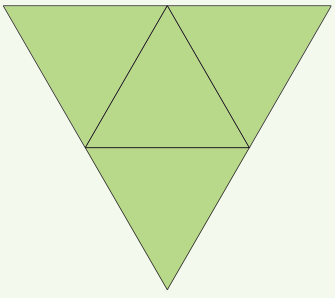
17. Beyza Hanım, bahçesine dik dairesel silindir biçiminde bir havuz yaptırmıştır. Beyza Hanım, yeni yaptırdığı havuzu boş hâldeyken tam olarak doldurmak istemektedir. Havuzun ölçülerinden bazıları yanda verildiğine göre Beyza Hanım'ın boş olan havuzu tam olarak doldurmak için kaç L suya ihtiyacı vardır?

($1\ m^3 = 1000$ L ve π'yi 3 alınız.)



A) 432 000 **B)** 216 000 **C)** 43 200 **D)** 21 600

18. Yanda hangi geometrik cismin açınımı verilmiştir?



A) Dik silindir **B)** Üçgen dik prizma

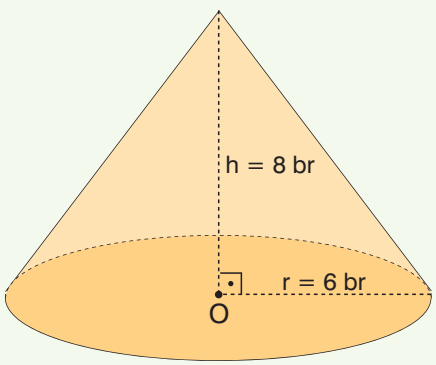
C) Dik koni **D)** Üçgen dik piramit

19. Dörtgen dik piramidin açınımında kaç adet üçgen bulunur?

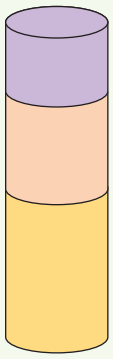
A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5

20. Düzgün sekizgen dik piramidin açınımını çiziniz ve temel elemanlarını belirleyiniz.

21. Yandaki dik dairesel koninin taban yarıçap uzunluğu 6 br, yüksekliği 8 br'dir. Buna göre dik dairesel koninin açınımını çiziniz ve temel elemanlarını belirleyiniz.



22. Aşağıda, yarıçap uzunlukları 3 cm olan farklı yüksekliklerdeki üç adet dik dairesel silindir üst üste yerleştirilmiştir.

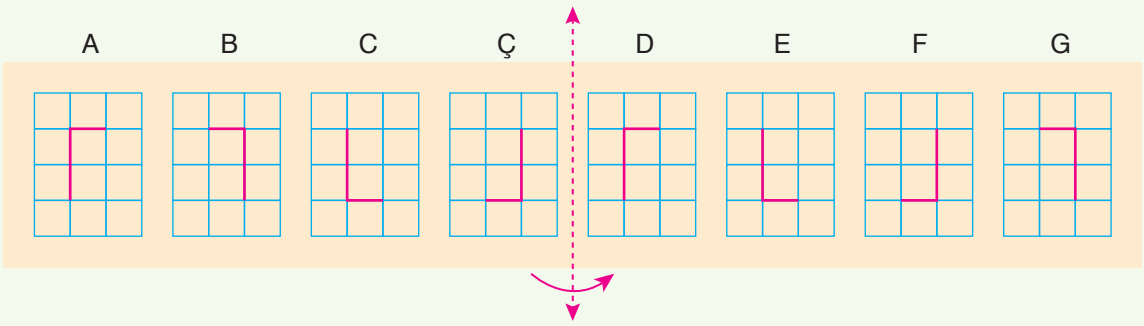


En alttaki dik dairesel silindirin hacmi 324 cm^3, en üstteki dik dairesel silindirin hacmi 108 cm^3 tür.

Ardışık iki dik dairesel silindirin yüksekliklerinin farkı birbirine eşit olduğuna göre ortadaki dik dairesel silindirin yanal alanı kaç cm^2 dir? ($\pi = 3$ alınız.)

A) 96 **B)** 120 **C)** 132 **D)** 144

23. Ayfer, bir kartonun üzerine, eş aralıklar ile aşağıdaki birimkareli eş dikdörtgen şeklindeki kâğıtları yerleştirmiştir.



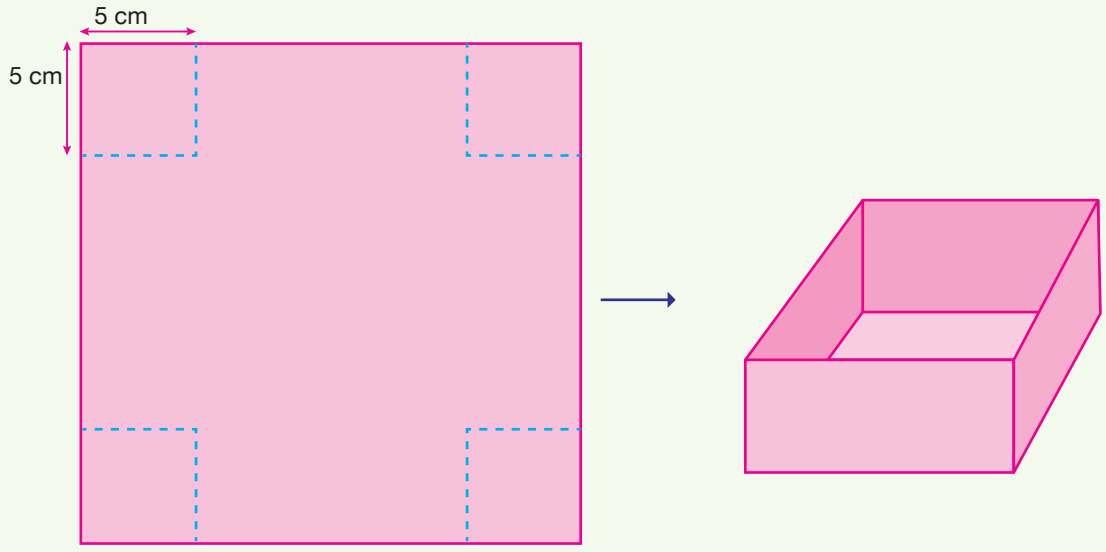
Ayfer, yerleştirdiği kâğıtları harflendirmiş ve keçeli kalem ile yukarıdaki çizimleri yapmıştır.

Bu kâğıt, Ç ile D kâğıtlarının tam ortasından geçen doğru boyunca ikiye katlandığında mürekkep iki kâğıdı da boyamıştır.

Buna göre hangi iki şeklin üst üste gelmesi ile bir dikdörtgen oluşur?

A) Ç – D **B)** C – E **C)** B – F **D)** A – G

24.

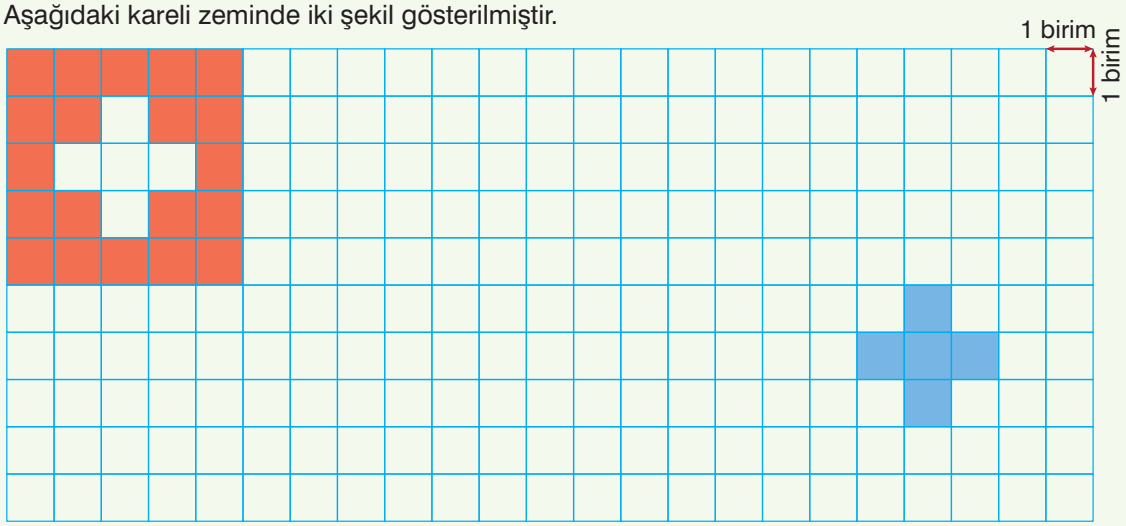


Oya, bir kenar uzunluğu 22 cm olan kare şeklindeki kartonun her bir köşesinden bir kenar uzunluğu 5 cm olan kare şeklindeki parçalar kesip attıktan sonra kalan karton parçasını kıvırarak üstü açık bir kare prizma oluşturuyor.

Bu prizmanın taban alanı kaç santimetrekaredir?

A) 100 **B)** 121 **C)** 144 **D)** 169

25. Aşağıdaki kareli zeminde iki şekil gösterilmiştir.

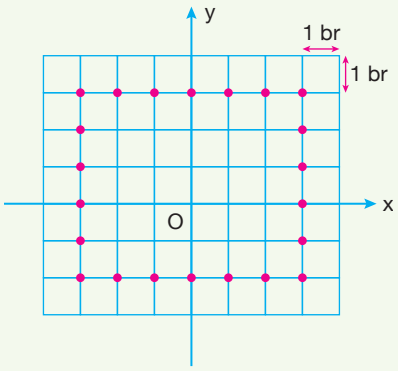


- Kırmızı şekil 7 birim sağa, 3 birim aşağıya öteleniyor.
- Mavi şekil a birim sola, b birim yukarıya öteleniyor.

Son durumda mavi şekil, kırmızı şeklin beyaz bölümüne denk geldiğine göre a + b toplamı kaçtır?

A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13

26. Aşağıdaki birimkareli zemin üzerine dik koordinat sistemi çizilmiştir.

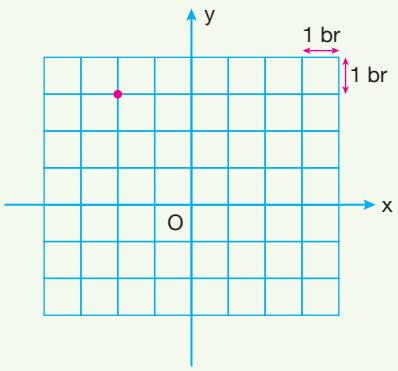


Gizem, dik koordinat sistemindeki kırmızı noktalardan birini A noktası, A noktasının 2 birim sağının, 4 birim yukarısındaki noktayı B noktası olarak işaretliyor.

B noktası da bu kırmızı noktalardan biri olduğuna göre B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-3, -2)$ **B)** $(-1, 3)$ **C)** $(2, -2)$ **D)** $(3, 2)$

27. Aşağıdaki birimkareli zemin üzerine dik koordinat sistemi çizilmiştir.



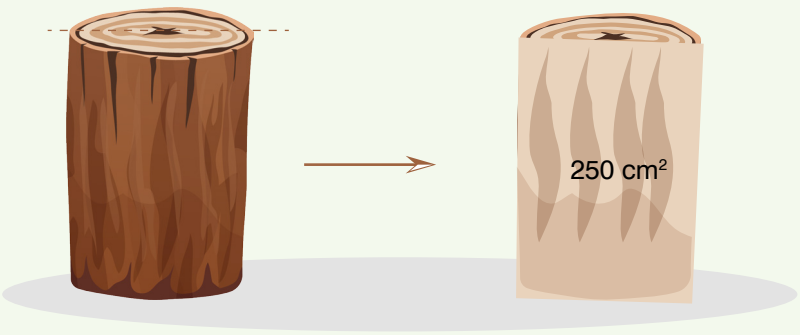
Dik koordinat sisteminde verilen noktanın,

- x eksenine göre yansımasının 1 birim sağındaki nokta A,
- y eksenine göre yansımasının 1 birim yukarısındaki nokta B

olduğuna göre B noktasının, A noktasına göre konumu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 birim yukarısının 1 birim solu
B) 3 birim aşağısının 7 birim sağı
C) 3 birim sağının 7 birim yukarısı
D) 3 birim solunun 1 birim aşağısı

28. Bir marangoz dik dairesel silindir biçimindeki bir kütüğü yüksekliği boyunca aşağıdaki gibi ortadan ikiye ayırmıştır.

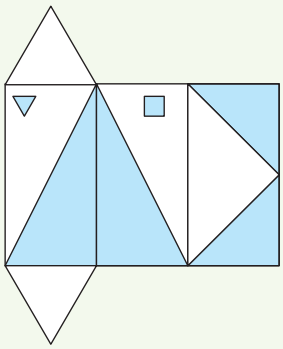


Yarım silindir biçimindeki kütüğün dikdörtgen şeklindeki bölgesinin alanı 250 cm^2 dir.

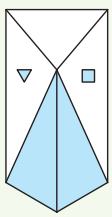
Buna göre yarım dik dairesel silindir biçimindeki kütüğün dikdörtgen dışındaki yan yüzünün alanı kaç cm^2 dir? ($\pi = 3$ alınız.)

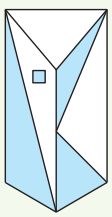
A) 325 **B)** 350 **C)** 375 **D)** 400

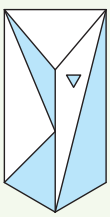
29. Bir üçgen dik prizmanın açınımı olan kartonun bir yüzü aşağıdaki gibi boyanıyor.

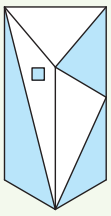


Bu karton, boyanan kısım dışarıda kalacak şekilde kapatıldığında elde edilen üçgen dik prizmanın görünümü aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 

B) 

C) 

D) 

Ek Sorular

SÖZLÜK

A

açınım : Bir cismin yüzeylerinin açılıp bir düzlem üzerine yayılması.

açıölçer : İletki.

afiş : Bir şeyi duyurmak veya tanıtmak için hazırlanan, kalabalığın görebileceği yere asılmış, genellikle resimli duvar ilanı; ası.

algoritma : Orta Çağ'da ondalık sayı sistemine göre, son zamanlarda ise iyi tanımlanmış kuralların ve işlemlerin adım adım uygulanmasıyla bir sorunun giderilmesi veya sonuca en hızlı biçimde ulaşılması işlemi.

anıt : Önemli bir olayın veya büyük bir kişinin gelecek kuşaklarca tarih boyunca anılması için yapılan, göze çarpacak büyüklükte, sembol niteliğinde yapı; abide.

astronomi : Gök bilimi.

atölye : Mesleki ve teknik eğitim programlarının gerektirdiği uygulamalı derslerde bilgi, beceri ve davranışların kazandırılması amacıyla sağlık ve güvenlik koşulları da dikkate alınarak gerekli donanımı yapılmış eğitim, öğretim, uygulama ve üretim yapılan ortam.

B

bakteri : Toprakta, suda, canlılarda bulunan; çürüme, mayalanma veya hastalıklara yol açan; küresel, silindirimsi, kıvrık biçimli olan; bölünerek çoğalan; klorofilsiz; tek hücreli canlı.

alok : Birden çok bölümü bir araya getirilmiş olan, bir bütün oluşturan.

buz hokeyi : Altışar kişilik iki takım arasında, buzla kaplı bir alanda, küçük, yassı, sert bir diski sopalarla vurup kaydırmaya dayanan bir tür oyun.

C

cambaz : Yerde ve tel, at, bisiklet, ip, at vb. üzerinde dengeye dayanan, tehlikeli, heyecan verici gösteriler yapan kimse; akrobat.

cebir : Artı ve eksi gerçek sayılarla, bunların yerini tutan harfler yardımıyla nicelikler arasında genel bağlantılar kuran matematik kolu.

D

desen : Tahta, çini, kumaş, kâğıt vb. yüzeylerin üzerinde varlıkları, nesneleri belirli çizgilerle gösterme, tasvir etme.

E

evren : Düzenli ve uyumlu bir bütün olarak düşünülen bütün varlıklar; kâinat.

F

festival : Belli bir sanat dalında oyun ve filmlerin sunulması ve gösterilmesi sonunda ödül, derece verilmesi biçiminde düzenlenen ulusal veya uluslararası gösteri dizisi; şenlik.

filozof : Felsefe ile uğraşan ve felsefenin gelişmesine katkıda bulunan kimse, felsefeci feylesof.

firma : Tüzel kişiliği olsun olmasın bir ekonomik etkinlik birimi.

G

gösterge : Bir şeyi belirtmeye yarayan şey, belirti.

güneş Sistemi : Güneş, gezegenler ve kuyruklu yıldızların oluşturdukları dizge.

güzergâh : Yolüstü uğranılacak, geçilecek yer.

İ

izometri : Eş ölçüm.

K

karo : Betondan yapılmış dört köşe döşeme taşı.

konserve : Isı ile sterilize edilerek uzun zaman saklanabilecek biçimde kutulanmış (yiyecek).

kroki: Bir konu veya nesnenin başlıca özelliklerini yansıtacak biçimde hazırlanmış taslağı.

kukumav : Kukumav kuşu.

kule: Çoğunlukla kare veya silindir biçimindeki yüksek yapı.

kültür : Uygun biyolojik şartlarda bir mikrop türünü üretme.

kümbet : Damı koni veya piramit biçiminde olan, yuvarlak veya köşeli yapı.

kütle : Katı maddelerin büyük parçası.

M

madeni : Madenle ilgili veya madene özgü olan; madensel, metalik.

marka : Bir ticari malı, herhangi bir nesneyi tanıtmaya, benzerinden ayırmaya yarayan özel ad veya işaret.

mikroskop : Bir mercek düzeneği yardımıyla küçük nesneleri büyütüp daha belirgin duruma getirmeye veya çıplak gözle görülmeyenleri göstermeye yarayan alet.

modellemek : Model oluşturmak.

motif: Yan yana gelerek bir bezeme işini oluşturan ve kendi başlarına birer birlik olan ögelerden her biri.

mürekkep : Yazı yazmak, desen çizmek veya basmak için kullanılan, türlü renklerde sıvı madde.

N

nöbet : Sıra ile belirli süre bir yeri bekleme işi.

Ö

örüntü : Olay veya nesnelerin düzenli bir biçimde birbirini takip ederek gelişmesi.

P

pano: Üzerine bildiri, açıklama veya tanıtma kâğıtları tutturmak için hazırlanmış levha.

paraşüt: Hava taşıtından veya yüksek bir yerden atılan bir cismin veya atlayan bir insanın kontrollü biçimde yere inmesini sağlayan araç.

parkur: Binicilik, bisiklet, atletizm, yürüyüş, koşu vb. sporların yapıldığı özel yol.

R

radar: Trafik polisleri tarafından kullanılan, taşıtların hızını saptamaya yarayan aygıt.

rampa: Bir arazinin, bir kara yolunun, bir demir yolu hattının yatay doğrultuya göre yokuş olan bölümü.

rulo: Silindir biçiminde, içine değişik malzeme konularak hazırlanmış.

S

samanyolu : Açık gecelerde gökyüzünde boydan boya görülen uzun, bol yıldızlı, ışıklı şerit.

selobant: Yapıştırma işlerinde kullanılan, ince, saydam, bir yüzü yapışkan şerit.

skor tabelası: Sayı göstergesi.

süreç : Aralarında birlik olan veya belli bir düzen veya zaman içinde tekrarlanan, ilerleyen, gelişen olay ve hareketler dizisi.

Ş

şema: Bir aletin, bir aracın veya bir biçimin ana çizgilerini gösteren çizim.

T

turist : Dinlenme, eğlenme, görme, tanıma vb. amaçlarla geziye çıkan kimse.

turnuva : Oyuncu veya takımlar arasında sırayla yapılan yarışma dizisi.

V

varil : Çoğunlukla sıvı maddeleri koymak için kullanılan, metalden yapılmış, silindir biçiminde, üstü kapalı kap.

veri : Gözlem ve deneye dayalı araştırmanın sonuçları.

Y

yasal : Yasanın, dinin ve kamu vicdanının doğru bulduğu, yasalara uygun.

SEMBOL VE KISALTMALAR

KL	: KL doğrusu
[KL]	: KL doğru parçası
[KL	: KL ışını
|KL|	: KL doğru parçasının uzunluğu
$\widehat{KLM}$	: KLM üçgeni
$\widehat{KLM}$	: KLM açısı
$m(\widehat{KLM})$	: KLM açısının ölçüsü
$\cong$	: Eşlik
$\sim$	: Benzerlik
$<$	: Küçük
$>$	: Büyük
$\leq$	: Küçük eşit
$\geq$	: Büyük eşit
π	: Pi sayısı (3,14…)
%	: Yüzde
$\mathbb{R}$	: Reel sayılar kümesi
$\mathbb{Q}$	: Rasyonel sayılar kümesi

L	: Litre
|a|	: a'nın mutlak değeri
EBOB	: En büyük ortak bölen
EKOK	: En küçük ortak kat
a^n	: a'nın n'inci kuvveti
$\sqrt{\ }$	: Karekök
br	: Birim
br^2	: Birimkare
br^3	: Birimküp
m	: Metre
m^2	: Metrekare
m^3	: Metreküp
cm	: Santimetre
cm^2	: Santimetrekare
cm^3	: Santimetreküp
dm	: Desimetre
dm^2	: Desimetrekare
dm^3	: Desimetreküp

KAYNAKÇA

1. Altun, M. (2012). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) Matematik Öğretimi*, Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.

2. Argün, Z.; Arıkan, A.; Bulut S.; Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel Matematik Kavramlarının Künyesi*, Ankara: Gazi Kitabevi.

3. Arkın, S., Toluk Uçar, Z. (2013). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*, Ankara: Anı Yayıncılık.

4. Baykul, Y. (2001). *İlköğretimde Ölçme ve Değerlendirme Modül 3*, Ankara: MEB Yayınları.

5. Baykul, Y. (2004). *İlköğretimde Matematik Öğretimi*, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

6. Kaya, Z., Diğerleri. (2012). *Öğrenme ve Öğretme Kuramlar Yaklaşımlar Modeller*, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

7. *MEB Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8) Öğretim Programı*, (2018). Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı.

8. *TDK Türkçe Sözlük*, (2019). Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

9. *TDK Yazım Kılavuzu*, (2018). Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

10. Zembat, İ. Ö., Özmantar, M. F., Bingölbali, E., Şandır, H., Delice, A. (2013). *Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar*, Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Kaynakça APA 6 biçiminde düzenlenmiştir.

Görsel ve Genel Ağ Kaynakçası

Cevap Anahtarı

TÜRKİYE'NİN MÜLKİ İDARE BÖLÜMLERİ İLE KARA VE DENİZ KOMŞULARI HARİTASI
BAŞKENT
Ankara
İL MERKEZİ
Elâzığ
GÖL
ÜLKE SINIRI
ÖZERK BÖLGE SINIRI
AKARSU
0 50 100 200 300 400 km
Harita Genel Müdürlüğü tarafından üretilmiştir.
KARADENİZ
AKDENİZ
EGE DENİZİ
HAZAR DENİZİ
MARMARA DENİZİ
ROMANYA
UKRAYNA
RUSYA FEDERASYONU
BULGARİSTAN
YUNANİSTAN
GÜRCİSTAN
ERMENİSTAN
AZERBAYCAN
İRAN
IRAK
SURİYE
LİBYA
MISIR
İSRAİL
FİLİSTİN Batı Şeria
FİLİSTİN Gazze Şeridi
LÜBNAN
KUZEY KIBRIS TÜRK CUMHURİYETİ
GÜNEY KIBRIS RUM YÖNETİMİ
AÇARA Ö.C.
NAHÇIVAN Ö.C. (AZERBAYCAN)
Bükreş
Sofya
Edirne
Kırklareli
Tekirdağ
İstanbul
Kocaeli
Yalova
Sakarya
Düzce
Bolu
Zonguldak
Bartın
Karabük
Kastamonu
Sinop
Samsun
Amasya
Çorum
Tokat
Ordu
Giresun
Trabzon
Rize
Artvin
Ardahan
Kars
Tiflis
Erivan
Iğdır
Ağrı
Erzurum
Erzincan
Bayburt
Gümüşhane
Tunceli
Bingöl
Muş
Van
Bitlis
Siirt
Batman
Diyarbakır
Mardin
Şırnak
Hakkâri
Şanlıurfa
Gaziantep
Kilis
Adıyaman
Malatya
Elâzığ
Kayseri
Sivas
Yozgat
Kırıkkale
Ankara
Çankırı
Bilecik
Eskişehir
Kütahya
Afyonkarahisar
Uşak
Manisa
İzmir
Aydın
Denizli
Muğla
Burdur
Isparta
Antalya
Konya
Karaman
Mersin
Adana
Osmaniye
Kahramanmaraş
Niğde
Aksaray
Nevşehir
Kırşehir
Tuz Gölü
Van Gölü
Urumiye Gölü
Çanakkale
Bursa
Balıkesir
Gökçeada
Bozcaada
Atina
Beyrut
Şam
Bağdat
Tel Aviv
Doğu Kudüs
Erenköy
Lefkoşa
Tuna N.
Meriç N.
Sakarya N.
Kızılırmak N.
Yeşilırmak N.
Çoruh N.
Kura N.
Aras N.
Fırat N.
Dicle N.
Ceyhan N.
Seyhan N.
Göksu N.
Asi N.
Bakırçay N.
Gediz N.
Küçük Menderes N.
Büyük Menderes N.
Nil N.
Süveyş K.
25°D
30°D
35°D
40°D
45°D
50°D
40°K
35°K

TÜRK DÜNYASI HARİTASI
Bağımsız Türk Devletleri
Türk Cumhuriyetleri, Türk Bölgeleri
Türk Toplulukları
0 250 500 1.000 1.500 2.000 km
TÜRK CUMHURİYETLERİ, TÜRK BÖLGELERİ
1 GAGAVUZ YERİ
2 KARAÇAY-ÇERKESYA
3 KABARDİN-BALKARYA C.
4 DAĞISTAN C.
5 ÇUVAŞİSTAN C.
6 TATARİSTAN C.
7 BAŞKURT C.
8 KARAKALPAKİSTAN C.
9 ALTAY C.
10 HAKASYA C.
TÜRK TOPLULUKLARI
a Avrupa'daki Türkler
b Kosova Türkleri
c Yunanistan Türkleri
ç Bulgaristan Türkleri
d Romanya Türkleri
e Suriye Türkmenleri
f Irak Türkmenleri
g İran Türkleri
h Afganistan Türkmenleri
ı Pakistan Türkmenleri
i Hindistan Türkmenleri
j Çin H. C. Türkleri
k Moğolistan Türkleri
l Rusya Federasyonu Türkleri
ÜLKE KISALTMALARI
ARNAVUTLUK ARN
BELÇİKA BEL
BOSNA - HERSEK BH
GÜNEY KIBRIS RUM YÖNETİMİ GKRY
HIRVATİSTAN HRV
İSVİÇRE İSV
KARADAĞ KRD
KOSOVA KSV
KUZEY KIBRIS TÜRK CUMHURİYETİ KKTC
KUZEY MAKEDONYA KMKD
LİHTENŞTAYN LİH
SIRBİSTAN SRB
RUSYA FEDERASYONU
KAZAKİSTAN
TÜRKİYE
İRAN
AFGANİSTAN
PAKİSTAN
HİNDİSTAN
ÇİN HALK CUMHURİYETİ
MOĞOLİSTAN
SİNCAN UYGUR ÖZERK BÖLGESİ
TUVA C.
SAHA (YAKUT) C.
Barents Denizi
Kara Denizi
Ohotsk Denizi
Bering Denizi
Norveç Denizi
Kuzey Denizi
Akdeniz
Karadeniz
Hazar Denizi
Umman Denizi
Yemen Denizi
Kızıldeniz